

岩土力学参数随机场的离散研究*

Research on discretion of the random field of rock and soil mechanical parameters

胡小荣 唐春安

(东北大学岩石破裂与失稳研究中心, 沈阳, 110006)

文 摘 基于岩土力学参数随机场并不一定是平稳弱变异高斯随机场这一事实, 应用地质统计学原理并结合随机有限元中三种较常用的随机场离散方法对岩土力学参数随机场的离散作了探讨。由于所提方法是通过随机场作空间变异性分析来获得随机场的空间结构特征而不是假定随机场为平稳弱变异高斯随机场, 因此离散结果更切合实际。

关键词 岩土力学参数, 随机场, 离散, 地质统计学

中国法分类号 TU 43

作者简介 胡小荣, 男, 35 岁, 副教授, 东北大学岩石破裂与失稳研究中心博士生, 现任职本溪冶金高等专科学校。主要从事岩石破裂与失稳、岩土工程有限元分析等研究。

Hu Xiaorong Tang Chun'an

(Northeastern University, Shenyang, 110006)

Abstract Based on the fact that the random field of rock and soil mechanical parameters is not always the weak and stationary Gaussian random field, a method combining the geostatistical theory with the three commonly used discretion methods in stochastic finite element is proposed to study the discretion of the random field of rock and soil mechanical parameters. Due to the advantage that the spatial characteristics of random field is acquired from the spatial variation analysis but not from the weak and stationary Gaussian hypothesis, so the discretion of random field is more accurate.

Key words rock and soil mechanical parameters, random field, discretion, geostatistics

1 前 言

自然科学和技术科学所研究的对象有许多信息和特征都存在着不确定性, 岩土类材料尤其如此^[1]。在对岩土工程进行稳定性分析时, 环境和载荷、岩土结构特征等往往都具有不确定性, 这些不确定因素对岩土工程的可靠度有重大影响。以确定性有限元为基础考虑了工程结构的一些不确定因素而发展起来的随机有限元法正成为岩土工程可靠性分析的强有力工具^[2]。在用随机有限元计算工程结构的可靠度时, 不确定性因素均被看成是随机场。为了将随机场反映到有限元公式中, 必须对随机场加以离散以求出相应的离散参量。目前虽然已提出了好几种关于随机场离散的方法, 但离散参量的求出都是通过假定随机场为平稳弱变异高斯随机场来实现。这种处理方法可能比较适合于金属和混凝土等一类工程材料, 并不一定适用于工程岩土, 因为岩土力学参数随机场并不一定属于平稳弱变异高斯随机场, 而且不同的工程岩土其力学参数随机场的空间变异性还可能迥然各异。通常情况下, 岩土力学参数随机场具有以下全部或部分特征: ①非高斯型; ②空间变异很强烈; ③非平稳; ④变异各向异性。因此, 岩土力学参数随机场的离散宜遵循以下两条准则: ①针对具体工程岩土; ②通过对随机场作空间

变异性分析来了解其空间变异特征而不是采用以往的假定。基于上述观点, 本文应用地质统计学原理并结合随机有限元中几种常用的随机场离散方法对岩土力学参数随机场的离散作了探讨。

2 岩土力学参数随机场的空间变异性分析

由于岩土力学参数随机场通常并不一定是平稳弱变异高斯随机场, 因此对岩土力学参数随机场进行空间变异性分析并据此获得随机场的空间变异特征是随机场离散的重要前提。在对随机场进行空间变异性分析方面, 地质统计学方法无疑是一种行之有效的方法。

地质统计学^[4]是以区域化变量理论为基础, 以变异函数为工具来分析那些具有空间变异二重性特征的自然现象。从地质统计学的角度来看, 具有空间变异二重性特征的岩土力学参数随机场可以看成是一个区域化变量。

为一般起见, 假定所研究的工程岩土空间几何域为 $V(V \in R^2 \text{ 或 } R^3)$, 岩土力学参数随机场为 $Z(X)(X$

* 国家杰出青年科学基金资助课题(59525408)
到稿日期: 1998

为位置坐标, $X \in V$, $Z(X)$ 是一个非平稳随机场。则 $Z(X)$ 可表达为

$$Z(X) = m(X) + R(X) \quad (1)$$

式中 $m(X)$ 为 $Z(X)$ 在 V 内的漂移, 它表征了 $Z(X)$ 在较大尺度上的变化情况; $R(X)$ 为 $Z(X)$ 在 V 内的涨落, 它表征了 $Z(X)$ 在较小尺度上的变化, 且 $E[R(X)] = 0$ 。通常, $m(X)$ 可采用以下多项式表达

$$m(X) = \sum_{l=0}^K a_l f_l(X) \quad (2)$$

式中 a_l 为漂移多项式系数; $f_l(X)$ 为漂移多项式, $f_l(X) = X^l$; K 为漂移阶数, 一般不超过 2。由式(2)可知, 若 $m(X)$ 为一常数, 则 $Z(X)$ 就是一个平稳随机场。因此, 平稳随机场仅是其中的一个特例。

