

加锚岩体的界面应力元模型*

The interface stress element model for anchored rock mass

章 青 卓家寿

(河海大学土木工程学院, 南京, 210098)

文 摘 基于不连续介质变形体的界面应力元法建立了加锚岩体新的数值模型, 该模型可以仿真各种加固锚件的复杂几何布局, 对加固锚件的位置、长度、倾向、倾角等均无任何限制和要求。数值算例表明: 文中的计算模型能够较好地揭示加锚岩体的工作性态, 具有广阔的应用前景。

关键词 加锚岩体, 界面应力元, 计算模型, 加固锚件。

中图法分类号 TU 452

作者简介 章 青, 男, 1963 年生, 1987 年获河海大学硕士学位, 副教授, 主要从事水工结构和岩石工程时空非线性分析研究。

Zhang Qing Zhuo Jiashou

(College of Civil Engineering, Hohai University, Nanjing, 210024)

Abstract Based on the interface stress element model for discontinuous medium of deformable body, a new numerical model is proposed for anchored rock mass in this paper. The model can fully imitate all kinds of reinforcing bolts that have complex geometry distribution. No limitations are required on the position, length, direction, angle of reinforcing bolts. The results of the numerical analysis employed show that the present model can describe clearly the behavior of rock mass and is promising for engineering application.

Key words anchored rock mass, interface stress element, computational model, reinforced bolt.

效应和加锚岩体的工作性态。

1 前 言

在地下结构、岩石边坡等工程中, 通常要进行大范围开挖, 开挖卸荷往往会危及岩体的稳定性。为此, 工程上最常见的处理措施是施加各种加固锚件, 包括普通锚杆、预应力锚杆和预应力锚索, 以改善岩体的应力状态, 提高围岩的稳定性。对于这类加锚岩体的数值模拟, 目前主要还是基于有限单元法, 以杆单元模拟加固锚件, 反映其刚度贡献和对岩石的预压作用, 但由于有限单元法是位移协调模型, 故锚件单元需布置于块体单元的棱边上, 杆单元的结点与块体单元的结点相一致, 加固锚件的长度、倾向、倾角受单元网络的制约, 往往难以完全仿真各种锚件复杂的几何布局, 通常是采用概化处理的方法以等效集中的形式计入锚件的作用, 从而使得计算模型与实际的加锚状态存在着一定的差异。因此, 迫切需要创建新的数值分析模型, 提高加锚岩体的仿真性和数值计算精确度。

面临上述背景, 本文在 Kawai 工作的基础上^[1], 基于文献[2], [3]所创立的不连续介质变形体的界面应力元法, 建立了加锚岩体新的数值分析模型。该模型将加固锚件视为穿过岩块单元界面的元件, 参与岩石协同工作。由于所建立的分析模型是位移非协调模型, 故加固锚件的位置、长度、数量和倾角、倾向等可以是任意的, 不受离散块体单元网络的限制, 能够仿真各种锚件的复杂几何布局, 更为全面地揭示了实际加锚

2 计算模型与分析方法

2.1 界面应力元法

该法系综合目前岩体数值分析两大类计算模型——连续介质变形体模型和不连续介质刚体模型的特点所建立的不连续介质变形体的新的数值分析方法, 其基本思路是假定块体单元的变形累积于界面层上, 以分片刚体位移场逼近实际的位移场, 以块体单元交界面上的界面应力表征结构的应力场, 再通过计算力学原理建立求解块体单元形心刚体位移的支配方程。显然, 由于界面元法所取位移模式为分片刚体位移模式, 故在块体单元的界面上, 位移可以是不连续的, 能够较好地反映岩体滑移、开裂等变形特征。

界面元法的关键在以下三大部分。

(1) 构造由分片刚体位移模式组成的位移场

设离散块体单元内任一点的位移 $\mathbf{u} = [u, v, w]^T$ 为

$$\mathbf{u} = \mathbf{N} \mathbf{u}_g \quad (1)$$

其中 $\mathbf{u}_g = [u_g, v_g, w_g, \theta_x, \theta_y, \theta_z]^T$ 为待求未知量, 含块体单元形心点的三个线位移和三个角位移; \mathbf{N} 是

* 国家自然科学基金会和中国长江三峡工程开发总公司联合资助的重大项目(No. 594936003)。

到稿日期: 1997-12-15。

形函数或位移插值基函数,且

$$N = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & z - z_g & y_g - y \\ 0 & 1 & 0 & z_g - z & 0 & x - x_g \\ 0 & 0 & 1 & y - y_g & x_g - x & 0 \end{vmatrix}$$

