

刚体和土体的相互作用原理

Principle of interaction between rigid body and soil

李峰亮

(铁道部第四勘测设计院, 武汉, 430063)

文 摘 在荷载作用下,刚体与其周围土体之间会产生相对于刚体表面的法向位移和切向位移。由于刚体不可变形,这些相对位移只能通过土体的法向和切向变位来实现。但这两种相对位移不是孤立的,它们通过刚体绕某一特定点 (x_0, y_0) 转动一个微小角度 φ_0 被统一起来。文中从刚性抗滑桩空间受力状态的静力平衡条件出发,推导了若干组静力平衡方程式。将这些方程组简化后,用于刚性明挖基础的计算,结果基底竖向应力和目前通行的计算方法完全相同。

关键词 岩土力学模型,法向压缩抗力,切向弯曲抗力,刚性抗滑桩,刚性明挖基础。

中图法分类号 TU432

作者简介 李峰亮,男,1939年生,大学本科毕业,高级工程师。长期从事岩土工程的勘察、设计、施工、监理和信息工作。1973年开始关注和研究刚体和土体的相互作用问题。

Li Fengliang

(The 4th Survey and Design Institute, Ministry of Railways, Wuhan, 430063)

Abstract The following idea about the interaction between rigid body and soil are put forward in this paper. Under loads, a rigid body and the surrounding soil will change relatively their positions normal to or tangent to the faces of the rigid body. Since the rigid body can not be deformed, these positions changes can only be done by the deformations of normal compression or tangential bending of the surrounding soil. These two relative changes of position are not separated mutually, and can be interconnected by that the rigid body turns a little angle φ_0 round a special point (x_0, y_0) . The paper deduces several groups of static equations depending upon the space static balance conditions of the rigid piles against sliding. Simplifying the equations and using them to the calculations of rigid foundations, the results of vertical pressure stresses are same completely with the traditional theory.

Key words model of rock and rigid mechanics, normal compressing resistance, tangent bending resistance, rigid piles against sliding, rigid foundation.

1 引 言

土木工程中,有一部分构件是置于土体或岩体中,或直接和土体相接触的。在一定条件下,可以把这些构件视为刚体。如桥梁墩台的明挖基础、房屋建筑的刚性基础、挡土墙的明挖基础、地下建筑物的刚性边墙、滑坡治理工程中的刚性抗滑桩,以及其他可视其刚度为无限大的刚体构件。这些构件的作用通常是把上部结构和自身的荷载传给土体。这就是本文准备讨论的刚体和土体的相互作用问题。

2 基本假设

为了研究问题方便,特提出 4 个最普通的土力学现象作为分析和演绎的基础。

基本假设一 刚体和土体间不会发生相对滑移。

基本假设二 在直剪破坏前刚体表面邻近土体的变形有两种表现形式,即弯曲变形和压缩变形。

基本假设三 土体的变形抗力与变形量成正比。

基本假设四 刚体和土体的接触面有脱离趋势时,土体回弹以保持接触。

3 静力计算的数学模型

如图 1 所示,土体中的一块刚体,受荷前的位置为 $A'B'C'D'$,受到荷载 N 的作用后,位置为 $ABCD$ 。刚体在荷载方向产生了位移 Δ 。这个位移对刚体各个面的不同方向有不同的意义:在 AB 面的法线方向是法向位移 Δ ;在 AD 面和 BC 面的切线方向则是切向位移 Δ 。刚体对所接触的土体发生法向位移对土体会产生法向压缩变形是众所周知的。刚体对所接触的土体发生切向位移会产生什么效应?这时,刚体 AD 面上和 BC 面上发生切向位移 Δ ,其位移条件和一块承受竖向荷载的平板刚体置于土体表面时发生位移 Δ 的条件完全相同。

既然土体有两种变形形式,也就有两种变形抗力,即法向压缩抗力和切向弯曲抗力。根据基本假设三,法向压缩抗力与压缩变形之间的关系及切向弯曲抗力与弯曲变形之间的关系,可分别用图 2 中的两条曲线表示。图中 oa 段和 ob 段是两条曲线的直线段。若分别令两直线段的斜率为 k 和 ψ ,则

