

DOI: 10.11779/CJGE202208011

# 边坡随机场数字图像特征 CNN 深度学习及可靠度分析

姬建<sup>1,2</sup>, 姜振<sup>1</sup>, 殷鑫<sup>1</sup>, 王涛<sup>1</sup>, 崔红志<sup>1</sup>, 张卫杰<sup>1,2</sup>

(1. 河海大学土木与交通学院, 江苏 南京 210024; 2. 岩土力学与堤坝工程教育部重点实验室, 江苏 南京 210024)

**摘要:** 考虑土体强度空间变异性, 提出了数字图像化随机场特征深度学习模型并进行边坡稳定可靠度分析。通过 Karhunen-Loeve 展开法离散边坡土体随机场并将离散结果转化为数字图像, 建立起随机场图像与边坡功能函数值之间隐式关系的卷积神经网络 (CNN) 代理模型, 进而计算随机场数字图像表征后边坡的失效概率。在建立 CNN 代理模型时, 采用拉丁超立方抽样、贝叶斯优化和五折交叉验证以提高精度。最后以单层不排水饱和黏土边坡和双层黏性土边坡为例说明了该方法的有效性。结果表明: 在随机场高维表征图像化和边坡小概率失稳情况下, 所提 CNN 深度学习模型能够比较精确地逼近真实边坡稳定性计算结果, 进而显著提高考虑随机场模拟的边坡可靠度分析计算效率。

**关键词:** 空间变异性; 边坡可靠度分析; 卷积神经网络; 数字图像; 代理模型

中图分类号: TU43 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2022)08-1463-11

**作者简介:** 姬建(1983—), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事边坡工程、岩土工程可靠度分析等方面的教学和科研工作。E-mail: jji0003an@e.ntu.edu.sg; jian.ji@hhu.edu.cn。

## Slope reliability analysis based on deep learning of digital images of random fields using CNN

Ji Jian<sup>1,2</sup>, Jiang Zhen<sup>1</sup>, Yin Xin<sup>1</sup>, Wang Tao<sup>1</sup>, Cui Hong-zhi<sup>1</sup>, Zhang Wei-jie<sup>1,2</sup>

(1. College of Civil and Transportation Engineering, Hohai University, Nanjing 210024, China; 2. Key Laboratory of Ministry of Education for Geomechanics and Embankment Engineering, Hohai University, Nanjing 210024, China)

**Abstract:** Considering the spatial variability of soil strength, a deep learning model for the characteristics of random fields is proposed for reliability analysis of slope stability. The random fields of a soil slope are discretized by the Karhunen-Loeve expansion method, and the discretized results are converted into digital images. Then, a convolutional neural network (CNN) surrogate model is established to approach the implicit relationship between the images and the responses of the performance function. Based on the surrogate model, the probability of failure of the slope is calculated. When training the CNN surrogate model, the Latin-Hypercube sampling technique, Bayesian optimization and 5-fold cross-validation are employed to improve the accuracy. Finally, the effectiveness of the proposed method is demonstrated by two case studies, namely a single-layer saturated clay slope under undrained conditions and a two-layered cohesive soil slope. The results show that in the case of high dimensions and small probability, the proposed CNN deep learning model can approximate the original model accurately, and significantly reduce the computational cost of slope reliability analysis considering the simulation of the random fields.

**Key words:** spatial variability; slope reliability analysis; convolutional neural network; digital image; surrogate model

## 0 引言

土体在地层形成和环境变化中受到复杂的地质过程作用, 导致其物理力学性质具有空间变异性<sup>[1]</sup>。在岩土工程不确定性分析中, 已有不少研究指出土体参数空间变异性对可靠度指标计算非常重要<sup>[2-4]</sup>。

空间变异性可由随机场理论来表征, 在数值计算时需要将其离散成一定数量的随机变量, 然后再进行可靠度分析。其中, 直接蒙特卡洛模拟法 (MCS) 具有概念简单、易于实施等优点, 然而对于失效概率 ( $P_f$ ) 较小的问题, 该方法计算量太大, 不适用于功能函数

表现为高度非线性的隐式表达式问题。因此, 学者们提出了很多代理模型方法近似这一隐式关系<sup>[5-6]</sup>。例如, Rahimi 等<sup>[4]</sup>基于误差率的自适应 Kriging 方法分析了参数空间变异土坡的  $P_f$ 。谭晓慧等<sup>[7]</sup>采用常规的二次多项式型响应面对黏土边坡进行可靠度分析。注意到上述研究都基于 Karhunen-Loeve (KL) 级数展开法模拟随机场, 并将 KL 级数展开系数, 即独立标准正态随机变量, 作为代理模型的基本变量, 从而降低

了随机变量的数量。但是,当土体自相关距离较短、场地范围较大或采用指数型自相关函数时,为满足随机场离散精度要求,KL展开法离散随机场仍需要较多的随机变量<sup>[8-11]</sup>。

其他如谱表示法、乔列斯基分解等类似方法表征随机场时,将产生更多随机变量。在这种高维情况下,诸如多项式响应面法、多项式混沌展开(PCE)法等传统的代理模型方法可能遇到精度和效率的问题,即“维度灾难”导致拟合困难。因此,需要发展更加稳健且能够应对高维情况的代理模型方法。

最近,一些学者在这方面做出了有益探索,如Li等<sup>[10]</sup>采用分段逆回归(sliced inverse regression, SIR)对KL展开系数二次降维后再建立Hermite多项式混沌展开(HPCE)代理模型。Blatman等<sup>[12]</sup>提出了稀疏多项式混沌展开(SPCE),减少待拟合的系数从而降低计算量。Pan等<sup>[13]</sup>结合二次降维和稀疏多项式混沌展开,提出了SIR-SPCE方法。以上基于PCE的方法在一定程度上可以缓解高维问题。另一类常用的代理模型是基于机器学习的方法,如He等<sup>[14]</sup>将支持向量机和人工神经网络用于具有空间变异性的边坡稳定性和地基承载力分析。Wang等<sup>[15]</sup>用卷积神经网络(convolutional neural network, CNN)来建立代理模型,并将离散的随机场直接以矩阵形式作为输入。

针对上述问题,本文基于新的视角提出一种模拟土体参数空间变异性的机器学习代理模型方法。该方法将随机场表征结果转化为数字图像,然后建立起随机场数字图像和功能函数值之间隐式关系的CNN代理模型。在训练CNN代理模型时,采用贝叶斯优化确定模型的超参数,采用五折交叉验证训练模型以提高精度。结合拉丁超立方抽样(LHS),通过CNN-LHS代理模型开展单层不排水饱和黏土边坡和双层黏性土边坡的可靠度分析,并与其他方法进行对比,验证该方法的有效性和适用性。

## 1 土体参数空间变异性模拟

### 1.1 随机场离散的KL级数展开法

为考虑土体参数的空间变异性,通常需要明确土性参数的均值、标准差和自相关函数。文献中常用的自相关函数为指数型和高斯型:

$$\rho(\tau_h, \tau_v) = \begin{cases} \exp(-\tau_h/l_h - \tau_v/l_v) & (\text{指数型}) \\ \exp[-(\tau_h/l_h)^2 - (\tau_v/l_v)^2] & (\text{高斯型}) \end{cases}, (1)$$