(2) 导出界面应力公式

界面上任一点的界面应力可由横跨该界面点联接两相邻块体单元微分条的变形、平衡和本构关系导出。对于弹性介质,界面应力与该点对整体位移的关系式为

$$T_l = DL^{(1)}(u^{(2)} - u^{(1)}) \quad (2)$$

式中 $T_l = [\sigma_n, \tau_{s_1}, \tau_{s_2}]^T$ 为界面上任一点沿局部坐标方向的正应力和剪应力; $u^{(1)}, u^{(2)}$ 为该点在二侧不同块体单元内沿整体坐标方向的位移列阵; L 是界面上局部坐标矢量的方向余弦矩阵,由于界面二侧的局部坐标方向相反,故有 $L^{(1)} = -L^{(2)}$; 而 D 为弹性矩阵,其元素的具体形式可见文献[2], [3]。

(3) 建立求解基本未知量的支配方程

把虚功原理应用于界面应力元模型中可以得到

$$\sum_e \int_{S_0^e} \delta u_l^T T_l ds = \sum_e \int_{\Omega^e} \delta u^T f d\Omega + \int_{S_0^e} \delta u^T \bar{p} ds \quad (3)$$

上式等号左、右两边分别表示离散化后的内力虚功和外力虚功。式中符号意义为: Ω 是离散单元的定义域; S_0^e 是离散单元的应力边界; S_0^e 为离散块体单元之间的交界面; δu_l 为 S_0^e 上用局部坐标表示的虚位移,并有 $\delta u_l^{(i)} = L^{(i)} \delta u^{(i)} (i = 1, 2)$ 。

将分片刚体位移模式(1)和界面应力公式(2)代入式(3),整理后可以得到形如有限元的支配方程

$$KU = Q \quad (4)$$

式中 K 系由各界面刚度集合而成的整体刚度矩阵; Q 为作用于各块体单元形心的广义荷载列阵(含力矢和力矩); U 为由各块体单元形心处三个线位移和三个角位移所组成的整体位移列阵。式(4)表示各离散块体单元形心处的平衡方程。

求解式(4)得到结构的位移场后,便可由各界面上的点对相对位移值由式(2)求解界面上任一点的应力,获得结构的应力场。

2.2 加锚岩体的数值模拟

考虑某岩体结构,施加锚杆(或预应力锚索)不失一般性,锚杆(索)的位置、长度、倾角可以任意,并穿过若干个块体单元(图1)。

将锚杆(索)离散化,视作由穿过各块体单元界面的分段锚杆(索)所组成,并取锚杆(索)沿长度方向在各块体单元的中点分别为 $P_i, P_j, P_m \dots$ 。

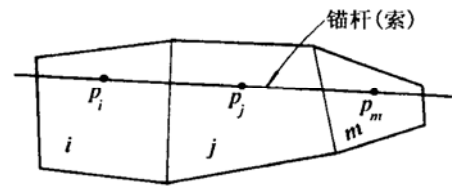


图1 岩体和锚杆(索)的布置

Fig. 1 Rock mass and position of reinforcing bolt

考虑穿过离散块体单元 i, j 界面的锚杆(索)段,记其在整体坐标系中的方向余弦矩阵为 L_B , 由于块体单元 i, j 的变形引起的 P_i, P_j 点沿锚杆(索)局部坐标方向的相对位移 $\delta_B = [\delta_n, \delta_{s_1}, \delta_{s_2}]^T$ 可表示为

$$\delta_B = L_B(\delta_{B'}^i - \delta_{B'}^j) = L_B N_B^* u^* \quad (5)$$

式中 $N_B^* = [-N^{P_i}, N^{P_j}]$, $u^* = [u_{g_i}, u_{g_j}]^T$ 。

该段锚杆(索)的内力 $F_B = [F_N, F_{t_1}, F_{t_2}]^T$ 可以表示为

$$F_B = D_B \delta_B \quad (6)$$

其中的 D_B 为锚杆(索)的弹性矩阵,其具体形式可由锚杆(索)的受力和变形规律导出如下。

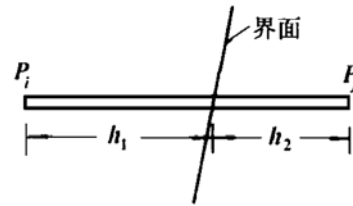


图2 锚杆(索)的界面应力元模型

Fig. 2 Interface stress element model of reinforcing bolt

如图2所示,将穿过界面的 P_i, P_j 锚杆(索)段视作界面元件,并假定沿锚杆(索)局部坐标方向的正应力和剪应力分别为 σ_n 和 $\tau_{s_k} (k = 1, 2)$, 界面二边对应的锚杆(索)正应变和剪应变分别为 $\epsilon_n^{(l)}$ 和 $\gamma_{s_k}^{(l)} (l, k = 1, 2)$, 则

$$\begin{vmatrix} \epsilon_n^{(l)} = \delta_n^{(l)} / h_l \\ \gamma_{s_k}^{(l)} = \delta_{s_k}^{(l)} / h_l \end{vmatrix} \quad (l, k = 1, 2) \quad (7)$$

