

DOI: 10.11779/CJGE2024S20033

随机地震作用下隧道动力响应的概率密度演化分析

张冬梅^{1,2}, 郭力¹, 申轶尧^{*1}, 黄忠凯¹

(1. 同济大学土木工程学院, 上海 200092; 2. 青海大学土木水利学院, 青海 西宁 810016)

摘要: 由于地震动的随机性特征, 确定性方法难以完全考虑地震动复杂随机性特点, 采用随机分析方法研究隧道结构的抗震响应对于地下结构抗震设计具有重要的现实意义。以软土地中圆形隧道结构为研究对象, 建立典型工程场地下土体-隧道整体非线性动力相互作用分析模型, 利用随机地震动模型生成符合抗震设计规范要求非平稳地震动, 将概率密度演化分析方法引入到隧道结构抗震分析中, 初步探讨了隧道结构抗震性能概率密度演化特征, 并以隧道倾斜角为抗震性能指标, 利用概率密度演化方法求解隧道结构响应的概率密度函数, 得到隧道在无破坏、轻微破坏、中等破坏和严重破坏时隧道倾斜角的超越概率。研究表明: 隧道倾斜角在四种破坏状态下的超越概率分别为 98.88%, 86.10%, 30.90% 和 3.70%; 提出的概率密度演化方法可以准确获取隧道倾斜角瞬时概率信息, 为研究隧道结构抗震性能的概率演化特征提供了新的思路和途径。

关键词: 隧道结构; 概率密度演化方法; 随机地震; 动力响应; 超越概率

中图分类号: TU435; TU93 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2024)S2-0021-06

作者简介: 张冬梅(1975—), 女, 博士, 教授, 主要从事盾构隧道安全评估方面的研究工作。E-mail: dmzhang@tongji.edu.cn。

Probabilistic density evolution analysis of dynamic response of tunnels under stochastic earthquakes

ZHANG Dongmei^{1,2}, GUO Li¹, SHEN Yiyao¹, HUANG Zhongkai¹

(1. College of Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. College of Civil Engineering and Water Resources, Qinghai University, Xining 810016, China)

Abstract: Due to the stochastic characteristics of ground motion, it is difficult for the deterministic method to completely consider the complex stochastic characteristics of ground motion. It is of great practical significance to study the seismic response of tunnel structures by using the stochastic analysis method for the seismic design of underground structures. In this study, the research object is a typical circular tunnel structure in soft soils. First, a nonlinear interaction analysis model for the underground soil tunnel in a typical project site is established. Then, a random seismic model is used to generate a non-stationary seismic motion that matches the requirements of the seismic design code. A probability density evolution analysis method is introduced into the seismic analysis of the tunnel structure, which initially explores the evolution characteristics of the probability density of its seismic performance. Using the tunnel inclination angle as the seismic performance index, the probability density function of the tunnel structural response is solved by using the probability density evolution method, and the exceedance probabilities of the tunnel inclination angle are obtained when the tunnel has no damage, slight damage, moderate damage and severe damage. The results show that the exceedance probabilities of the tunnel inclination angle in the four damage states are 98.88%, 86.10%, 30.90% and 3.70%, respectively. The proposed probability density evolution method can accurately obtain the instantaneous probability information of the tunnel inclination angle, and provide a new prospect for the study on the probability evolution characteristics of seismic performance of the tunnel structures.

Key words: tunnel structure; probability density evolution method; stochastic earthquake; dynamic response; exceedance probability

0 引言

地震灾害可能会对隧道结构造成严重破坏, 严重威胁人们的生命安全和城市的正常运行。因此, 为提高隧道在地震作用下的安全性和可靠性, 隧道结构的

基金项目: 国家重点研发计划课题 (2022YFC3800905); 国家自然科学基金项目 (52108381, 52238010, 52090082); 上海市“科技创新行动计划”优秀学术/技术带头人计划项目 (22XD1430200); 同济大学学科交叉联合攻关项目 (2022-3-ZD-07); 青海省科学技术厅基础研究计划项目 (2023-ZJ-926M)

收稿日期: 2024-06-21

*通信作者 (E-mail: sshenyiyao@163.com)