通常, 随机场 $Z(X)$ 在 V 内两点 X_1, X_2 处的随机变量 $Z(X_1), Z(X_2)$ 有以下性质^[1]:

- a) 均值 $E[Z(X_1)] = m(X_1)$ $E[Z(X_2)] = m(X_2)$
- b) 协方差 $Cov[Z(X_1), Z(X_2)] = E\{[Z(X_1) - m(X_1)][Z(X_2) - m(X_2)]\} = C(X_1, X_2) = C(X_1 - X_2) = C(h)$
- c) 变异函数 $2\gamma(X_1, X_2) = Var[Z(X_1) - Z(X_2)] = 2\gamma(X_1 - X_2) = 2\gamma(h)$
- d) 方差 $Var[Z(X_1)] = Var[Z(X_2)] = C(0)$
- e) $\gamma(h) = C(0) - C(h)$ $C(h) = C(0) - \gamma(h)$
 $C(h) = C(-h)$ $\gamma(h) = \gamma(-h)$

因此, $Z(X)$ 的空间变异特征可用变异函数 $\gamma(h)$ 和均值函数 $m(X)$ 来定量表示。

若在所研究的工程岩土 V 内取有 r 个支撑为 v 、中心点位置分别为 X_α 的岩样并测出其力学参数值 $Z(X_\alpha)$ ($\alpha = 1, 2, \dots, r$), 则可通过以下步骤求出变异函数 $\gamma(h)$

(1) 根据岩样的力学参数值求出 $\gamma(h)$ 的估计量 $\gamma^*(h)$

$$\gamma^*(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} [Z(X_i) - Z(X_i + h)]^2 \quad (3)$$

式中 $N(h)$ 为被向量 h 分隔的数据对数。如果不同 h 方向求出的 $\gamma^*(h)$ 有较大差异, 说明 $Z(X)$ 的空间变异具有方向性, 称为各向异性, 否则为各向同性。各向同性时可以采用下式求变异函数 $\gamma(h)$ 的估计量 $\gamma^*(h)$

$$\gamma^*(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} [Z(X_i) - Z(X_i + h)]^2 \quad (3')$$

式中 $h = |h|$ 。

(2) 用理论变异函数模型或其套合结构对 $\gamma^*(h)$ 或 $\gamma^*(h)$ 进行拟合。常用的理论变异函数模型为有基台的球状模型。球状模型为^[5]

$$\gamma(h) = \begin{cases} 0 & h = 0 \\ C_0 + C \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{h}{a} - \frac{1}{2} \cdot \frac{h^3}{a^3} \right) & 0 < h \leq a \\ C_0 + C & h > a \end{cases} \quad (4)$$

式中 C_0 为块金效应; $C_0 + C$ 为基台值; a 为变程。

(3) 各向异性套合。如果 $Z(X)$ 的空间变异性呈各向异性, 还需要对各向异性进行套合, 最后得到各方向均适用的理论变异函数表达式 $\gamma(h)$ 。

变异函数可以定量表示随机场 $Z(X)$ 的许多空间变异性特征如连续性、各向异性、是否存在块金效应以及变程等。变异函数一旦求出, 就可根据(5)~(7)式求出协方差函数 $C(h)$ 和方差 $Var[Z(X)]$

$$C(0) = \gamma(h > a) \quad (5)$$

$$C(h) = C(0) - \gamma(h) \quad (6)$$

$$Var[Z(X)] = C(0) \quad (7)$$

随机场 $Z(X)$ 的均值函数 $E[Z(X)] = m(X)$ 可以采用泛克里格估值法求出。漂移系数 a_l ($l = 0, 1, \dots, K$) 的泛克里格估值为^[6]

$$a_l^* = \sum_{\alpha=1}^r \rho_{\alpha l} Z(X_\alpha) \quad (l = 0, 1, \dots, K) \quad (8)$$