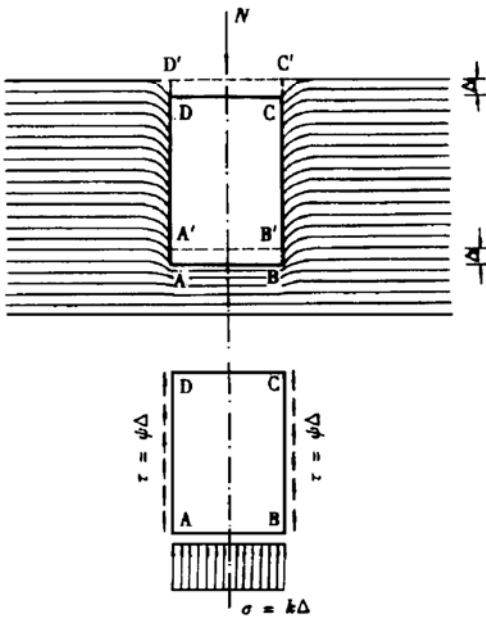


图 1 土体的两种受力变形

Fig.1 Two types of deformation of soil

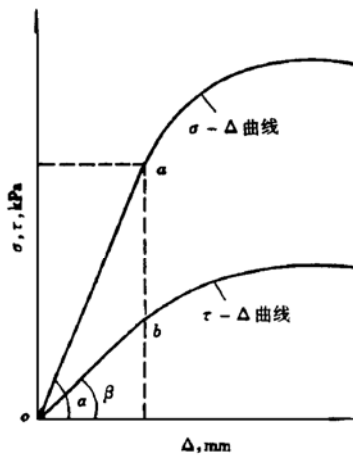


图 2 压缩抗力和弯曲抗力关系

Fig.2 Relationship between compressing reaction and bending reaction

$$\sigma = \text{tg}\alpha \cdot \Delta = k\Delta \tag{1}$$

$$\tau = \text{tg}\beta \cdot \Delta = \psi\Delta \tag{2}$$

式中 k 为土体的法向压缩抗力系数; ψ 为土体的切向弯曲抗力系数, 单位均为 kPa/mm 。再引入比例系数

$$n = \text{tg}\alpha/\text{tg}\beta = k/\psi \tag{3}$$

由图 2 可以看出, n 相当于 oa 和 ob 两直线段的斜率比, 可称之为土体的抗力系数比。由式(3)知 $\psi = k/n$, 则式(2)变为

$$\tau = (k/n)\Delta \tag{4}$$

由此看来, 刚体构件就是通过周围土体的压缩变形和弯曲变形来实现荷载向土体的传递。

如图 3 所示的刚性抗滑桩, 在荷载 T_0, N_0 和 M_0 的作用下, 经过某种位移后, 刚体的位置从 $A'B'C'D'$ 变

到 $ABCD$ 而达到平衡状态。周围土体则由此发生弹性变形而对刚体产生抗力。这些变形抗力和荷载一起维持该刚体的静力平衡状态。显而易见, 尽管这些力实际上是空间力系, 但所有力都和 xoy 平面平行, 故仍可视作平面力系。需要注意的是, 在 AD 面上刚体和土体有脱离趋势, 但根据基本假设四这并不妨碍该面产生切向抗力。