灾变机制和抗震性能评价已成为岩土地震工程领域的重要研究方向^[1-2]。

目前,针对地下隧道结构数值模拟的研究通常选择有限数量的地震动作为输入^[3-4]。然而,地震动具有时间和频率非平稳特性的复杂随机特性,采用基于确定性分析方法的隧道抗震性能研究难以刻画不确定性条件下隧道结构的动力响应以及地震动的随机性。

针对目前常规方法的缺陷,概率密度演化方法能够通过概率密度函数(probability density function, PDF)充分考虑地震动随机性的特点^[5-6],评估随机地震荷载下的结构抗震安全可靠。在岩土工程抗震领域,概率密度演化方法的精确性和高效性已得到充分验证^[7-9]。然而,目前隧道地震响应研究主要集中在地震动的确定性分析,缺乏对地震动随机性特点的考虑。

本文依托典型工程场地中的隧道工程案例,将概率密度演化分析方法进一步拓展至隧道结构抗震性能评价。采用基于物理机制的随机地震动模型,生成符合抗震设计规范要求的一组非平稳地震动。建立考虑土-结构动力相互作用的隧道动力分析模型,通过非线性动力时程分析,结合概率密度演化方法得到隧道抗震性能评价指标(隧道倾斜角)的概率密度函数和累积分布函数。同时确定不同破坏状态下隧道倾斜角的超越概率,为隧道结构在不确定性条件下的动力响应分析提供依据。

1 概率密度演化方法

概率密度演化方法结合概率守恒原则可以快速获得隧道结构地震响应概率密度演化特征。本文将简要介绍概率密度演化理论的概念及其数值求解过程,更多细节可以参考 Li 等^[5-6]的相关研究工作。

首先,将随机地震动模型生成的不同地震动加载到数值计算模型中,获得结构随机地震响应。在此基础上,采用偏微分方程代替传统的统计分析方法可以得到结构地震响应的平均值和标准差。随机地震作用下结构的动力响应控制方程可视为随机动力系统,关注的结构地震响应量 Y 可以用以下公式计算:

$$Y(t) = H_y(\Theta, t) \quad (1)$$

式中: H_y 为地震响应函数, Θ 为独立的随机变量,其概率密度函数为 $P_\Theta(\theta)$ 。上述随机系统满足概率守恒条件,根据概率守恒原理的随机事件描述,可以获得非线性系统的广义概率密度演化方程,从而可求解结构地震响应量 Y 的概率密度函数:

$$\frac{\partial P_{y,\Theta}(y, \theta, t)}{\partial t} + \dot{Y}(\theta, t) \partial P_{y,\Theta}(y, \theta, t) = 0 \quad (2)$$

其中,当 $t=t_0$ 时,存在如下初始条件:

$$P_{y,\Theta}(y, \theta, t) \Big|_{t=t_0} = \delta(y - y_0) P_\Theta(\theta) \quad (3)$$

式中: $P_{y,\Theta}(y, \theta, t)$ 为随机动力系统的联合概率密度函数; δ 为狄拉克函数; y_0 为 $t=t_0$ 时 Y 的值。将上述所有的离散数值解进行累积求和可知,任意时刻 Y 的 PDF 可以用下式进行计算:

$$P_Y(y, t) = \int_{\Omega_\Theta} P_{y,\Theta}(y, \theta, t) d\theta \quad (4)$$

直接推导获取公式(4)的解析解相当困难,可采用 Li 等^[6]提出的方法对公式(4)求解。随机动力系统地震响应概率密度演化方程的求解流程如下。

(1) 在概率空间中选取典型代表点并确定相应的赋得概率。在基本随机变量的概率空间中选取一组离散代表点如 θ_q , 同时确定了各个代表点对应的赋得概率,并针对初始条件进行了相应的初始化。针对每个选定的代表点,生成随机地震动。

(2) 开展确定性动力系统分析。对土-结构系统开展大量确定性非线性动力时程分析,针对每个代表点 $\Theta = \theta_q$ 得到所关心物理量对时间的偏导数 $\dot{Y}_j = (\theta_q, t_n)$, 其中 $j=1, 2, \dots, n$, 以获取不同随机地震动作用下结构的动力响应。