式中 $\rho_{\alpha l}$ 为权系数, 可通过求解下列方程组得出:

$$\begin{cases} \sum_{\alpha=1}^r \rho_{\alpha l} \gamma(X_\beta, X_\alpha) + \sum_{g=0}^K \mu_{gl} f_g(X_\beta) = 0 \\ \sum_{\alpha=1}^r \rho_{\alpha l} f_g(X_\alpha) = \delta_{gl} \end{cases} \quad (9)$$

($\beta = 1, 2, \dots, r; l = 0, 1, \dots, K; g = 0, 1, \dots, K$)

$$\text{式中 } \delta_{gl} = \begin{cases} 1 & g = l \\ 0 & g \neq l \end{cases} \text{。式(9)也可写成矩阵形式} \quad (10)$$

$$A L_l = D_l \quad (l = 0, 1, \dots, K)$$

其中

$$A = \begin{bmatrix} \gamma(X_1, X_1) & \dots & \gamma(X_1, X_r) & f_0(X_1) & \dots & f_K(X_1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \gamma(X_r, X_1) & \dots & \gamma(X_r, X_r) & f_0(X_r) & \dots & f_K(X_r) \\ f_0(X_1) & \dots & f_0(X_r) & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ f_K(X_1) & \dots & f_K(X_r) & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

$$L_l = (\rho_{1l}, \rho_{2l}, \dots, \rho_{rl}, \mu_{0l}, \mu_{1l}, \dots, \mu_{Kl})^T$$

$$D_l = (0, 0, \dots, 0, \delta_{0l}, \delta_{1l}, \dots, \delta_{Kl})^T$$

令 $H = [Z(X_1), Z(X_2), \dots, Z(X_r), 0, 0, \dots, 0]^T$, 则式(8)可写成

$$a_l^* = H^T L_l = H^T A^{-1} D_l \quad (l = 0, 1, \dots, K) \quad (11)$$

因此, 均值函数 $m(X)$ 为

$$\begin{aligned} m(X) &= \sum_{l=0}^K a_l^* f_l(X) = \sum_{l=0}^K \mathbf{H}^T \mathbf{A}^{-1} \mathbf{D} f_l(X) \\ &= \mathbf{H}^T \mathbf{A}^{-1} \mathbf{F}(X) \end{aligned} \quad (12)$$

其中

$$\mathbf{F}(X) = [0, 0, \dots, 0, f_0(X), f_1(X), \dots, f_K(X)]^T \quad (13)$$

3 岩土力学参数随机场的离散

在随机有限元分析中,随机场的离散大致有以下几种方法^[2,3]:中心点离散法、局部平均离散法、插值法、局部积分法以及正交展开法,其中前三种较为常用。由于随机有限元法通常是建立在常规二参数可靠性模型基础之上,因此随机场离散后的特征可通过各单元体的均值、方差以及单元体间的协方差定量描述。

设工程岩土 V 通过单元体划分被分成 n 个子域分别为 V_i , 中心点位置分别为 $X_i (i=1, 2, \dots, n)$ 的单元体。则岩土力学参数随机场 $Z(X)$ 的中心点离散法、局部平均离散法、插值法分别 x 为

(1) 中心点离散法^[7] 该法是用随机场 $Z(X)$ 在各单元体 V_i 中点 X_i 的值 $Z(X_i)$ 来表征单元体 V_i 的特性。这样,随机场 $Z(X)$ 就在这 n 个单元体上被离散成 n 个随机变量 $Z(X_1), Z(X_2), \dots, Z(X_n)$ 。随机场 $Z(X)$ 离散后其特征由均值 $E[Z(X_i)]$ 、方差 $Var[Z(X_i)]$ 、协方差 $Cov[Z(X_i), Z(X_j)] (i, j=1, 2, \dots, n)$ 等离散参量来描述。中心点离散法是最简单的一种离散方法,但离散精度稍差。由(12)、(7)及随机场性质可知

$$E[Z(X_i)] = m(X_i) = \mathbf{H}^T \mathbf{A}^{-1} \mathbf{F}(X_i) \quad (14)$$

$$Var[Z(X_i)] = C(0) \quad (15)$$

$$Cov[Z(X_i), Z(X_j)] = C(X_i, X_j) = C(X_i - X_j) \quad (16)$$

(2) 局部平均离散法^[8,11] 该法是用随机场 $Z(X)$ 在各单元体 V_i 内的局部平均值 $Z(V_i)$ 来表征单元体 V_i 的特征。 $Z(V_i)$ 为