其中 h_1, h_2 分别为界面二边锚杆(索)的长度; $\delta_n^{(1)}, \delta_n^{(2)}$ 和 $\delta_{s_k}^{(1)}, \delta_{s_k}^{(2)}$ 分别为界面二边锚杆(索)的法向和切向变形。略去锚杆(索)的切向正应变,有

$$\begin{vmatrix} \sigma_n^{(l)} = (\lambda + 2G) \epsilon_n^{(l)} \\ \tau_{s_k}^{(l)} = G \gamma_{s_k}^{(l)} \quad (l, k = 1, 2) \end{vmatrix} \quad (8)$$

根据锚杆(索)在界面处的应力连续条件

$$\begin{vmatrix} \sigma_n^{(1)} = \sigma_n^{(2)} = \sigma_n \\ \tau_{s_k}^{(1)} = \tau_{s_k}^{(2)} = \tau_{s_k} \end{vmatrix} \quad (9)$$

并注意到

$$\begin{vmatrix} \delta_n = \delta_n^{(1)} + \delta_n^{(2)} \\ \delta_{s_k} = \delta_{s_k}^{(1)} + \delta_{s_k}^{(2)} \end{vmatrix} \quad (10)$$

综合(7)~(10)式可得

$$\begin{cases} \sigma_n = (\lambda + 2G) \delta_n / (h_1 + h_2) \\ \tau_{sk} = G \cdot \delta_{sk} / (h_1 + h_2) \end{cases} \quad (11)$$

以内力表示并改用矩阵形式即可得到形如式(6)

的方程, 其中 $D_B = \frac{A}{h} \begin{bmatrix} \lambda + 2G & 0 \\ 0 & G \end{bmatrix}$, 而 A 为锚杆

(索) 截面积, $h = h_1 + h_2$ 为 $P_i P_j$ 段锚杆(索) 长度。

于是根据虚功原理, 在式(3)左端内力虚功项中, 对于穿过锚杆(索)的界面应包含锚杆(索)的贡献, 将式(5), (6)代入后, 可以导出由于锚杆(索)的作用所引起的界面劲度

$$\Delta k = N_B^{*T} L_B^T D_B L_B N_B^* \quad (12)$$

若有预应力 P_0 作用, 则类似于集中荷载的处理, 根据离散单元的刚体位移模式, 在式(3)右端外力虚功项中考虑预应力 P_0 效应, 得到由预应力所引起的等效荷载列阵

$$\Delta Q = N_B^{*T} L_B^T P_0 \quad (13)$$

在集合成 K 和 Q 的过程中, 计入锚杆(索) Δk 和 ΔQ 的作用, 便可建立类似(4)式的支配方程。

对于穿过同一界面的多个锚杆(索)或锚杆(索)穿过的 n 个界面, 皆可类似处理。由此可见, 界面应力元模型可以较好地模拟锚杆(索)的效应对岩体的强化作用, 特别是在几何布局上可以完全仿真锚杆(索)的布置、长度、倾角等, 且不为网格剖分增加任何困难, 避免了传统概化模型引入的误差。

此外, 对于岩石一类介质的非线性问题, 采用界面应力元模型亦可方便地进行处理, 只需将界面元件视为相应的塑性元件或粘性元件或接触元件, 选择某种准则将式(2)中的 D 矩阵加以修正即可。特别地, 界面应力元模型在处理岩体中各种软弱结构面时尤为方便, 只需在网格剖分时用界面表征结构面的位置, 并辅以某种指示信息描述其厚度和材料特性, 而一般无需设置各种夹层单元, 大大简化了计算前处理的难度和工作量, 从而为复杂岩体数模仿真提供了一个切实可行的分析模型。

3 数值算例

3.1 悬臂梁梁端受切向力作用

如图3所示的悬臂梁在梁端受切向力 P 作用, 采用 8×2 网格离散, 为反映加锚效应, 在穿过上排单元的形心处布置一根水平锚杆, 所采用的计算参数如下。

梁: $E = 2 \times 10^4 \text{MPa}$, $\mu = 0.20$, $P = 1 \text{MPa}$, $h = 2\text{m}$, $l = 8\text{m}$ 。