式中,  $\tau_h$ ,  $\tau_v$  分别为两点间水平和垂直方向距离,  $l_h$ ,  $l_v$  分别为水平和垂直方向自相关距离。

平稳高斯随机场假定土性参数均值、方差不随土

层深度变化且服从正态分布,其KL展开表达式为<sup>[7]</sup>

$$\hat{H}(\mathbf{x}) = \mu + \sigma \hat{H}^D(\mathbf{x}) = \mu + \sigma \sum_{i=1}^M \sqrt{\lambda_i} \varphi_i(\mathbf{x}) \xi_i. (2)$$

式中  $\mu$ ,  $\sigma$  分别为正态变量的均值和标准差;  $\hat{H}^D(\mathbf{x})$  为标准高斯随机场;  $\mathbf{x}$  为随机场离散域中的空间点坐标;  $M$  为截断项数;  $\lambda_i$ ,  $\varphi_i(\mathbf{g})$  分别为自相关函数的第  $i$  个特征值和特征函数;  $\xi_i$  为独立标准正态随机变量。式(2)的关键是求自相关函数的特征值和特征函数,为第二类Fredholm积分方程的解:

$$\int_{\Omega} \rho(x_1, x_2) \varphi_i(x_2) dx_2 = \lambda_i \varphi_i(x_1), (3)$$

式中,  $\Omega$  为随机场离散域,  $x_1$ ,  $x_2$  为离散域中任意两点坐标。对于指数型自相关函数,特征值和特征函数具有解析解,解的具体形式见文献[16],对于高斯型自相关函数,可以通过伽辽金法(Galerkin)等数值方法求解<sup>[16-17]</sup>。

非高斯随机场可由高斯随机场通过等概率变换获得,对于服从对数正态分布的土性参数,随机场离散结果为<sup>[8]</sup>

$$\hat{H}(\mathbf{x}) = \exp(\mu_{\ln X} + \sigma_{\ln X} \hat{H}^D(\mathbf{x})), (4)$$

式中,  $\mu_{\ln X}$ ,  $\sigma_{\ln X}$  分别为对数正态变量正态化后均值和标准差,转换公式见文献[2]。考虑多个随机场互相关性时,式(2)中的  $\xi_i$  需要替换为相关联的标准正态随机变量  $\chi_i$ ,  $\chi = \xi L$ ,  $L^T L = R_0$ , 其中,  $L$  为Cholesky分解所得的上三角矩阵,  $R_0$  为标准正态空间中等效互相关系数矩阵,对于对数正态随机场,  $R_0$  与原空间中互相关系数矩阵  $R$  的关系为<sup>[7]</sup>

$$R_{0ij} = \frac{\ln(1 + R_{ij} \delta_i \delta_j)}{\sqrt{\ln(1 + \delta_i^2)} \sqrt{\ln(1 + \delta_j^2)}}, (5)$$

式中,  $\delta$  为土性参数的变异系数。

### 1.2 随机场KL展开截断项数的确定

在进行随机场离散时,通常只截取KL展开较大的前  $M$  项特征值和特征函数,以减少随机变量,降低维度。为了保证随机场离散精度,文献[17]用随机场期望能比率因子  $\varepsilon$  来衡量随机场离散精度,并基于  $\varepsilon$  阈值(通常取  $\varepsilon = 0.95$ ) 来确定展开项数  $M$ :

$$\varepsilon = \frac{\sum_{i=1}^M \lambda_i}{\sum_{i=1}^{\infty} \lambda_i} = \frac{\sum_{i=1}^M \lambda_i}{L_h L_v}, (6)$$

式中,  $L_h$ ,  $L_v$  分别为随机场离散域的水平 and 垂直长度。

## 2 卷积神经网络

### 2.1 卷积神经网络基本概念

CNN是一种专门用于处理具有网格状拓扑结构

数据的神经网络<sup>[18]</sup>。CNN 通常由输入层、卷积层、激活层、池化层、丢弃层、全连接层和输出层组成。以二维图像数据为例, 各层的功能简要介绍如下。

输入层对图像数据进行归一化 (normalization)。输入图像的大小用高度×宽度×通道数表示。高度×宽度即图像的分辨率, RGB 模式的图像包含 3 个通道, 而灰度模式的图像通道数为 1。归一化将数据转换到相同尺度, 例如最小最大值归一化将数据缩放到[0,1]范围。

卷积层 (convolution layer) 对输入进行卷积运算, 从而提取局部区域的特征。该过程由滤波器 (filter) 对图像进行分析并提取相应特征信息。权重和偏差是网络训练时学习的参数, 而在网络训练时不可学习的参数称为超参数 (hyperparameter), 卷积层中的超参数有滤波器的大小、步幅等。图 1 为二维卷积示例 (滤波器步幅为 1, 阴影部分计算过程为  $0 \times (-1) + (-3) \times 1 + 2 \times 0 + 1 \times 1 + 0 = -2$ )。CNN 可以由一个或多个卷积层组成, 取决于数据的数量和复杂性。

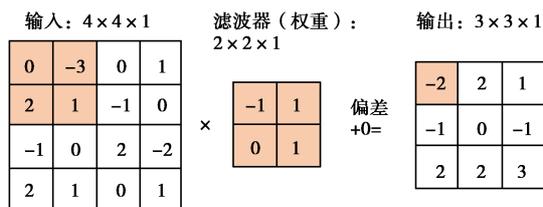


图 1 二维卷积示例图

Fig. 1 Two-dimensional convolution computation

激活层 (activation layer) 通过激活函数对数据进行非线性映射。本文采用 CNN 中最常用的 ReLU (rectified linear unit) 激活函数, 其表达式为  $\text{ReLU}(x) = \max(0, x)$ ,  $x$  为卷积层提取的特征。该函数在训练速度和精度上都具有优势。

池化层 (pooling layer) 的作用是降低参数数量, 减少过拟合<sup>[19]</sup>。常用的池化函数有最大池化和平均池化两种。与卷积层类似, 该层需要指定池化区域大小和步幅。

丢弃层 (dropout layer) 是在网络训练时以给定的概率随机将输入设为 0, 以提高网络泛化能力, 减少过拟合。泛化能力指模型对未知数据的预测能力。

全连接层 (fully connected layer) 对提取的特征进行分类或回归, 将全部输入乘以一个权重矩阵, 然后再加上一个偏差向量。多个全连接层时, 最后一层输出个数须等于网络响应值 (response) 的个数。

输出层的作用是输出结果以及在训练时计算损失函数 (loss function) 的值。CNN 的训练就是寻找一组使损失函数最小的参数的过程。对于回归问题, 常

用均方误差 (mean squared error, MSE) 和平均绝对误差 (mean absolute error, MAE) 作为损失函数, 本文采用 MAE, 其表达式为

$$\text{Loss} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \left( \frac{1}{R} \sum_{i=1}^R |Y_{ni} - T_{ni}| \right), \quad (7)$$

式中,  $N$  为小批量 (mini-batch) 的样本数量,  $R$  为响应个数,  $Y, T$  分别为预测值和真实值。

## 2.2 卷积神经网络参数优化和正则化

CNN 参数优化可以分为超参数优化和权重优化。训练 CNN 模型首先要指定网络结构、训练选项等超参数。常用的超参数优化方法有试错法、网格搜索、随机搜索、贝叶斯优化等<sup>[18]</sup>。本文采用了试错法与贝叶斯优化相结合的方法, 通过 MATLAB 平台实现。大部分超参数如网络结构、滤波器大小、损失函数等根据经验取法和试错法确定, 一些重要的超参数如初始学习率则由贝叶斯优化方法自动寻优确定。优化目标是最小化验证集的 MAE, 在超参数优化时, 30% 的数据将被用于验证, 以提高目标函数的准确性。权重和偏差是网络训练时学习 (优化) 的参数。本文采用了 Adam 算法来训练 CNN, 该方法是一种综合性的学习率自适应调整算法。