(3) 概率密度演化方程求解。将每个代表点 $\Theta = \theta_q$ 对应的结构响应量对时间的偏导数 $\dot{Y}_j = (\theta_q, t_n)$ 引入广义概率密度演化公式(2),并根据初始条件和边界条件获得数值解 $P_{y,\Theta}(y, \theta, t)$ 。

(4) 对所有离散点求和得到最终解。将式(3)中获得的所有离散解相加求和或采用式(4)对 $P_{y,\Theta}(y, \theta, t)$ 进行积分,可以最终获得广义概率密度演化方程的数值解 $P_Y(y, t)$ 。

2 数值分析模型

2.1 随机地震动模型

为合理考虑地震动的随机性,本文基于随机地震动模型和概率空间的剖分选取输入地震动,采用 Li 等^[10]提出的基于物理机制的随机地震动模型,该随机地震动模型已广泛应用于工程结构动力可靠度分析中^[11-12]。通过合理确定随机地震动模型中基本随机变量的均值和变异系数,进一步划分概率空间来选择代表点,以生成一组相应的地震动加速度时程曲线。本文采用切球选点法^[6]共生成 282 个代表点。每个代表点都被分配了相应的概率,最终得到了 282 条输入地震动时程曲线。输入地震动的峰值加速度的平均值和标准差分别为 0.80 m/s^2 和 0.57 ,且人工合成地震动的加速度反应谱与规范设计反应谱较为吻合。

2.2 场地计算模型与参数

本文选取的工程场地覆盖层厚度为 70 m ,该场地的土层情况及其物理参数如表 1 所示,土层等效剪切波

速为 $v_{se}=273.97$ m/s, 参考《建筑抗震设计规范: GB50011—2010》中工程场地类别的划分, 为中国规范中的 II 类工程场地, 该场地为场地卓越周期 $T_G=0.4$ s。表 1 分别给出了剪切波速 v_s 、不排水剪切强度 S_u 、密度和泊松比随地层深度的变化规律。

表 1 土层剖面参数表

Table 1 Parameters of soil strata

土层	埋深/m	剪切波速 $v_s/(m \cdot s^{-1})$	剪切强度 S_u/kPa	密度 $(kg \cdot m^{-3})$	泊松比
#1	0~10	250	100	1800	0.30
#2	10~25	300	280	1800	0.30
#3	25~35	400	400	1900	0.30
#4	35~70	600	500	1900	0.30

4 个地层的剪切模量和阻尼比随应变衰减规律由 Ishibashi 等^[13]提供的典型 $G-\gamma-D$ 曲线反映, 如图 1 所示。图 1 中 4 组 $G-\gamma-D$ 曲线将用于下文校准土体非线性本构模型的参数。基岩密度和剪切波速分别设为 2200 kg/m^3 和 1000 m/s。

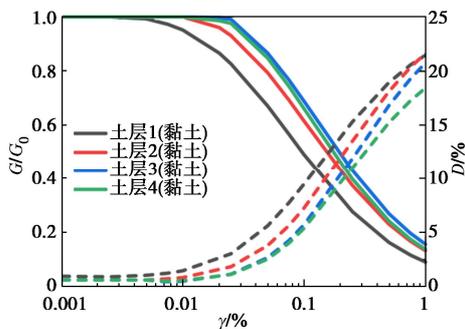


图 1 土层剪切模量与阻尼比曲线

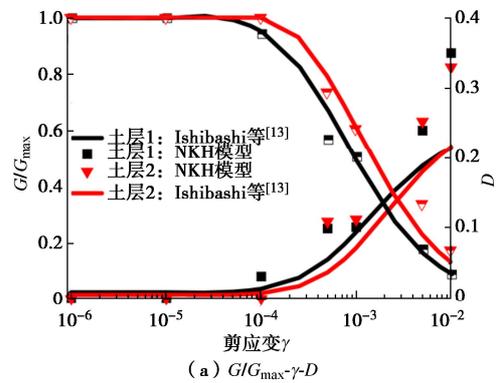
Fig. 1 Curves of shear modulus and damping ratio of soils