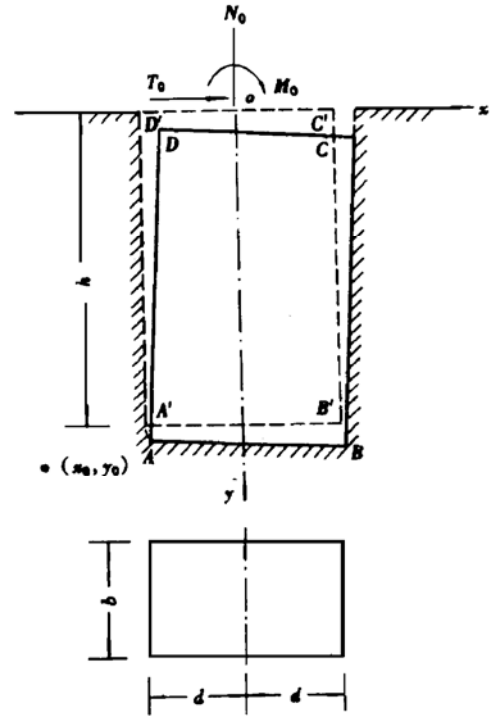


图 3 刚体绕特定点转动的平衡状态

Fig.3 Balance of a rigid body turning round a special point

4 抗力计算通用公式的推导

土体的法向压缩抗力系数, 习惯称地基系数, 或地基弹性抗力系数。按照地基系数随深度变化的不同假定, 桩的抗力计算又有 k 法、 m 法和 c 法三种^[1]。按照土力学的库仑定律, 土的抗剪强度与土所受到的正压应力成正比, 而这种正压应力是随深度变化的。故这里假定, 土体的切向弯曲抗力系数与法向压缩抗力系数一样, 也随深度有三种不同的变化规律。为了使问题简单明了, 先考察单一地层时的情形, 也暂不考虑刚体侧面土体和底面土体的抗力系数差异。为了节省篇幅, 只将用上述三种方法推导的三组方程式列出。

4.1 k 法的通式

某一抗滑桩, 其截面宽度为 b , 高度为 $2d$, 埋入土体中的深度为 h 。如果假定地基土的弹性抗力系数, 包括法向压缩抗力系数和切向弯曲抗力系数, 不随深度变化, 即 $k = n\psi = \text{常数}$ 。这就是 k 法计算的情形。此时

$$\left. \begin{aligned} 2(nbh + 4dh + 2bd)y_0 - (nbh + 4dh + 4bd)h \\ = 2nT_0/k\varphi_0 \\ - 2(bh + 2dh + nbd)x_0 = nN_0/k\varphi_0 \\ - 3h(nbh + 4dh + 4bd)y_0 + 2(6bd^2h + 6bdh^2 \\ + 4dh^3 + 4d^3h + 2nbd^3 + nbh^3) = 6nM_0/k\varphi_0 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

是一线性方程组,极易用行列式求解。解出 x_0, y_0, φ_0 后即可求出各控制点的接触应力和相对位移值,锚固条件不难确定。

4.2 m 法的通式

如果假定地基的弹性抗力系数随深度呈直线变化,即 $k = my$,其中 m 为土的抗力系数随深度变化的比例系数。此时式(1)和式(4)分别为

$$\sigma = my\Delta \quad (6)$$

$$\tau = \frac{m}{n}y\Delta \quad (7)$$

此时,线性方程组为

$$\left. \begin{aligned} 3(nbh + 4dh + 4bd)y_0 - 2(nbh + 4dh + 6bd)h \\ = 6nT_0/mh\varphi_0 \\ - (bh + 2dh + 2nbd)x_0 = nN_0/mh\varphi_0 \\ - 4h(nbh + 4dh + 6bd)y_0 + (12bd^2h + 24bdh^2 \\ + 12dh^3 + 8d^3h + 8nbd^3 + 3nbh^3) = 12nM_0/mh\varphi_0 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

4.3 c 法的通式

如果假定地基的弹性抗力系数随深度呈 0.5 次幂的凸抛物线变化,即 $k = cy^{0.5}$,其中 c 为土的抗力系数随深度变化的比例系数。此时式(1)和式(4)分别为

$$\sigma = cy^{0.5}\Delta \quad (9)$$

$$\tau = \frac{c}{n}y^{0.5}\Delta \quad (10)$$

则线性方程组为

$$\left. \begin{aligned} 10(nbh + 4dh + 3bd)y_0 - 6(nbh + 4dh + 5bd)h \\ = 15nT_0/ch^{0.5}\varphi_0 \\ - 2(2bh + 2dh + 3nbd)x_0 = 3nN_0/ch^{0.5}\varphi_0 \\ - 126h(nbh + 4dh + 5bd)y_0 + 10(42bd^2h \\ + 63bdh^2 + 36dh^3 + 14d^3h + 21nbh^3 + 9nbh^3) \\ = 315nM_0/ch^{0.5}\varphi_0 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

5 考虑应力重分布的计算

按照通式的计算,如果特定点 (x_0, y_0) 在刚体内,则刚体底面(图 3 的 AB 面)的法向会出现一部分拉应力。刚体的这一部分和土体有分离趋势。根据“基本