正则化 (regularization) 旨在提高网络泛化能力, 避免过拟合。除了上文提及的丢弃法和池化外, 本文还使用了提前停止 (early stop) 和  $L_2$  正则化技术来减小模型在训练集上的过拟合现象。

除此以外, 在 CNN 模型训练时, 本文采用了五折交叉验证的方法以提高 CNN 的泛化能力。

## 2.3 卷积神经网络模型评价指标

常用的回归评价指标除了前文的 MSE 和 MAE 之外, 还有均方根误差 (RMSE)、均方根对数误差 (RMSLE)、平均绝对百分比误差 (MAPE) 和可决系数 ( $R^2$ ) 等, 表达式分别为

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Y_i - T_i)^2}, \quad (8)$$

$$\text{RMSLE} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\ln(Y_i + 1) - \ln(T_i + 1))^2}, \quad (9)$$

$$\text{MAPE} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{Y_i - T_i}{T_i} \right| \times 100\%, \quad (10)$$

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - T_i)^2}{\sum_{i=1}^n (T_i - \bar{T})^2}. \quad (11)$$

式中  $n$  为测试样本的数量;  $Y, T$  分别为预测值和真实值;  $\bar{T}$  为测试样本真实值的平均值。本文使用了 MAE、RMSE 和  $R^2$  这 3 种指标评价 CNN 模型在验证集和测试集上的预测值与真实值之间的误差。

### 3 基于边坡随机场数字图像的卷积神经网络可靠度分析方法

#### 3.1 随机场数字图像的生成和预处理

离散后的随机场可以直接以矩阵形式输入到 CNN 中处理<sup>[15]</sup>,但是这样通常无法保持随机场的空间关系不变。位图(bitmap)型数字图像(digital image)通常由很多方格状的像素点组成,每个像素点都具有整数灰度值或颜色值,其实质是矩阵。随机场离散后基本可以看作一张数字图像,随机场离散点坐标对应于图像像素点坐标,该点的值对应于像素强度或灰度,随机场的个数对应于图像的通道数。如果将随机场离散结果映射到有限元模型上再转换为数字图像,则可以保持随机场的空间分布不变。因此,本文将随机场离散结果映射到 FLAC<sup>3D</sup> 中模型的单元网格后,再生成灰度图像文件,经预处理后作为 CNN 的输入。生成随机场数字图像的步骤如下:①将随机场离散结果映射到对应的 FLAC<sup>3D</sup> 网格;②指定与灰度图像的最小值(0,黑色)和最大值(255,白色)对应的土性参数的最小值和最大值;③指定位图的大小(即分辨率,以像素为单位);④批量生成随机场图像。

本文将生成的随机场图像导入 MATLAB 中进行了预处理,包括:①将 RGB 模式的灰度图像转换为灰度模式;②删除多余的空白区域;③将 uint8 类型(0~255)数据转换为双精度类型(0~1);④调整图像的大小以适应 CNN 输入层大小。需要注意的是,由于通常数字图像单通道的位深度为 8 位,即共有  $2^8 = 256$  种组合,当随机场缩放到 0~255 的整数范围时,会引起一些舍入误差,但经分析,通常误差可以忽略。

#### 3.2 基于模拟法的可靠度分析

建立 CNN 代理模型后,可以采用模拟法计算可靠度指标,如 MCS 方法。LHS 可以提高抽样效率,从而减少计算量,因此本文采用 LHS 生成样本。以边坡稳定性分析为例,功能函数为

$$g(\mathbf{X}) = F_s(\mathbf{X}) - 1 \quad (12)$$

式中,  $\mathbf{X}$  为土性参数随机变量。样本的随机场图像经预处理后由 CNN 代理模型直接计算边坡安全系数  $F_s$ ,  $P_f$  为

$$P_f = P(g(\mathbf{x}) < 0) \approx \frac{n'(F_s(\mathbf{x}) < 1)}{n} \quad (13)$$

式中,  $n$  为模拟次数,  $n'(F_s(\mathbf{x}) < 1)$  为  $F_s$  小于 1 的次数。对应的可靠度指标  $\beta$  约为<sup>[3]</sup>

$$\beta \approx -\Phi^{-1}(P_f) \quad (14)$$

式中,  $\Phi^{-1}(\cdot)$  为标准正态累积分布函数的反函数。当

功能函数为正态分布时,式(14)是准确的,否则是近似的<sup>[3]</sup>。

#### 3.3 计算流程和程序实现

本文所提方法计算流程如图 2 所示,该流程包括建立考虑参数空间变异性的数值模型(初始化)、建立样本数据库、训练 CNN 代理模型和计算可靠度指标 4 个部分。

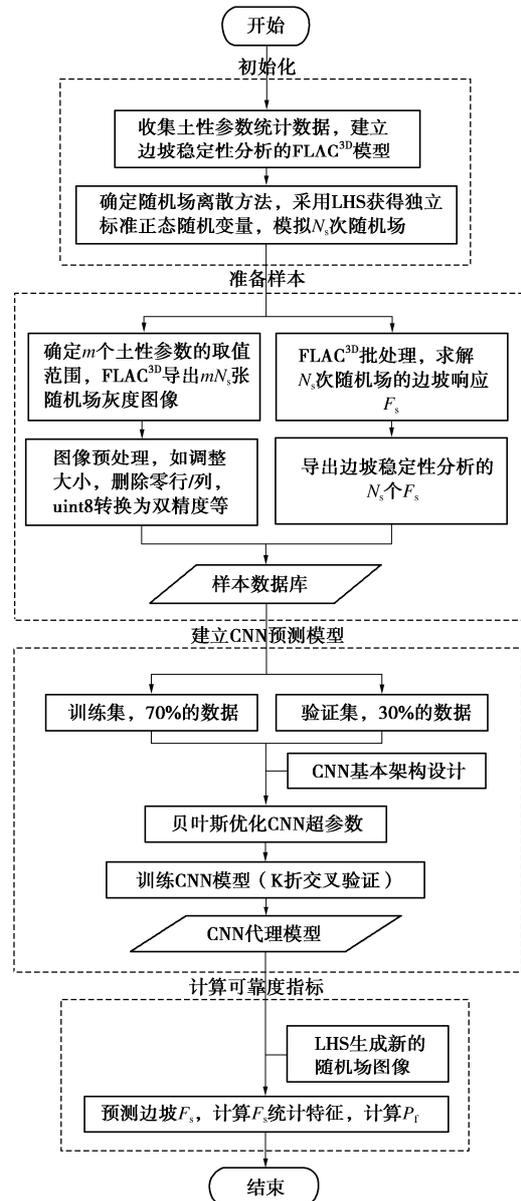


图 2 基于随机场图像和卷积神经网络的边坡可靠度分析流程  
Fig. 2 Flow chart of slope reliability analysis using random field images and CNN

本文计算过程中,随机场离散、图像预处理、贝叶斯优化、CNN 代理模型训练和可靠度指标的计算均在 MATLAB R2020b 中编程实现,其中 CNN 训练采用了深度学习工具包(deep learning toolbox)。边坡稳定性分析和随机场图像生成由 FLAC<sup>3D</sup> 6.0 软件 Fish 语言实现批量计算。本文全部计算在 Intel(R) Core(TM) i5-8400@2.80 GHz 的 CPU 和 NVIDIA GeForce GT 710