为了模拟地震荷载作用下土体的非线性力学行为, 本文采用 Anastasopoulos 等^[14-15]提出的非线性运动硬化模型 (Non-linear kinematic hardening model, NKH), 根据该参数校正方法, 通过循环单剪数值分析, 对四个黏土层的参数 λ 进行了校准, 并确定了相应的 NKH 模型输入参数。校正结果显示, 对于四个黏土层, λ 的取值范围从 $1/4$ 到 $1/25$ 。以土层 1 和 2 为例, 图 2 (a) 给出了 NKH 模型与“目标” $G-\gamma-D$ 曲线的校准对比图, 可见两者吻合较好, 验证了采用参数的合理性, 而图 2 (b) 和 (c) 分别展示了通过循环单剪试验数值分析获得的土层 1 和土层 2 的剪应力-剪应变曲线, 可以反映黏土在不同剪应变幅值作用下的非线性滞回特性。

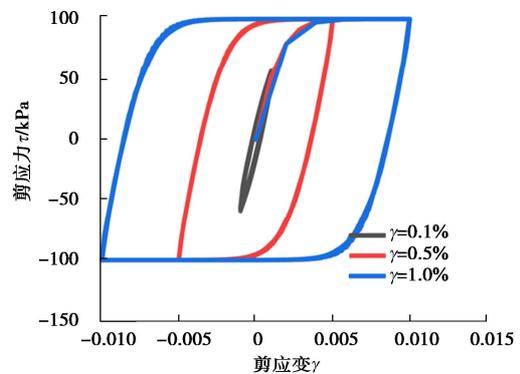
2.3 有限元数值模型

本文以典型隧道结构为研究对象, 隧道埋深为 15 m, 为典型中埋隧道, 隧道的外径为 6.2 m, 厚度为 0.35 m。采用通用有限元软件 ABAQUS 建立土-隧道系统二维非线性数值分析模型。通过选择不同宽度进

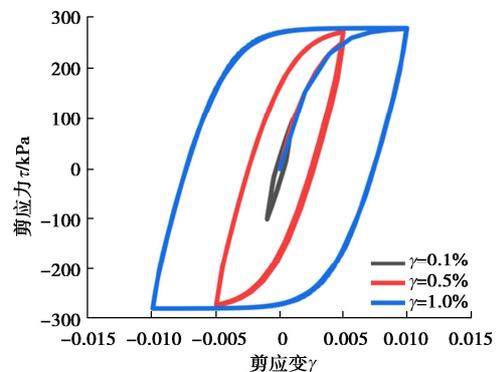
行参数敏感性分析, 最终将有限元模型宽度确定为 200 m, 该宽度可保证由侧边界处反射回结构区域的地震波足够小。



(a) $G/G_{max}-\gamma-D$



(b) 土层1剪应变与剪应力曲线



(c) 土层2剪应变与剪应力曲线

图 2 土体非线性本构模型参数标定

Fig. 2 Parameter correction for nonlinear constitutive model of soils

在数值模型中, 隧道结构采用两节点线性梁单元, 周围土体采用四节点二次减缩积分平面应变单元模拟, 为确保地震波在网格单位中的有效传播, 根据研究的地震波频率范围 (即 $0.5 \sim 10$ Hz), 确定了合理的土体网格单元大小, 同时, 对隧道附近的土体网格进行了局部加密处理。为了提高数值分析模型的计算效率, 隧道衬砌采用了线弹性材料。隧道衬砌和土体的接触界面设置为面面接触, 接触面法线方向采用硬接触, 接触面的切线方向设置为摩擦系数为 0.4 的库仑

模型。所有分析土层的阻尼比均设置为 5%，并按照 Hashash 等^[16]提出的瑞利阻尼参数校正方法合理确定了相应的阻尼参数。

模型的边界条件设置是影响隧道地震响应的重要因素。本文在模型两侧边界上相同高度节点处设置了绑定约束，使得两侧边界在剪切波作用下具有相同的变形模式。此外，模型底部边界设定为竖向固定，水平方向采用 Lysmer-Kuhlemeyer 黏性边界^[17]以模拟弹性半空间下卧层吸收人工边界的反射波，边界黏性阻尼系数由下卧基岩密度 ρ 、基岩剪切波速 v_s 和基岩与土体接触面积 S 确定。