假设四”,此时土体会产生一定的胀伸量以保持刚体和土体的接触面不发生分离。但是,如果不让刚体底面承受拉应力时,则需进行应力重分布计算。三种情形的三组方程式分别如下:

a)用 k 法计算

$$\left. \begin{aligned} 2(nbh + 4dh + 2bd)y_0 - (nbh + 4dh + 4bd)h \\ = 2nT_0/k\varphi_0 \\ nbx_0^2 - 2(2bh + 4dh + nbd)x_0 + nbd^2 = 2nN_0/k\varphi_0 \\ nbx_0^3 - 3nbd^2x_0 - 3h(nbh + 4dh + 4bd)y_0 + 2(6bd^2h \\ + 6bdh^2 + 4dh^3 + 4d^3h + nbd^3 + nbh^3) = 6nM_0/k\varphi_0 \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

b)用 m 法计算

$$\left. \begin{aligned} 3(nbh + 4dh + 4bd)y_0 - 2(nbh + 4dh + 6bd)h \\ = 6nT_0/mh\varphi_0 \\ nbx_0^2 - 2(bh + 2dh + nbd)x_0 + nbd^2 = 2nN_0/mh\varphi_0 \\ 2nbx_0^3 - 6nbd^2x_0 - 4h(nbh + 4dh + 6bd)y_0 \\ + (12bd^2h + 24bdh^2 + 12dh^3 + 8d^3h + 4nbd^3 \\ + 3nbh^3) = 12nM_0/mh\varphi_0 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

c)用 c 法计算

$$\left. \begin{aligned} 10(nbh + 4dh + 3bd)y_0 - 6(nbh + 4dh + 5bd)h \\ = 15nT_0/ch^{0.5}\varphi_0 \\ 3nbx_0^2 - 2(4bh + 4dh + 3nbd)x_0 + 3nbd^2 = 6nN_0/ch^{0.5}\varphi_0 \\ 105nbx_0^3 - 315nbd^2x_0 - 252h(nbh + 4dh + 5bd)y_0 \\ + 10(84bd^2h + 126bdh^2 + 72dh^3 + 28d^3h + 21nbd^3 \\ + 18nbh^3) = 630nM_0/ch^{0.5}\varphi_0 \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

实际桩基设计计算表明,按应力重分布的公式计算和按通式计算,结果非常接近。故一般情况下,刚性桩的设计可按通式进行计算。

6 刚性明挖基础的计算

若令 $h = 0$,则式(5)为

$$\left. \begin{aligned} 2bdy_0 = nT_0/k\varphi_0 \\ - 2bdx_0 = N_0/k\varphi_0 \\ 2bd^3 = 3M_0/k\varphi_0 \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

应力重分布后式(12)为

$$\left. \begin{aligned} 2bdy_0 = nT_0/k\varphi_0 \\ bx_0^2 - 2bdx_0 + bd^2 = 2N_0/k\varphi_0 \\ bx_0^3 - 3bd^2x_0 + 2bd^3 = 6M_0/k\varphi_0 \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

在式(8)或式(11)中,若把等式右边的 h 视为基础底面的埋置深度,并令 $k = mh$,或 $k = ch^{0.5}$,可推导出

与式(15)完全相同的方程组。同样,在式(13)或式(14)中,令 $k = mh$, 或 $k = ch^{0.5}$, 亦可推导出式(16)。可见,殊途同归。

以上两个方程组可用于均质地基上刚性基础的计算。例如桥梁墩台基础、房屋建筑基础、挡土墙基础,或其他类似基础的设计计算。

解式(15)构成的方程组得

$$\left. \begin{aligned} \varphi_0 &= 3M_0/2bd^3k \\ y_0 &= nd^2T_0/3M_0 \\ x_0 &= -d^2N_0/3M_0 \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

则基础底面的竖向应力

$$\sigma = k(x - x_0)\varphi_0 = \frac{N_0}{2bd} + \frac{3M_0}{2bd^3}x$$

如图 4 所示,以 $x = \pm d$ 代入,则

$$\sigma_{\min}^{\max} = \frac{N_0}{2bd} \pm \frac{3M_0}{2bd^2} = \frac{N_0}{A} \pm \frac{M_0}{W} \quad (18)$$