的 GPU 上完成。

## 4 算例验证

### 4.1 单层不排水饱和黏土边坡 ( $\varphi_u = 0$ )

以文献[20]中不排水饱和黏土边坡为例进行分析, 如图 3 所示, 坡高为 5 m, 坡度为  $26.6^\circ$ 。不排水抗剪强度  $c_u$  被视为对数正态随机场, 其均值为 23 kPa, 变异系数为 0.3, 水平和垂直自相关距离分别为 20, 2 m, 采用指数型自相关函数。土体饱和重度  $\gamma_{sat}$  为 20 kN/m<sup>3</sup>, 弹性模量  $E$  为 100 MPa, 泊松比为 0.3, 重力加速度为 10 m/s<sup>2</sup>。

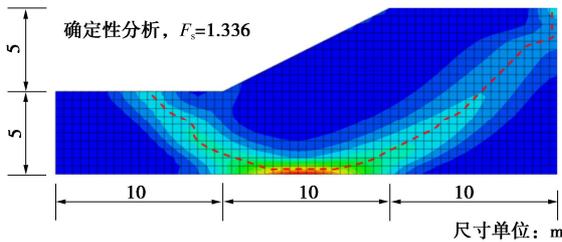


图 3 单层饱和黏土边坡确定性分析结果(最大剪应变增量)  
Fig. 3 Deterministic analysis of a single layer clay slope under undrained condition (maximum shear strain increment)

FLAC<sup>3D</sup> 模型网格单元边长为 0.5 m, 共划分 910 个单元。这种划分方法遵循了文献[21]的建议, 即单元尺寸应小于相关距离 (又称波动范围) 的一半。采用理想弹塑性莫尔-库仑本构模型和非关联流动法则, 当  $c_u$  取均值时, 确定性分析得到  $F_s$  为 1.336, 对应的滑面如图 3 所示。图 3 中滑面为最大剪应变增量分析的结果, 红色虚线为提取单元剪应变增量后刻画的临界滑面。这个结果与文献[20]中采用 FLAC 计算的结果 1.322 接近, 而比采用简化毕肖普法 (BSM) 且假定圆弧滑动面的结果 1.356 要略小。这主要是由于强度折减法 (SRM) 无需假定滑动面位置, 而是根据剪切应变自动寻找最弱的滑动面位置<sup>[20]</sup>。

采用 KL 展开法离散  $c_u$  随机场, 当展开项数  $M = 100$  时, 比率因子  $\varepsilon = 0.92$ ;  $M = 200$  时, 比率因子  $\varepsilon = 0.95$ 。作为对比, 图 4 给出了指数型和高斯型自相关函数在不同自相关距离下采用 KL 离散随机场的精度与截断项数的关系曲线。可见, 同样条件下, 指数型比高斯型自相关函数需要的展开项数更多。当自相关距离变小时, 两者都需要更多的截断项数  $M$  以确保随机场离散精度。当  $l_h = 5$  m,  $l_v = 0.5$  m 且以  $\varepsilon = 0.95$  为阈值时, 前者所需的截断项数多达 2000 多项, 后者则需 100 多项。为兼顾计算精度和计算效率, 文献[22]建议适当降低  $\varepsilon$  阈值, 例如取  $\varepsilon = 0.85$  为阈值, 认为对最终可靠度分析精度的影响不大。文献[23]总结了不同类型土的相关距离的典型范围, 其中水平相

关距离多集中在 1~50 m, 垂直相关距离多集中在 0.1~3 m。上述分析表明, 随机场 KL 展开离散方法在某些情况下仍需要较多的随机变量才能准确表征土性空间变异性。

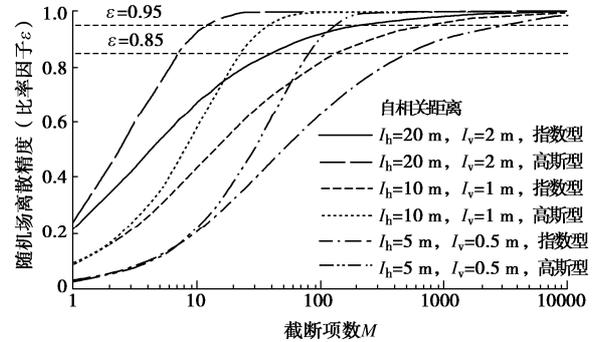


图 4 随机场离散精度与 KL 展开截断项数的关系 (离散域:  $L_h = 30$  m,  $L_v = 10$  m)

Fig. 4 Relationship between discretization accuracy and number of KL truncation terms (discrete domain:  $L_h = 30$  m,  $L_v = 10$  m)

与基于随机变量的代理模型不同, 本文将随机场数字图像作为 CNN 模型的输入, 因此不受 KL 展开截断项数的限制, 事实上亦可采用其他随机场离散方法生成图像。因此, 本文取  $M = 200$  离散  $c_u$  随机场以达到  $\varepsilon = 0.95$  的离散精度, 采用 LHS 方法生成独立标准正态随机变量, 共模拟了 100 次  $c_u$  随机场, 即  $N_s = 100$ 。图 5 为  $c_u$  随机场的一次实现及其预处理后的灰度图像, 图 5 (a) 为  $c_u$  随机场的空间分布, 对应的破坏模式为浅层破坏, 滑动体穿过了强度较低的区域, 从坡角处滑出,  $F_s$  为 0.963。图 5 (b) 为图 5 (a) 随机场预处理后的灰度图像, 图像大小为  $20 \times 60 \times 1$ , 其中每一个栅格为一个像素点。像素点灰度值的范围  $[0, 1]$  对应了  $c_u$  的取值区间  $[0, 60$  kPa], 根据  $c_u$  的分布, 该区间覆盖了 99.97% 的可能取值。这 100 组样本将用于 CNN 代理模型的建立。

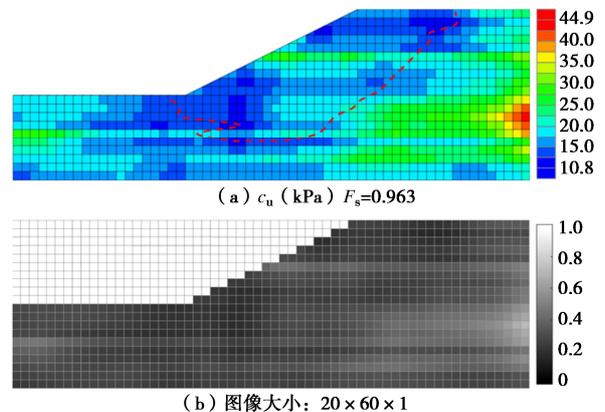


图 5 随机场离散的一次实现 (a) 和预处理后的灰度图像 (b)  
Fig. 5 One realization of random fields (a) and corresponding gray image after preprocessing (b)