本文数值分析基于排水条件下的总应力原则，数值模型计算主要分为两步：初始地应力分析和动力分析。在初始地应力分析中，模型底部采用固定边界；在随后的动力分析步中，底部边界水平方向的自由度释放，同时通过阻尼器的水平方向施加竖向传播的剪切地震波。在动力分析步计算中采用隐式动力分析步，时间增量步长选用自动步长。

3 概率密度演化分析

3.1 隧道抗震性能评价指标

对于圆形隧道，本文采用了 Koizumi^[18]提出的地震作用下的倾斜角作为隧道结构抗震性能评价指标，用于下文的隧道抗震性能分析中，系统揭示随机地震作用下的隧道结构抗震性能演化规律。该性能评价指标合理考虑了地震作用下圆形隧道实际破坏情况与隧道倾斜角之间的高度相关性。隧道倾斜角为

$$\phi = \frac{\eta}{D_0} \quad (5)$$

式中： η 为隧道拱顶和拱底之间的水平相对位移； D_0 为地震前隧道初始直径。

王继栋^[19]通过非线性静力推覆方法对圆形隧道结构的抗震性能进行了系统分析，并合理划分了倾斜角在不同破坏状态下的阈值及其范围。根据不同的结构地震响应特征，确定了 4 种破坏状态，并提出了相应的破坏阈值：无破坏 ($\phi < 1/1400$)，轻微破坏 ($1/1400 \leq \phi < 1/600$)，中等破坏 ($1/600 \leq \phi < 1/250$)，以及严重破坏 ($1/250 \leq \phi < 1/150$)。

3.2 隧道抗震性能概率密度演化特征

根据概率密度演化理论的隧道随机动力分析的基本步骤，将所有输入地震动下的隧道倾斜角的时程曲线带入概率密度演化公式 (4)，并根据概率密度演化方程组的建立与求解流程进行求解，可以快速获得隧道结构基于倾斜角指标的概率密度演化函数。图 3 给

出了 $t = 5 \sim 10$ s 对应的隧道倾斜角三维概率密度演化曲面。可以看出，隧道倾斜角的概率密度演化函数随时间呈现先增大后减少的趋势。通过该图可以获得任意时刻隧道倾斜角的概率密度函数，和这种概率分布随时间的变化趋势，更全面地了解地震动的不确定性对隧道抗震性能的影响机制。

基于隧道倾斜角的三维概率密度演化曲面以及不同地震动作用下的隧道倾斜角最大值，可进一步通过虚拟随机过程和等效极值事件^[6]分析隧道结构在不同破坏状态下的超越概率。图 4 给出了隧道倾斜角极值的概率密度函数和累计分布函数。基于图 4 可以快速获得不同破坏状态下的失效概率，即无破坏、轻微破坏、中等破坏和严重破坏时倾斜角的超越概率分别为 98.88%，86.10%，30.90%，3.70%。

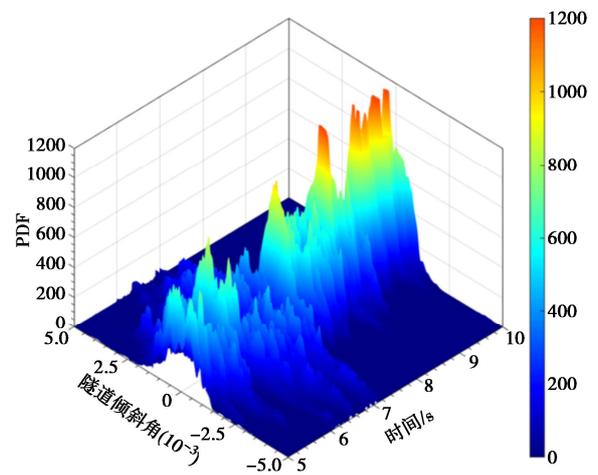


图 3 典型时段内的隧道倾斜角概率密度曲面

Fig. 3 Probability density surface of tunnel inclination angle in a typical time interval