$$Z(V_i) = \frac{1}{V_i} \int_{V_i} Z(X) dX \quad (17)$$

这样,随机场 $Z(X)$ 就在这 n 个单元体上被离散成 n 个随机变量 $Z(V_1), Z(V_2), \dots, Z(V_n)$ 。随机场 $Z(X)$ 离散后其特征由均值 $E[Z(V_i)]$ 、方差 $Var[Z(V_i)]$ 、协方差 $Cov[Z(V_i), Z(V_j)] (i, j=1, 2, \dots, n)$ 等离散参量描述。局部平均离散法精度高于中心点离散法,但有关参数计算较复杂。由(17)、(12)、(7)及随机场性质可知

$$E[Z(V_i)] = E\left[\frac{1}{V_i} \int_{V_i} Z(X) dX\right] = \frac{1}{V_i} \int_{V_i} m(X) dX$$

$$= \frac{1}{V_i} \int_{V_i} \mathbf{H}^T \mathbf{A}^{-1} \mathbf{F}(X) dX = \mathbf{H}^T \mathbf{A}^{-1} \bar{\mathbf{F}}(V_i) \quad (18)$$

其中

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{F}}(V_i) &= (0, 0, \dots, 0, \frac{1}{V_i} \int_{V_i} f_0(X) dX, \frac{1}{V_i} \int_{V_i} f_1(X) dX, \\ &\dots, \frac{1}{V_i} \int_{V_i} f_K(X) dX)^T \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Var[Z(V_i)] &= E\{Z(V_i) - E[Z(V_i)]\}^2 \\ &= E\left\{\frac{1}{V_i} \int_{V_i} Z(X) dX - \frac{1}{V_i} \int_{V_i} m(X) dX\right\}^2 \\ &= \frac{1}{V_i^2} \int_{V_i} \int_{V_i} Cov[Z(X'), Z(X'')] dX' dX'' \\ &= \frac{1}{V_i^2} \int_{V_i} \int_{V_i} C(X', X'') dX' dX'' \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} Cov[Z(V_i), Z(V_j)] &= E\{[Z(V_i) - E[Z(V_i)]] [Z(V_j) - E[Z(V_j)]]\} \\ &= \frac{1}{V_i V_j} \int_{V_i} \int_{V_j} C(X', X'') dX' dX'' \end{aligned} \quad (20)$$

通常,直接利用(18)~(20)式求出上述离散参量较困难,可采用离散求和的方法。先在 V_i 内选定均匀分布的 m_i 个离散点 $X_{i1}, X_{i2}, \dots, X_{im_i}$, 则(18)~(20)可用(21)~(23)式替代

$$E[Z(V_i)] = \mathbf{H}^T \mathbf{A}^{-1} \bar{\mathbf{F}}(V_i) \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \text{其中 } \bar{\mathbf{F}}(V_i) &= (0, 0, \dots, 0, \frac{1}{m_i} \sum_{k=1}^{m_i} f_0(X_{ik}), \\ &\frac{1}{m_i} \sum_{k=1}^{m_i} f_1(X_{ik}), \dots, \frac{1}{m_i} \sum_{k=1}^{m_i} f_K(X_{ik}))^T \end{aligned}$$

$$Var[Z(V_i)] = \frac{1}{m_i^2} \sum_{k=1}^{m_i} \sum_{k'=1}^{m_i} C(X_{ik}, X_{ik'}) \quad (22)$$

$$Cov[Z(V_i), Z(V_j)] = \frac{1}{m_i m_j} \sum_{k=1}^{m_i} \sum_{k'=1}^{m_j} C(X_{ik}, X_{ik'}) \quad (23)$$

离散点越多,分布越均匀,结果就越准确。

(3) 插值法^[12] 方法是将随机场在各单元体 $V_i (i=1, 2, \dots, n)$ 内的值用单元体结点处的插值函数来代替。若单元体 V_i 有 m 个结点: $X_{i1}, X_{i2}, \dots, X_{im}$, $Z(X_{ik}) (k=1, 2, \dots, m)$ 为随机场 $Z(X)$ 在结点 X_{ik} 处的随机变量,则 $Z(X)$ 在 V_i 内可用 $Z_{V_i}(X)$ 来代替。 $Z_{V_i}(X)$ 为

$$Z_{V_i}(X) = \sum_{k=1}^m N(X) Z(X_{ik}) \quad (24)$$

式中 $N(X)$ 为形函数或某个多项式。 $Z(X)$ 离散后其特征由均值 $E[Z_{V_i}(X)]$ 、方差 $Var[Z_{V_i}(X)] (i=1,$