锚杆: $E_g = 2 \times 10^6 \text{MPa}$, $\mu = 0.20$, 预应力 $P_{0n} = 1\text{MN}$, 直径 $d = 4 \times 10^{-2}\text{m}$ 。

计算所得的悬臂梁轴线 y 向位移及 $x = 4.0\text{m}$ 截面正应力 σ_x 的分布如图4、图5所示。

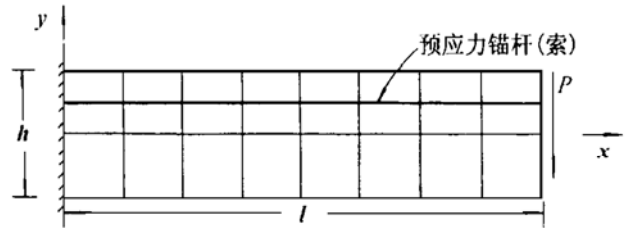


图3 悬臂梁及其网格

Fig. 3 Cantilever beam and its mesh

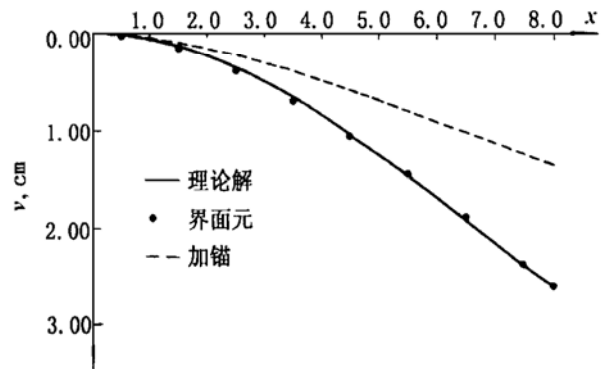


图4 梁的轴线 y 向位移

Fig. 4 y -displacement of beam ($y = 0$)

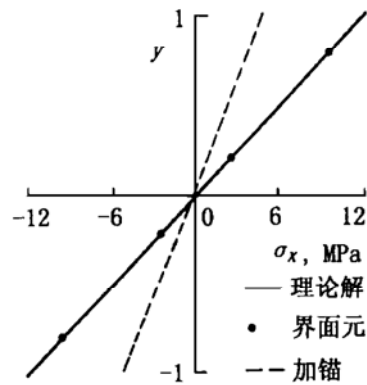


图5 $x = 4$ 截面梁的正应力

Fig. 5 Normal stress distribution of beam ($x = 4$)

从计算结果可以看出, 当不施加锚杆时, 界面元模型得到的位移和应力成果与理论解吻合很好, 其位移误差约为 2.6%, 而应力误差仅为 0.05%。应力精度不低于甚至高于位移精度, 是因为界面应力可以从式(2)直接求出, 且与相邻单元的相对位移有关, 避免了对位移的求导运算。

当施加锚杆后, 锚杆参与梁的受力, 梁的轴线位移减小, 正应力也相应减小, 同时, 中性轴略向上移, 梁的承载能力有所提高, 符合实际情况。

3.2 工程算例分析

图6为某水电工程左岸坝区地质构造示意图, 基

岩主要为前震旦系变质岩,间或有花岗伟晶岩脉侵入。在左坝肩上游有 f_{36} 冲沟,坝体下游约 200m 处有深切达 100m 以上的左坝沟及其支沟,由此在坡顶形成一个三面临空的单薄梁。此外,高程 2155~ 2166m 的缓倾断层 F_{34} 平切整个单薄的山体,拱端下游近处,存在数条顺层断层 $f_{20}, f_{24}, f_{33}, f_{35}$ 和顺河向断层 F_{26} ,将左坝肩上部岩体切割得比较破碎。由于边坡上片理及软弱结构面发育,倾角中陡,开挖中可形成顺向坡或有软弱结构面在坡面出露,构成不稳定岩体,岩质边坡稳定问题十分突出。