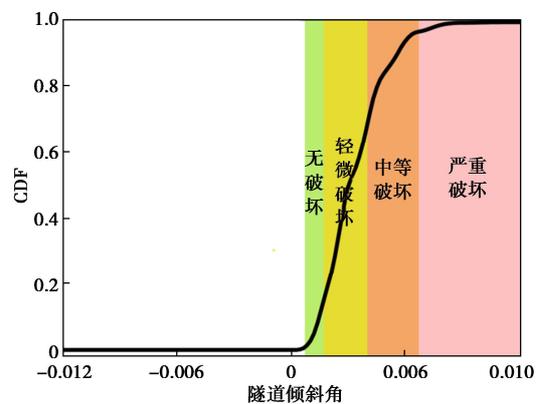


图 4 累计分布函数曲线

Fig. 4 Curve of cumulative distribution function

上述分析表明，通过采用概率密度演化方法、虚拟随机过程和等效极值事件等理论，可以快速获得随机地震作用下隧道结构地震动力响应的概率信息、等

价极值事件的概率密度函数 (PDF) 和概率分布函数 (CDF), 以及隧道结构在不同破坏状态下的超越概率, 更加准确地评估隧道结构的抗震能力。

4 结 论

本文将概率密度演化方法引入到隧道结构的抗震性能评价中, 通过基于物理机制的随机地震动模型合理考虑了地震动的随机性, 进行大量土-结构非线性动力时程分析, 系统揭示了随机地震作用下隧道抗震性能演化规律, 得到隧道倾斜角三维概率密度演化曲面, 定量给出了不同倾斜角对应的隧道超越概率。根据上述分析, 可得出以下 3 点结论。

(1) 采用基于物理机制的随机地震动模型生成了一系列非平稳地震动时程曲线。所生成的地震动平均反应谱与规范设计谱较为一致, 验证了该随机地震动模型用于隧道抗震性能分析的适用性, 并能合理考虑地震动的随机特性。

(2) 通过提出的概率密度演化方法可以准确获取隧道结构抗震性能的量化指标 (即: 隧道倾斜角) 的瞬时概率信息, 建立的相应概率密度函数可有效体现隧道倾斜角随时间变化规律。通过隧道倾斜角瞬时概率密度函数演化, 进一步揭示了土-隧道系统动力分析的不确定性传播机制。

(3) 基于隧道不同破坏状态划分及其阈值体系, 结合隧道倾斜角概率密度函数, 可快速获得不同破坏状态下隧道的超越概率, 即无破坏、轻微破坏、中等破坏和严重破坏时隧道倾角的超越概率分别为 98.88%, 86.10%, 30.90%, 3.70%。

未来的研究可以进一步完善该方法, 提高模型准确性和可靠性, 同时更好地考虑地震荷载的多样性和不确定性。

参考文献:

- [1] 何 川, 李 林, 张 景, 等. 隧道穿越断层破碎带震害机理研究[J]. 岩土工程学报, 2014, **36**(3): 427-434. (HE Chuan, LI Lin, ZHANG Jing, et al. Seismic damage mechanism of tunnels through fault zones[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2014, **36**(3): 427-434. (in Chinese))
- [2] 高 波, 王峥峥, 袁 松, 等. 汶川地震公路隧道震害启示[J]. 西南交通大学学报, 2009, **44**(3): 336-341, 374. (GAO Bo, WANG Zhengzheng, YUAN Song, et al. Lessons learnt from damage of highway tunnels in Wenchuan earthquake[J]. Journal of Southwest Jiaotong University, 2009, **44**(3): 336-341, 374. (in Chinese))
- [3] HUANG Z K, PITILAKIS K, ARGYROUDIS S, et al. Selection of optimal intensity measures for fragility assessment of circular tunnels in soft soil deposits[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2021, **145**: 106724.
- [4] 汪 振. 跨活动断裂带岩体隧道抗错断措施及其减灾效果与机理研究[D]. 北京: 北京工业大学, 2022. (WANG Zhen. Study on anti-fault measures and disaster reduction effect and mechanism of rock tunnel across active fault zone[D]. Beijing: Beijing University of Technology, 2022. (in Chinese))
- [5] LI J, CHEN J B. The principle of preservation of probability and the generalized density evolution equation[J]. Structural Safety, 2008, **30**(1): 65-77.
- [6] LI J, CHEN J B. Stochastic Dynamics of Structures[M]. Newyork: Wiley, 2009.
- [7] 孔宪京, 庞 锐, 徐 斌, 等. 考虑堆石料软化的坝坡随机地震动力稳定分析[J]. 岩土工程学报, 2019, **41**(3): 414-421. (KONG Xianjing, PANG Rui, XU Bin, et al. Stochastic seismic stability analysis of dam slopes considering softening of rockfills[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2019, **41**(3): 414-421. (in Chinese))
- [8] HUANG Y, XIONG M. Dynamic reliability analysis of slopes based on the probability density evolution method[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2017, **94**: 1-6.
- [9] 徐 斌, 陈柯好, 王星亮, 等. 液化土中管道随机地震响应分析与可靠度评价研究[J]. 岩土工程学报, 2024, **46**(1): 81-89. (XU Bin, CHEN Kehao, WANG Xingliang, et al. Stochastic seismic response analysis and reliability evaluation of pipelines in liquefied soil[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2024, **46**(1): 81-89. (in Chinese))
- [10] 李 杰, 艾晓秋. 基于物理的随机地震动模型研究[J]. 地震工程与工程振动, 2006, **26**(5): 21-26. (LI Jie, AI Xiaoqiu. Study on random model of earthquake ground motion based on physical process[J]. Earthquake Engineering and Engineering Dynamics, 2006, **26**(5): 21-26. (in Chinese))
- [11] PENG Y B, MEI Z, LI J. Stochastic seismic response analysis and reliability assessment of passively damped structures[J]. Journal of Vibration and Control, 2014, **20**(15): 2352-2365.
- [12] CHEN J B, LI J. Stochastic seismic response analysis of structures exhibiting high nonlinearity[J]. Computers & Structures, 2010, **88**(7/8): 395-412.