2, ..., n) 等离散参量来描述, 单元体间的协方差已通过结点间接得以反映。由(24), (12), (7)得

$$\begin{aligned}
 E[Z(V_i)] &= E\left\{\sum_{k=1}^m N_k(X) Z(X_{ik})\right\} \\
 &= \sum_{k=1}^m N_k(X) m(X_{ik}) \\
 &= H^T A^{-1} \sum_{k=1}^m N_k(X) F(X_{ik}) \quad (25)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Var[Z(V_i)] &= \sum_{k=1}^m \sum_{k'=1}^m N_k(X) N_{k'}(X) Cov[Z(X_{ik}), Z(X_{ik'})] \\
 &= \sum_{k=1}^m \sum_{k'=1}^m N_k(X) N_{k'}(X) C(X_{ik}, X_{ik'}) \quad (26)
 \end{aligned}$$

4 计算实例

所研究的岩体为沉积砂岩, 其平面几何形状为长

18 m 宽 6 m 的矩形。在岩体中确定了 19 个取样孔位并进行岩芯取样, 岩芯直径 50 mm, 取样长度 0.5 m 左右, 分别制成高为 125 mm 左右的试块, 并用试验机进行了单轴抗压强度试验。每个孔位的岩石单轴抗压强度为由该孔位所取岩芯制成试块的单轴抗压强度平均值。各取样钻孔孔位及所得单轴抗压强度值分别见图 1 和表 1。

通过空间变异性分析, 该岩体单轴抗压强度随机场为各向同性随机场, 其实验变异函数曲线和理论变异函数曲线如图 2 所示, 理论变异函数表达式为

$$\gamma(h) = \begin{cases} 0 & (h = 0 \text{ m}) \\ 14.09 + 711 \cdot \left[\frac{3}{2} \cdot \frac{h}{8.79} - \frac{1}{2} \cdot \frac{h^3}{8.79^3} \right] & (0 \text{ m} < h \leq 8.79 \text{ m}) \\ 725.09 & (h > 8.79 \text{ m}) \end{cases}$$