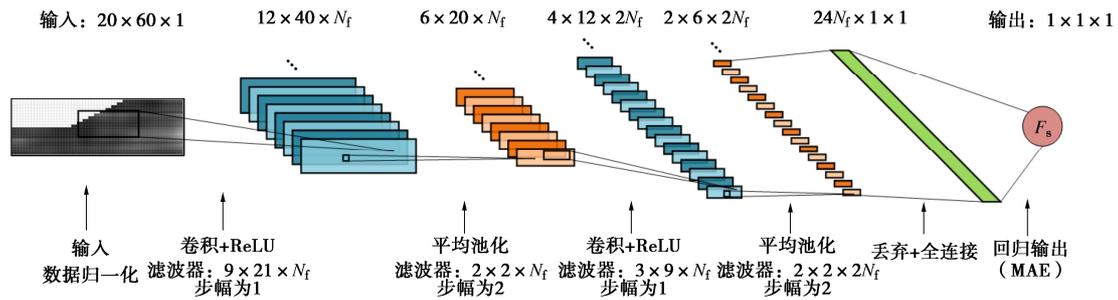


图6 卷积神经网络的初步架构

Fig. 6 Preliminary architecture of CNN

CNN的初步网络架构设计如图6所示,共10层。输入层归一化方法为默认的零中心(zerocenter)方法,即减去输入数据的平均值。第一个卷积层滤波器的大小为 $9 \times 21 \times N_f$ ,其中 $N_f$ 是待贝叶斯优化的超参数之一,步幅为1。由于ReLU激活不改变特征图大小,故第一次卷积和激活之后特征图的大小为 $12 \times 40 \times N_f$ 。采用 $2 \times 2$ 的平均池化,步幅为2,池化后特征图缩小为原来的25%,即 $6 \times 20 \times N_f$ 。第二个卷积层滤波器大小为 $3 \times 9 \times 2N_f$ ,步幅为1,参考VGG16网络的架构<sup>[24]</sup>,取滤波器的数量等于第一个卷积层的2倍,卷积后特征图的大小为 $4 \times 12 \times 2N_f$ ,激活层和平均池化层保持不变,因此特征图的大小缩减为 $2 \times 6 \times 2N_f$ 。池化层后为丢弃层,将丢弃率设为待优化的超参数之一,之后的全连接层与浅层神经网络类似,相邻两层的神经元之间为全连接关系,最后为回归输出层,采用MAE作为损失函数。由于CNN的架构非常灵活,可通过多个卷积层堆叠的方式提取更高级的特征,例如VGG16网络包含了13个卷积层和3个全连接层<sup>[24]</sup>,因此以上的架构并非绝对的,而是根据经验和试错法确定的。

样本数据库随机分出30%作为验证集,其余70%作为训练集进行CNN超参数的贝叶斯优化。优化时每试算一组超参数组合,就需要训练一次CNN模型,为了降低优化时间,每种组合的最大训练回合设为3000次,评估不同参数组合的最大次数为30次。表1列出了4个超参数的优化区间,同时给出了默认值和优化后的最优超参数。

表1 贝叶斯优化的CNN超参数

Table 1 Bayesian optimization of CNN hyperparameters

超参数	优化区间	默认值	最优超参数
初始学习率	[0.0001,0.01]	0.001	0.0010763
$L_2$ 正则化系数	$[1 \times 10^{-8}, 1 \times 10^{-2}]$	0.0001	0.0045945
丢弃率	[0.2,0.6]	0.5	0.24031
滤波器数量 $N_f$	8~32	—	16

图7为验证集最小的MAE随优化次数的关系,

由于每次优化结束验证集的MAE是确定的,因此估计的最小目标值与观测值是相等的。表1中最优超参数为第18次优化结果,对应的验证集的MAE为0.019, RMSE为0.0238,  $R^2$ 为0.985,精度很高。

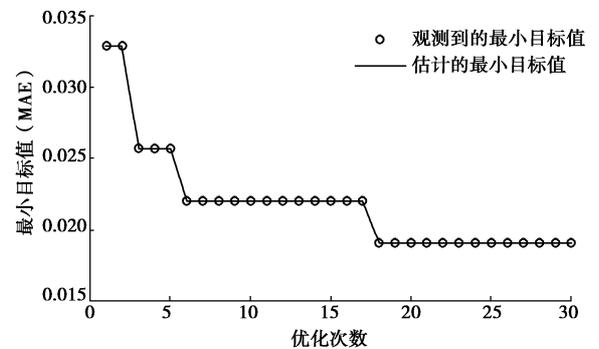


图7 验证集最小MAE与贝叶斯优化次数的关系

Fig. 7 Relationship between minimum MAE of validation set and times of Bayesian optimization

以表1中最优超参数训练CNN模型,采用五折交叉验证的训练方式,以提高泛化能力。训练后共形成5个CNN模型,以CNN-1至CNN-5的形式表示,最终取5个CNN模型结果的均值作为代理模型的计算结果,用CNN-最终表示。图8展示了CNN-1的训练过程,为训练集和验证集的损失函数值以及RMSE随迭代次数的下降曲线,可见前200次迭代后无论是训练集还是验证集的误差都快速下降并趋于稳定。由于训练集受随机丢弃影响,故图中训练集的误差略高于验证集。整个训练过程验证集误差逐步下降并趋于稳定,总体没有上升趋势,说明训练过程没有发生过拟合。由于第1500次迭代后学习率下降为初始学习率的0.1,因此误差曲线振荡幅度明显减小。在经历1802个训练回合后,训练提前停止,总历时约2min,可见本例中CNN模型的训练时间是很短的。

至此,CNN代理模型已经建立,基于此,对本例进行边坡可靠度分析。首先采用LHS抽样方法模拟了2000次随机场(2000 LHS),通过本文提出的图像处理方法生成了2000张随机场灰度图像。这些图像经

CNN 代理模型预测后可得到相应的响应, 即边坡的  $F_s$ , 在此基础上进行边坡  $P_f$  的计算。

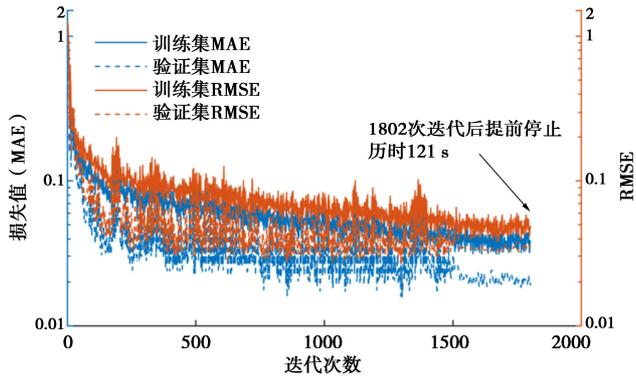


图 8 CNN 模型一次训练过程

Fig. 8 One training progress of CNN model

为验证本文所提方法, 直接通过 FLAC<sup>3D</sup> 对这 2000 次模拟随机场边坡进行了有限差分 (FDM) 稳定性分析, 得到了  $F_s$  的“真实值”, 在此基础上计算的  $P_f$  可视为精确值。图 9 为 FDM 计算的  $F_s$  真实值和 CNN 模型计算的  $F_s$  预测值的对比, 同时展示了五折交叉验证的 100 组样本在各自 CNN 模型上的计算结果和真实值的对比, 图 9 (f) 为前面 5 个 CNN 模型计算结果取平均。图中 MAE、RMSE 和  $R^2$  均是针对 2000 次 LHS 数据的计算结果。可以看出, CNN-1 到 CNN-5 的训练集数据点都比验证集数据点更接近 1:1 线, 说明训练集误差比验证集误差小, 即训练的 CNN 模型没有欠拟合。比较以上结果, 可以发现, 五折交叉验