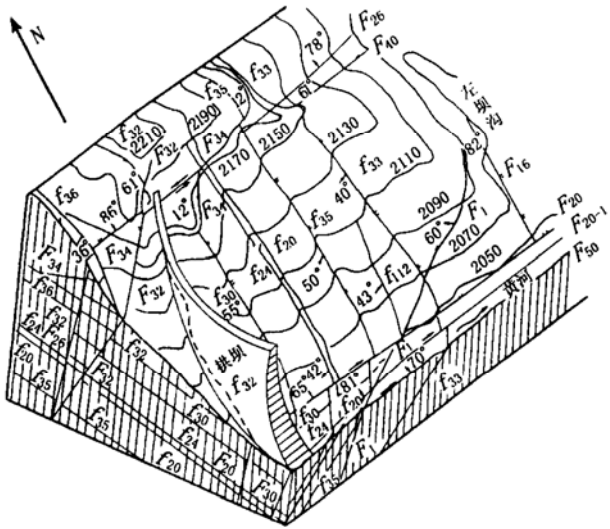


图 6 坝区左岸地质构造示意图

Fig. 6 The geological structure for left-bank of dam district

采用的综合加固措施包括大范围的 1MN, 3MN 预应力锚索, 0.6MN 高强锚杆和 3 \varnothing 36 锚筋桩及设置抗剪传力洞。

应用界面应力元计算时模拟了坝肩左岸山体各级岩体和 7 条主要断层(含 $F_{34}, F_{26}, F_{20}, F_{32}, f_{33}, f_{35}$ 及 f_{20}^* 组),考虑自上而下分级开挖程序(概化为 4 级),离散后形成界面单元总数为 4398,锚杆(索)单元 1394。

计算所得成果含各级开挖和加固过程中的变形、应力及开裂破坏区和滑移区的分布情况等,为便于评判边坡的稳定状态,还给出了 12 组可能滑体的稳定安全系数。限于篇幅,本文择要介绍其中有代表性的两组可能滑体在开挖过程中加锚前后的稳定性变化情况,其中 A 组为断层 F_{26}, f_{20}^* 与 2140 高程底滑面及坝肩开挖形成的临空面所构成的可能滑体, B 组为断层 F_{26}, f_{20}^* 与 2100 高程底滑面及坝肩开挖形成的临空面所构成的可能滑体。计算所需的有关参数见文献[4],开挖过程中上述两组可能滑体的稳定安全系数如表 1 所示。

表 1 可能滑体的稳定安全系数

组别	天然状况	一级开挖	二级开挖	三级开挖	四级开挖
A	3.058	2.244 (2.362)	2.140 (2.317)	1.893 (1.933)	1.882 (1.897)
B	2.232	2.233 (2.412)	1.751 (1.829)	1.991 (2.019)	1.886 (2.002)

表中括号内数值为加锚后的稳定安全系数,未加括号的则为未加锚开挖对应的稳定安全系数。从计算成果可见,由于边坡开挖,特别是左岸坝肩建基面的开挖,减少了可能滑体的底滑面并增大了临空面,使可能滑体的稳定安全系数有所降低(只是对于 B 组可能滑体,出露面较深,表层的一级开挖降低了滑动面上的下滑力,使该滑体的稳定安全系数略有提高,但幅度极小),尤其是第二级开挖恰好至 2100 高程,与 B 组可能滑体出露面高程相一致,故该级开挖时对 B 组可能滑体扰动最为明显,稳定安全系数降低较大。实施加固措施后,两组可能滑体稳定安全系数均有所增加,但幅度有限,一般在 8% 以内。

综合来看该工程的安全储备偏低,特别是左坝肩下游侧存在较为危险的区域,这也为以后的工程实践所证实。

4 结 语

基于不连续介质变形体的界面应力元法所建立的加锚岩体分析模型,能够较好地反映岩体位移不连续性和锚杆(索)的加锚效应,特别是该模型可以完全仿真众多锚杆(索)的复杂空间布局是有限元法所不及的,不论锚杆(索)的长度、位置、倾角如何分布,均可方便地计入其效应。此外,该模型还能很好地模拟锚件、砂浆、岩体之间界面的相互作用。为了更加深入地探讨加锚机理和提供更加切合实际的数值仿真模型,我们仍在做进一步的研究。

参 考 文 献

- 1 Kawai T. A new discrete model for analysis of solid mechanics problem. Seisan Kenkyn, 1977, 29(4): 208~ 210.
- 2 卓家寿,赵宁. 不连续介质静、动力分析的刚体——弹簧元法. 河海大学学报, 1993, 21(5): 34~ 43.
- 3 Zhou Jiashou, Zhang Qing, et al. The interface stress element methods for discontinuous medium related to rock masses. In: Proc of the 8-th ICRM. Tokyo, Japan: [s. n.], 1995. 939~ 941.
- 4 河海大学工程力学系. 李家峡层状岩质边坡稳定分析与综合加固机理研究[内部研究报告]. 1995.