变程 a 等于 8.79 m。协方差函数表达式为

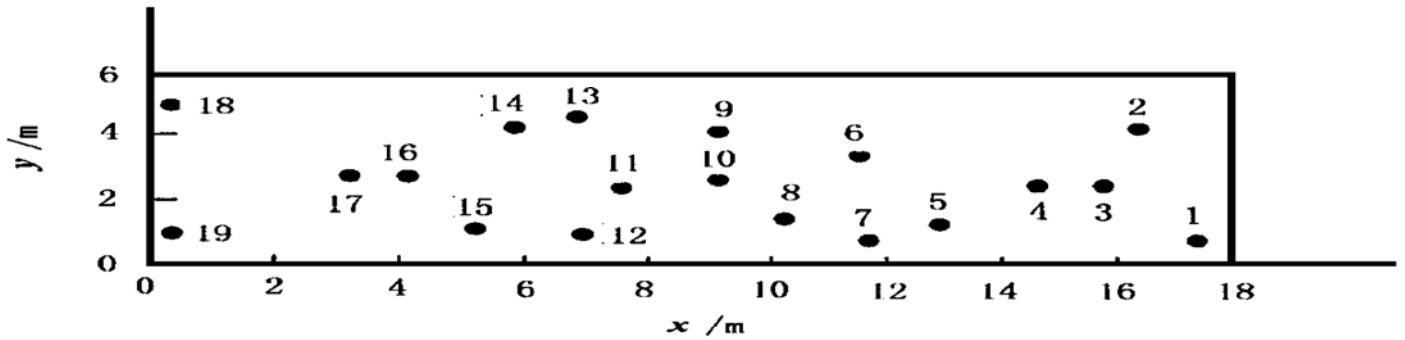


图 1 钻孔位置图

Fig. 1 Locations of the boreholes

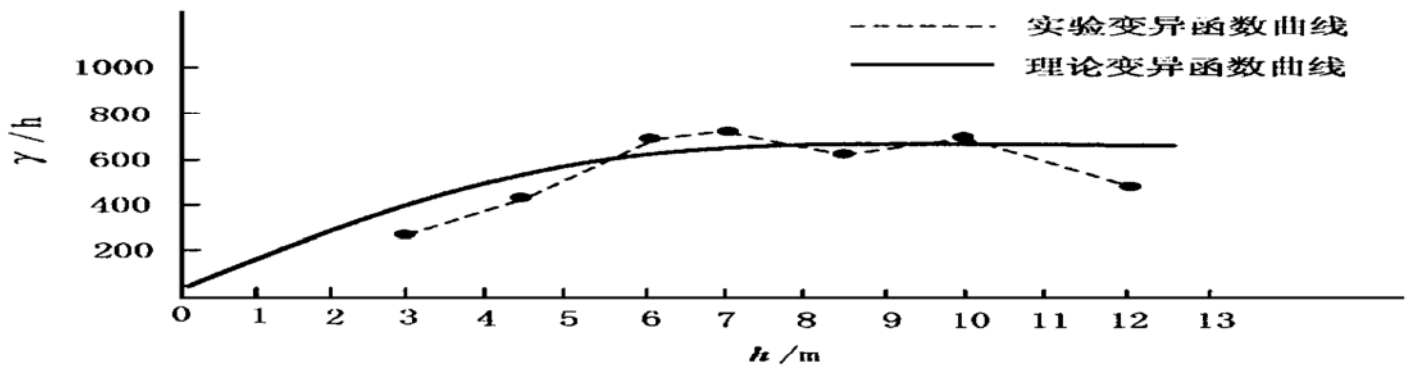


图 2 变异函数

Fig. 2 Variograms

表 1 钻孔孔位及单轴抗压强度值

Table 1 Locations of boreholes and the uniaxial compressive strengths of the samples

钻孔号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	
孔位																				
x	17.2	16.4	15.8	14.5	12.8	11.6	11.8	10.2	9.1	9.1	7.6	6.8	6.6	5.8	5.2	4.1	3.2	0.4	0.4	
y	1.1	4.5	2.6	2.6	1.5	3.5	0.8	1.5	4.4	2.8	2.4	1.2	4.6	4.3	1.6	2.8	2.8	4.8	1.1	
单轴抗压强度																				
/MPa	134	153	119	156	122	146	107	120	114	128	148	141	142	147	130	92	167	113	127	

表2 中心点离散法和局部平均离散法计算结果
Table 2 Results of the central points and the local averages discretion methods