证小幅提高了 CNN 模型的精度, 例如, 相比于 CNN-1, CNN-最终的 MAE 降低了约 13%。虽然训练 CNN 代理模型仅使用了 100 组样本, 但是 CNN 模型对 2000 LHS 的预测值与 SRM 真实值总体吻合较好, 对于较小的  $F_s$  (小于 1), 预测值与真实值更接近。另外, 注意到图 9 (f) 中有少量散点的预测值大于真实值, 且偏离较大, 其中最大绝对误差为 0.257 ( $F_s$  真实值在 1.5 左侧的点), 约为 MAE 的 10 倍。进一步分析表明, 增大样本集能消除这种现象。因此, 对于复杂问题, 应适当扩充样本集, 以提高 CNN 代理模型的精度。

由图 9 (f) 中 2000 次  $F_s$  真实值和预测值, 可以绘制得到  $F_s$  的经验累积分布函数, 如图 10 所示。同时根据 FDM 结果计算了  $P_f$  的 95% 置信区间, 分布函数差异性 K-S 检验结果等。可见, CNN 代理模型预测的最终结果与 FDM 计算的结果具有较高的一致性, 并且完全位于 FDM 结果的 95% 置信区间内。

表 2 为不同方法计算的单层不排水饱和黏土边坡可靠度分析结果。FDM 直接计算 2000 次 LHS 的  $P_f$  为 10.4%, 其 95% 置信区间为 9.06%~11.74%。CNN-LHS 计算的  $P_f$  为 10.7%, 以前者为基准, 则相对误差为 2.88%。同时 CNN 代理模型计算次数仅为前者的 1/20, 由于 FDM 计算时间较长, 因此本文提出的方法可以大幅缩短计算时间。文献[20]采用 BSM 进行十万次 MCS 得出的  $P_f$  为 7.6%, 与本文结果相差较大, 主要是由于 FDM 计算的  $F_s$  比 BSM 小, 故  $P_f$  相对较高, 这与文献[15, 20]的分析一致。

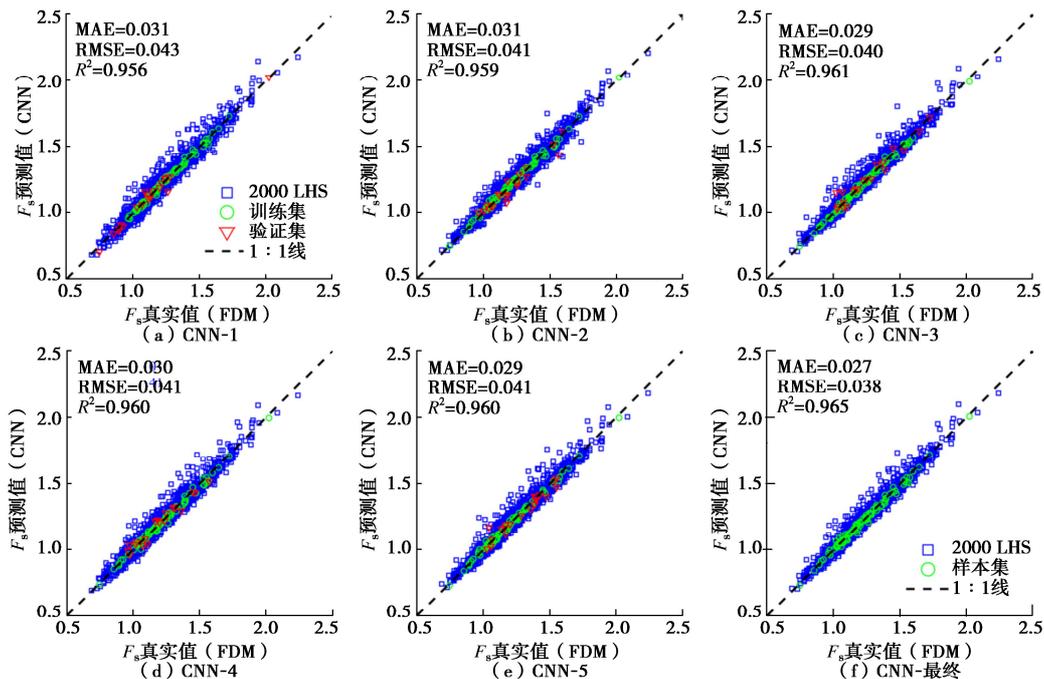


图 9 边坡  $F_s$  的真实值 (FDM) 和预测值 (CNN 五折交叉验证) 的对比

Fig. 9 Comparison of  $F_s$  of slope between FDM and CNN 5-fold cross validation

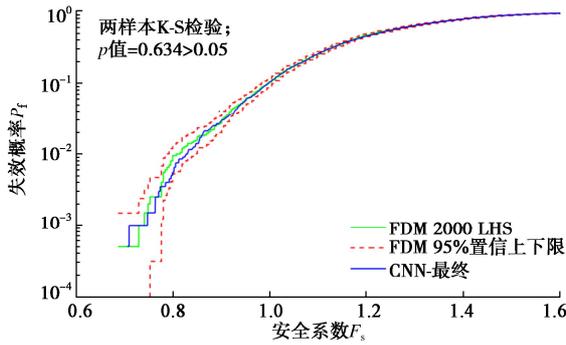


图 10 CNN 与 FDM 的  $F_s$  经验累积分布函数对比

Fig. 10 Comparison of empirical cumulative distribution function of  $F_s$  between CNN and FDM

表 2 单层不排水饱和黏土边坡可靠度分析结果的比较

Table 2 Comparison of reliability results of single-layer undrained clay slope

概率方法	$F_s$ 模型	样本数量	$F_s$ 均值	$F_s$ 标准差	$P_f$	$\beta$
LHS	FDM	2000	1.240	0.205	0.104	1.259
CNN-LHS	FDM	100	1.236	0.203	0.107	1.243
MCS	BSM	100000	1.267	0.199	0.076	1.433

4.2 双层黏性土边坡 ( $c - \varphi$  型)

为进一步验证本文所提方法，以文献[25]中的双层黏性土边坡为例进行对比分析。边坡剖面如图 11 所示，土体的统计参数见表 3。网格单元边长为 0.5 m，共划分 1210 个网格。以均值进行确定性分析， $F_s$  为 1.301，文献[25]亦采用 FLAC<sup>3D</sup> 算得边坡均值  $F_s$  为 1.295，二者非常接近。

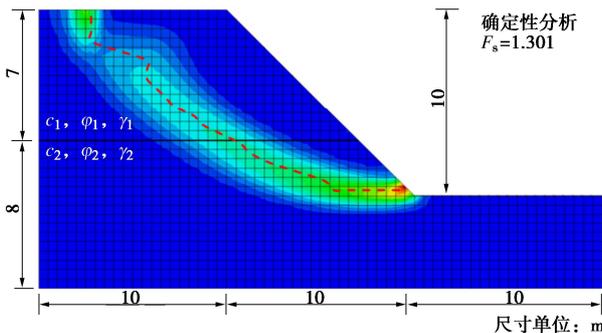


图 11 双层黏性土边坡确定性分析结果(最大剪应变增量)

Fig. 11 Deterministic analysis results of two-layered cohesive soil slope (maximum shear strain increment)