- Geomembranes, 2014, **42**(3): 181-190.
- [8] 武亚军, 陆逸天, 骆嘉成, 等. 药剂真空预压法在工程废浆处理中的防淤堵作用[J]. 岩土工程学报, 2017, **39**(3): 525-533. (WU Yajun, LU Yitian, LUO Jiacheng, et al. Anti-clogging function of vacuum preloading with flocculants in solid-liquid separation of construction waste slurry[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2017, **39**(3): 525-533. (in Chinese))
- [9] LEI H, XU Y, LI X, et al. Effect of polyacrylamide on improvement of dredger fill with vacuum preloading method[J]. Journal of Materials in Civil Engineering, 2019, **31**(9): 04019193.
- [10] LE Runigo B, CUISINIER O, CUI Y J, et al. Impact of initial state on the fabric and permeability of a lime-treated silt under long-term leaching[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2009, **46**(11): 1243-1257.
- [11] ZHU X, ANDA R, GAO S, et al. Effect of water content on lime additive content in vacuum preloading with PVDs[J]. Marine Georesources & Geotechnology, 2021, **39**(3): 333-342.

(编校: 黄贤沙)

(上接第 25 页)

- [13] ISHIBASHI I, ZHANG X J. Unified dynamic shear moduli and damping ratios of sand and clay[J]. Soils and Foundations, 1993, **33**(1): 182-191.
- [14] ANASTASOPOULOS I, GEORGARAKOS T, GEORGIANNOU V, et al. Seismic performance of bar-mat reinforced-soil retaining wall: Shaking table testing versus numerical analysis with modified kinematic hardening constitutive model[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2010, **30**(10): 1089-1105.
- [15] ANASTASOPOULOS I, GELAGOTI F, KOURKOULIS R, et al. Simplified constitutive model for simulation of cyclic response of shallow foundations: validation against laboratory tests[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2011, **137**(12): 1154-1168.
- [16] HASHASH Y M A, HOOK J J, SCHMIDT B, et al. Seismic design and analysis of underground structures[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2001, **16**(4): 247-293.
- [17] LYSMER J, KUHLEMEYER R L. Finite dynamic model for infinite media[J]. Journal of the Engineering Mechanics Division, 1969, **95**(4): 859-877.
- [18] KOIZUMO A. Seismic Damages and Case Study for Shield Tunnel[M]. Beijing: China Architecture and Building Press, 2009.
- [19] 王继栋. 基于 pushover 法地铁盾构隧道抗震弹塑性分析及性能指标研究[D]. 成都: 西南交通大学, 2016. (WANG Jidong. Elasto-plastic Analysis and Performance Index Research of Subway Shield Tunnel Based on Pushover Method[D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2016. (in Chinese))

(编校: 孙振远)