单元体 V_i	$CoV[Z(V_i), Z(V_j)]$																	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	124.6 (123.6)	725.09 (520.31)	361.13 (349.21)	96.07 (111.41)	0 (10.48)	0 (0)	472.5 (418.05)	298.06 (288.0)	76.05 (91.52)	0 (776)	0 (0)	0 (0)	259.17 (239.74)	169.77 (166.50)	32.35 (48.31)	0 (2.84)	0 (0)	0 (0)
2	122.7 (122.3)	361.13 (349.21)	725.09 (520.31)	361.13 (349.21)	96.07 (111.41)	0 (10.48)	298.06 (287.99)	472.52 (418.05)	298.06 (288.0)	76.05 (91.52)	0 (7.76)	0 (0)	169.77 (166.50)	259.17 (239.74)	169.77 (166.50)	32.35 (48.31)	0 (2.84)	0 (0)
3	121.5 (120.4)	361.13 (349.21)	725.09 (520.31)	361.13 (349.21)	96.07 (111.41)	0 (10.48)	76.05 (287.99)	472.52 (418.05)	298.06 (288)	76.05 (91.52)	0 (7.76)	0 (0)	32.35 (48.31)	169.77 (166.50)	259.17 (239.74)	169.77 (166.50)	32.35 (48.31)	0 (2.84)
4	121.3 (119.9)	0 (10.48)	361.13 (349.21)	725.09 (520.31)	361.13 (349.21)	96.07 (111.41)	0 (7.76)	76.05 (91.52)	298.06 (288.0)	472.52 (418.05)	298.06 (288.0)	76.05 (91.52)	0 (2.84)	32.35 (48.31)	69.77 (166.50)	259.17 (239.24)	169.77 (166.50)	32.35 (48.31)
5	121.8 (120.3)	0 (10.48)	0 (10.48)	361.13 (349.21)	725.09 (520.31)	361.13 (349.21)	0 (0)	76.05 (91.52)	298.06 (288.0)	472.52 (418.05)	298.06 (288.0)	76.05 (91.52)	0 (0)	32.35 (48.31)	169.77 (166.50)	259.17 (239.74)	169.77 (166.50)	32.35 (48.31)
6	123.1 (121.5)	0 (0)	0 (10.48)	0 (111.14)	361.13 (349.21)	725.09 (520.31)	0 (0)	0 (0)	76.05 (91.52)	298.06 (287.99)	472.52 (418.05)	76.05 (91.52)	0 (0)	0 (0)	32.35 (48.31)	169.77 (166.50)	259.17 (239.74)	169.77 (166.50)
7	131.9 (130.9)	472.52 (418.05)	298.06 (287.99)	76.05 (91.52)	0 (0)	0 (0)	725.09 (520.31)	361.13 (349.21)	96.07 (111.41)	0 (10.48)	0 (0)	0 (0)	472.52 (418.05)	298.06 (288.0)	76.05 (91.52)	0 (7.76)	0 (0)	0 (0)
8	133.9 (132.6)	298.06 (288.0)	472.52 (418.05)	298.06 (288.0)	76.05 (91.52)	0 (7.76)	0 (0)	361.13 (349.21)	725.09 (520.31)	361.13 (349.21)	96.07 (111.41)	0 (10.48)	0 (0)	298.06 (288.0)	472.52 (418.05)	298.06 (288.0)	76.05 (91.52)	0 (7.76)
9	136.6 (135.1)	76.05 (91.52)	298.06 (288.0)	472.52 (418.05)	298.06 (91.52)	76.05 (7.76)	0 (0)	96.07 (111.41)	361.13 (349.21)	725.09 (520.31)	361.13 (349.21)	96.07 (111.41)	0 (10.48)	76.05 (288.0)	472.52 (418.05)	298.06 (288.0)	76.05 (91.52)	0 (7.76)
10	140.2 (138.4)	0 (7.76)	298.06 (288.0)	472.52 (418.05)	298.06 (288.0)	76.05 (91.52)	0 (0)	96.07 (111.41)	361.13 (349.21)	725.09 (520.31)	361.13 (349.21)	96.07 (111.41)	0 (7.76)	76.05 (91.52)	298.06 (288.0)	472.52 (418.05)	298.06 (288.0)	76.05 (91.52)
11	144.5 (142.5)	0 (7.76)	0 (91.52)	298.06 (288.0)	472.52 (418.05)	298.06 (288.0)	0 (0)	0 (10.48)	96.07 (111.41)	361.13 (349.21)	725.09 (520.31)	361.13 (349.21)	0 (0)	0 (7.76)	76.05 (91.52)	298.06 (288.0)	472.52 (418.05)	298.06 (288.0)
12	149.7 (147.5)	0 (0)	0 (7.76)	0 (91.52)	298.06 (288.0)	472.52 (418.05)	0 (0)	0 (0)	96.07 (111.41)	361.13 (349.21)	725.09 (520.31)	725.09 (520.31)	0 (0)	0 (0)	0 (7.76)	76.05 (91.52)	298.6 (288.0)	472.52 (418.05)
13	114.5 (113.4)	259.17 (239.74)	169.77 (166.50)	32.35 (48.31)	0 (2.84)	0 (0)	472.52 (418.05)	298.06 (288.0)	76.05 (91.52)	0 (7.76)	0 (0)	0 (0)	725.09 (520.31)	361.13 (349.21)	96.07 (111.41)	0 (10.48)	0 (0)	0 (0)
14	120.3 (118.8)	167.77 (166.50)	259.17 (239.74)	169.77 (166.50)	32.35 (48.31)	0 (3.84)	0 (288.0)	472.52 (418.05)	298.06 (288.0)	76.05 (91.52)	0 (7.76)	0 (0)	361.13 (349.21)	725.09 (520.31)	361.13 (349.21)	96.07 (114.41)	0 (10.48)	0 (0)
15	126.8 (125.1)	32.35 (48.31)	169.77 (166.50)	259.17 (239.74)	169.77 (166.50)	32.35 (48.31)	0 (2.84)	0 (91.52)	298.06 (418.05)	472.52 (288.0)	298.06 (288.0)	76.05 (91.52)	0 (7.76)	361.13 (111.41)	725.09 (520.31)	361.13 (349.21)	76.07 (114.41)	0 (10.48)
16	134.3 (132.2)	0 (2.84)	32.35 (48.31)	169.77 (166.50)	259.17 (239.74)	169.77 (166.50)	32.35 (48.31)	0 (7.76)	76.05 (91.52)	298.06 (288.0)	472.52 (418.05)	298.06 (288.0)	76.05 (91.52)	96.07 (114.41)	361.13 (349.21)	725.09 (520.31)	361.13 (349.21)	96.07 (114.41)
17	142.5 (140.0)	0 (0)	0 (2.84)	32.35 (48.31)	169.77 (166.50)	259.17 (239.74)	169.77 (166.50)	0 (0)	76.05 (91.52)	298.06 (288.0)	472.52 (418.05)	298.06 (288.0)	76.05 (91.52)	96.07 (114.41)	361.13 (349.21)	725.09 (520.31)	361.13 (349.21)	96.07 (114.41)
18	151.6 (148.7)	0 (0)	0 (0)	32.35 (48.31)	169.77 (166.50)	259.17 (239.74)	259.17 (239.74)	0 (0)	76.05 (91.52)	298.06 (288.0)	472.52 (418.05)	472.52 (418.05)	0 (0)	0 (0)	96.07 (114.41)	361.13 (349.21)	725.09 (520.31)	361.13 (349.21)