表 3 双层黏性土边坡的统计参数

Table 3 Statistics parameters of two-layered cohesive soil slope

工况	$c_1$ / kPa		$\varphi_1$ / (°)		$c_2$ / kPa		$\varphi_2$ / (°)		分布类型	自相关函数	相关距离/m		相关系数 $\rho_{c\varphi}$	重度 / (kN · m <sup>-3</sup> )		弹性模量 $E$ / MPa	泊松比
	均值	变异系数	均值	变异系数	均值	变异系数	均值	变异系数			水平	垂直		$\gamma_1$	$\gamma_2$		
1		0.3		0.2		0.3		0.2	对数正态	高斯型	40	4	-0.5	19	20	100	0.3
2	28	0.3	5	0.2	34	0.3	10	0.2									
3		0.2		0.1		0.2		0.1									

本例中视黏聚力  $c$  和内摩擦角  $\varphi$  为互相关对数正态分布随机场，相关系数为 -0.5，其他参数视为常数。考虑 3 种工况：工况 1 采用高斯型相关函数，与文献[25]一致；工况 2 采用指数型相关函数，属于高维情形；工况 3 采用指数型相关函数，并将  $c$  和  $\varphi$  的变异系数分别降至 0.2 和 0.1，因此属于高维小概率情形。

对于工况 1，文献[25]采用 KL 展开离散随机场，为使离散精度  $\varepsilon$  大于 0.95，每个随机场截断项数为 8，因此共有 32 个独立标准正态分布随机变量。本文亦采用上述方案。为建立 CNN 代理模型，采用 LHS 生成了 100 组样本，图 12 (a)，(b) 展示了工况 1 随机场的一次实现，与确定性分析不同，滑面位于上层土中。本例中 CNN 代理模型的输入层大小为  $30 \times 60 \times 2$ ，包含  $c$  和  $\varphi$  两个通道，建立的 CNN 模型与图 6 类似，但第二个卷积层滤波器大小调整为  $4 \times 9 \times 32$ ，以适应输入层大小的变化，超参数使用表 1 中的最优超参数。五折交叉验证建立了 CNN 模型，为了评价 CNN 模型预测的精度，另外生成了 100 组测试样本，CNN 代理模型预测值与真实值相比，MAE 为 0.034，RMSE 为 0.046， $R^2$  为 0.918，说明 CNN 代理模型具有较好的预测能力。采用 LHS 生成 10000 次随机场图像，CNN 代理模型快速预测出了相应的  $F_s$ ，计算的  $P_f$  为 6.78%。文献[25]采用 SIR 结合多元自适应回归样条法 (MARS) 建立代理模型，通过 MCS 计算工况 1 的  $P_f$  为 6.74%，并给出了 10000 次 LHS 的  $P_f$  结果为 6.91%，以后者为基准，则本文 CNN-LHS 方法与其相对误差仅为 1.88%。工况 1 中  $F_s$  的统计结果见表 4，同时列出了文献[25]的结果作为对比。

对于工况 2，每个随机场截断项数  $M$  取 200 时，上层土随机场离散精度  $\varepsilon$  为 0.972，下层土随机场离散精度  $\varepsilon$  为 0.958，均大于 0.95。因此对于传统的响应面等代理模型方法而言，共需要约 800 个随机变量，若不对这些随机变量做进一步降维，则其可能存在精度和效率下降的问题。本文采用 LHS 生成 200 组样本作为 CNN 代理模型的训练样本，图 12 (c)，(d) 展示了其中一组样本，可以看出，指数型随机场相比于高斯型随机场具有更强的空间变异性，而后者则更加光滑。由于上层土强度较低，滑面只穿过了上层土。采

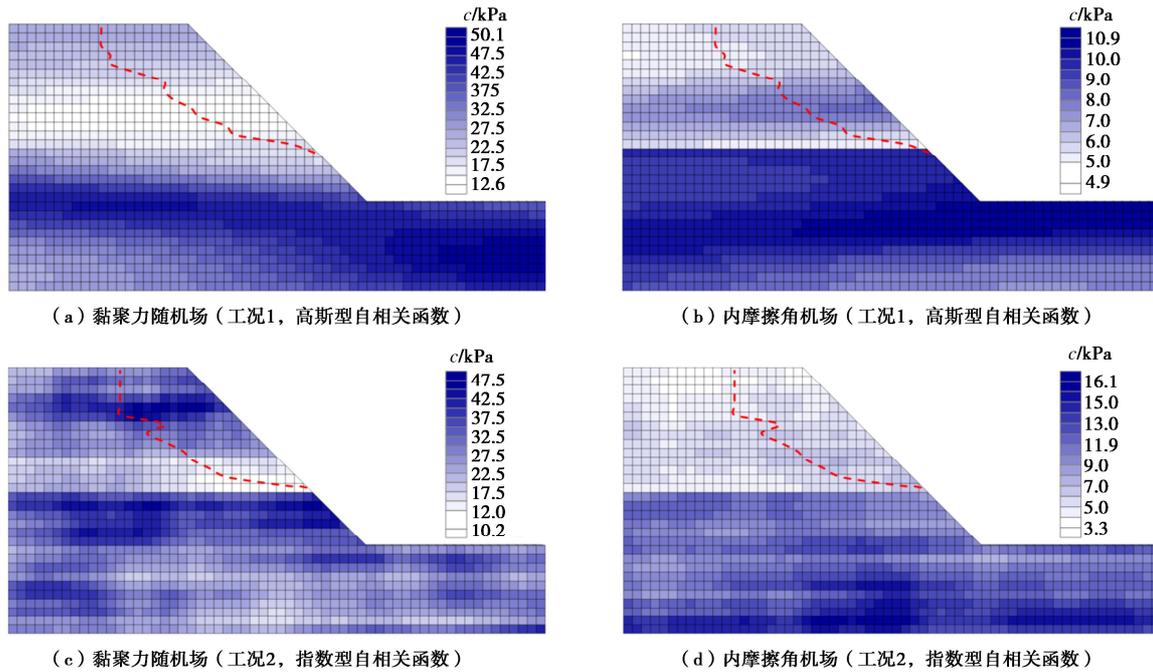


图 12 双层黏性土边坡随机场的一次实现

Fig. 12 One realization of random fields for two-layered cohesive soil slope

用与工况 1 相同的 CNN 架构和超参数, 五折交叉验证建立了 CNN 代理模型。LHS 生成 10000 次模拟的随机场图像, CNN 代理模型预测的  $P_f$  为 3.08%。为验证工况 2 的结果, 使用 FLAC<sup>3D</sup> 中“model f-o-s bracket 1 1”方法对这 10000 次模拟进行了稳定性判断, 该方法只判断边坡是否稳定, 不提供具体的  $F_s$ , 优点是能够快速算出  $P_f$  的“精确值”。计算的  $P_f$  结果为 2.97%, 以此为基准, 则 CNN 代理模型预测结果相对误差为 3.70%。另外, 采用 LHS 模拟了 1000 次随机场, 用 FDM 计算了  $F_s$  的真实值, CNN 代理模型计算了  $F_s$  预测值, 对比结果 MAE 为 0.027, RMSE 为 0.036,  $R^2$  为 0.917, 说明 CNN 代理模型具有较好的预测能力。这 1000 次模拟的  $F_s$  的统计特征列于表 4。