式中 A 为基础底面面积; W 为基础底面截面抵抗矩。

式(18)就是《建筑地基基础设计规范》(GBJ7-89)^[2]中式(5.1.5-2)和式(5.1.5-3),以及《公路桥涵地基与基础设计规范》(JTJ024-85)^[3]中式(3.2.2-2)。按照式(16)的计算结果推算的竖向应力与文献[2]式(5.1.5-4)或文献[3]式(3.2.3)的计算结果完全相同。

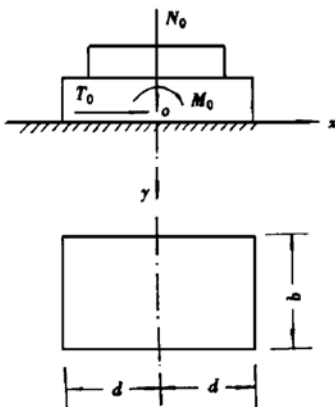


图 4 均质地基上的刚性基础

Fig. 4 Rigid foundation on homogeneous soil

把式(17)稍作变换,有

$$x_0 = -\frac{d^2N_0}{3M_0} = -\frac{d}{3} \cdot \frac{d}{e_0} = -\frac{d}{3}K_0$$

$$K_0 = -3x_0/d \quad (19)$$

式中 K_0 为文献[3]中式(3.4.1-1)和文献[4]中式(12.1.8)所表示的“抗倾覆稳定系数”。由式(19)可见,要满足

$$K_0 = \frac{-3x_0}{d} \geq 1.5 \quad (20)$$

只需满足

$$-x_0 \geq d/2 \quad (21)$$

现行规范中的滑走稳定计算,本文似乎无对应的计算公式。但从

$$\tau_{(x,0)x} = \frac{k}{n}y_0\varphi_0 = \frac{T_0}{2bd} = \frac{T_0}{A} \quad (22)$$

中可以看出,如果

$$\tau_{(x,0)x} \leq [\tau] \quad (23)$$

$$\text{或} \quad \Delta_{(x,0)x} = y_0\varphi_0 \leq [\Delta] \quad (24)$$

基底的抗滑走稳定性自然就没有问题了。上列式中下角标 $(x,0)_x$ 表示在直角坐标系中 $y=0$ 处任一点的 x 轴方向。在图 4 中是基底的水平力方向。

7 结 语

(1)本文法向压缩抗力的概念引用了文克勒地基模型,但侧向抗力则由现行的摩擦力变成了切向弯曲抗力。使用切向弯曲的概念在理论上有很大的好处。如果说用无数个互相独立的小土柱组成的弹簧系统可以模拟土的法向弹性抗力的话,自然就可以用无数个互相独立的小土片组成的弹性薄片系统来模拟土的切向弹性抗力。这就把法向抗力和切向抗力用同一个概念——变形联系起来,从而为解决复杂的问题找到了一个简单的途径。

(2)文献[2~4]中说桩侧的阻力是摩擦力,但计算又与物理学上的摩擦力概念不同。本文使用切向抗力的概念就可以圆满地处理这一矛盾。

(3)本文的方法可使各种刚体岩土构件的一系列接触应力计算和位移计算紧密相联,一次算出,通达自然,顺理成章。这就使设计计算清晰明了,有很强的逻辑性。把位移和接触应力联系在一起的计算,在实用上有很大的方便。因为测出了位移即可反算地基系数和接触应力。反之亦然。这对通过监测来验证设计有无比的优越性。因为要观测和检验建筑物的位移,总比观测和检查地基的应力方便得多。

参 考 文 献

- 1 范文田. 地下墙柱静力计算. 北京:人民铁道出版社,1978. 3~6.
- 2 中华人民共和国国家标准. 建筑地基基础设计规范(GBJ7-89). 北京:建筑工业出版社,1989. 21~66.
- 3 中华人民共和国交通部标准. 公路桥涵地基与基础设计规范(JTJ024-85). 北京:人民交通出版社,1985. 17~36.
- 4 中华人民共和国铁道部标准. 铁路桥涵设计规范(TBJ2-85). 北京:人民铁道出版社,1986. 153~172.