注:()内数据为局部平均离散法计算结果

$$C(h) = \begin{cases} 725.09 & (h = 0) \\ 711 \left[1 - \frac{3}{2} \cdot \frac{h}{8.79} + \frac{1}{2} \cdot \frac{h^3}{8.79^3} \right] & (0 < h \leq 8.79 \text{ m}) \\ 0 & (h > 8.79 \text{ m}) \end{cases}$$

将岩体划分成 18 个长为 3 m 宽为 2 m 的单元体, 如图 3 所示。表 2 分别是采用中心点离散法和局部平均离散法所得计算结果。采用局部平均离散法计算时各单元体都采用了 25 个离散点, 离散点在单元体内均匀分布。漂移阶数二阶, 其表达式为 $m(x, y) = a_0 + a_1x + a_2y + a_3x^2 + a_4xy + a_5y^2$ 。

• 13	• 14	• 15	• 16	• 17	• 18
• 7	• 8	• 9	• 10	• 11	• 12
• 1	• 2	• 3	• 4	• 5	• 6

图 3 单元体划分

Fig. 3 Division of the elements

6 结 语

在现有的随机场离散方法中, 离散参量的求出通常都是通过假定随机场为平稳弱变异高斯随机场来实现。在用随机有限元法计算岩土工程可靠度时, 岩土力学参数通常都被看成是一个空间随机场。然而, 岩土力学参数随机场并不一定属于平稳弱变异高斯随机场, 随机场的空间变异特征应通过对其作空间变异性

分析才能确定, 在此基础上所得到的随机场离散结果会更为合理。采用地质统计学中有关随机场的空间变异性分析及参数最优无偏估值方法无疑为其提供了一条可行途径。

参 考 文 献

- 1 张征等. 岩土参数空间变异性分析原理与最优估计模型. 岩土工程学报, 1996, 18(4): 40~ 47
- 2 秦汉. 随机有限元及其进展. 工程力学, 1994, 11(4): 1~ 10
- 3 刘宁, 吕泰仁. 随机有限元及其工程应用. 力学进展, 1995, 25(1): 114~ 126
- 4 Journel A G, Huigbregts CH J. Mining geostatistics. Academic Press, 1980
- 5 侯景儒, 郭光裕. 矿床统计预测与地质统计学的理论及应用. 北京: 冶金工业出版社, 1993
- 6 孙洪泉. 地质统计学及应用. 徐州: 中国矿大出版社, 1986
- 7 Der Kiureghian, Ke J. Stochastic finite element method in structural reliability. Probability Engng Mech, 1988, 3(2): 83~ 91
- 8 Vanmarcke E. Stochastic finite element analysis of simple beams. J Engng Mech, 1983, 109(5): 1203~ 1214
- 9 Zhu W Q, Ren Y J, Wu W Q. Stochastic FEM based on local averages of random vector fields. J Engng Mech, 1992, 118(3): 496~ 511
- 10 朱位秋, 任永坚. 随机场的局部平均与随机有限元法. 航空学报, 1986, 7(6): 604~ 611
- 11 朱位秋, 任永坚. 基于随机场局部平均的随机有限元法. 固体力学学报, 1988, 7(6): 604~ 611
- 12 Liu W K, Nauli A. Random fields finite element. Int J Numerical Methods in Engng, 1986, 23(10): 1831~ 1845