表 4 双层黏性土边坡可靠度分析结果的比较

Table 4 Comparison of reliability results of two-layered cohesive soil slope

工况	概率方法	样本数量	$F_s$ 均值	$F_s$ 标准差	$P_f$	$\beta$
1	LHS (基准)	$1 \times 10^4$	1.172	0.122	0.0691	1.483
	SIR-MARS-MCS	150	1.175	0.125	0.0674	1.495
	CNN-LHS (本文)	100	1.181	1.125	0.0678	1.492
2	LHS (基准)	$1 \times 10^4$	—	—	0.0297	1.885
	CNN-LHS (本文)	200	1.217	1.120	0.0308	1.869
	LHS (测试)	1000	1.222	1.124	0.0300	1.881
	CNN-LHS (本文)	—	1.218	1.121	0.0320	1.852
3	LHS (基准)	$1 \times 10^5$	—	—	$6.2 \times 10^{-4}$	3.230
	CNN-LHS (本文)	600	1.261	0.088	$6.4 \times 10^{-4}$	3.220
	LHS (测试)	400	1.255	0.099	0	—
	CNN-LHS (本文)	—	1.259	0.096	0	—

对于工况 3, 每个随机场的截断项数仍取 200, CNN 架构和超参数与工况 1 相同。为建立更加精确的 CNN 代理模型, 采用 LHS 生成了 600 组样本训练 CNN 模型。另外生成 400 组测试样本,  $F_s$  的 CNN 代理模型预测值与 FDM 真实值对比, MAE 为 0.015, RMSE 为 0.022,  $R^2$  为 0.950, 说明增大样本量可以进一步提高 CNN 代理模型的精度, 这 400 次模拟的  $F_s$  的统计特征列于表 4。采用 LHS 模拟了  $1 \times 10^5$  次随机场, CNN 代理模型预测的  $P_f$  为  $6.4 \times 10^{-4}$ , 为了验证工况 3 的结果, 使用“model f-o-s bracket 1 1”方法对这 100000 次模拟进行了稳定性判断, 得出的  $P_f$  为  $6.2 \times 10^{-4}$ , 以此为基准, 则 CNN 代理模型预测结果的相对误差为 3.23%。

图 13 展示了工况 3 的 CNN 代理模型预测的  $F_s$  经验累积分布函数及 FDM 强度折减法计算的  $P_f$  的精确值, 可以看出, CNN-1 至 CNN-5 预测的  $P_f$  与精确值存在不同程度的偏差, 但是 CNN-最终对应的  $P_f$  与精确值很接近, 说明在样本量足够的情况下, 交叉验证有利于给出  $P_f$  精确值的无偏估计。就工况 3 的计算效率而言, 一次稳定性判断计算时间平均为 4.55 s, 故 100000 次计算耗时约 5.27 d; FLAC<sup>3D</sup> 计算一次  $F_s$  用时平均为 130.56 s, 故若进行 100000 次计算则耗时约为 151.11 d; 而本文方法生成 600 组样本耗时约为 21.83 h, 五折交叉验证训练 CNN 代理模型耗时约为 6.17 h, 生成 100000 次模拟的随机场图像耗时约为 12.76 h, 预测结果耗时约 0.64 h, 故共需 1.73 d, 说明本文所提方法可将计算效率提高约 87 倍。

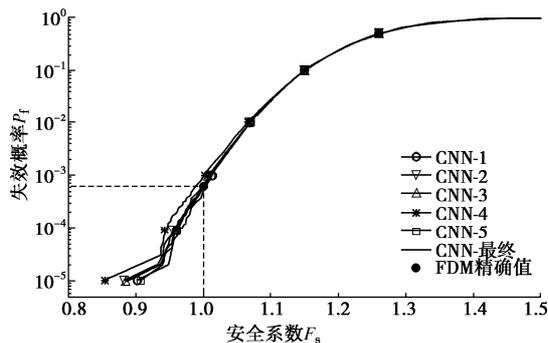


图 13 双层黏性土边坡工况 3 的  $F_s$  经验累积分布函数

Fig. 13 Empirical cumulative distribution function of  $F_s$  under condition 3 of two-layered cohesive soil slope

## 5 结 论

本文在考虑土体分层和土体参数空间变异性基础上,针对随机场离散后的高维和可靠度分析中的小概率这两个问题,提出了基于随机场数字图像表征的 CNN 代理模型可靠度分析方法。该方法将随机场离散结果转化为数字图像后建立起随机场图像和功能函数值之间隐式关系的 CNN 代理模型,进而使用 MCS 计算复杂功能函数下边坡  $P_f$ 。通过两个边坡算例验证了该方法的有效性,得到以下 4 点结论。

(1) 采用 CNN 深度学习模型建立随机场数字图像和功能函数值之间隐式关系的代理模型是可行的。对于本文算例, CNN 代理模型比较精确地预测了边坡的安全系数,进而快速对边坡稳定性进行了可靠度评估。

(2) 基于随机场数字图像的 CNN-LHS 代理模型方法对于高维问题可以不进行降维变换,具有独立于随机场离散方法的优点,具有较好的通用性。

(3) 对于小概率问题,应增加训练样本量,建议进行超参数优化和交叉验证以进一步提高 CNN 代理模型的计算精度。在样本量足够的情况下,交叉验证有利于给出  $P_f$  的无偏估计。

(4) 对于考虑多个参数空间变异性的三维可靠度分析问题理论上可以建立多个三维图像数据作为输入的深度 CNN 代理模型以降低计算量。另外地层变异性模拟、高效的图像生成方法以及代表性样本点选取方法等问题还有待进一步的研究。

### 参考文献:

[1] LUMB P. The variability of natural soils[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1966, **3**(2): 74 - 97.  
 [2] GRIFFITHS D V, FENTON G A. Probabilistic slope stability analysis by finite elements[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2004, **130**(5): 507 - 518.

[3] JI J, LIAO H J, LOW B K. Modeling 2-D spatial variation in slope reliability analysis using interpolated autocorrelations[J]. Computers and Geotechnics, 2012, **40**: 135 - 146.  
 [4] RAHIMI M, WANG Z Y, SHAFIEEZADEH A, et al. An adaptive kriging-based approach with weakly stationary random fields for soil slope reliability analysis[C]// Eighth International Conference on Case Histories in Geotechnical Engineering. Reston, 2019: 148 - 157.  
 [5] JI J, ZHANG C S, GUI Y L, et al. New observations on the application of LS-SVM in slope system reliability analysis[J]. Journal of Computing in Civil Engineering, 2017, **31**(2): 06016002.  
 [6] 仇文岗, 洪利, 黎泳钦. 基于多元自适应回归样条的高维岩土工程问题分析[J]. 河海大学学报(自然科学版), 2019, **47**(4): 359 - 365. (ZHANG Wen-gang, HONG Li, LI Yong-qin. Analysis of multi-dimensional geotechnical engineering problems based on multivariate adaptive regression splines[J]. Journal of Hohai University (Natural Sciences), 2019, **47**(4): 359 - 365. (in Chinese))  
 [7] 谭晓慧, 董小乐, 费锁柱, 等. 基于 KL 展开的可靠度分析方法及其应用[J]. 岩土工程学报, 2020, **42**(5): 808 - 816. (TAN Xiao-hui, DONG Xiao-le, FEI Suo-zhu, et al. Reliability analysis method based on KL expansion and its application[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2020, **42**(5): 808 - 816. (in Chinese))  
 [8] 李典庆, 蒋水华, 周创兵, 等. 考虑参数空间变异性的边坡可靠度分析非侵入式随机有限元法[J]. 岩土工程学报, 2013, **35**(8): 1413 - 1422. (LI Dian-qing, JIANG Shui-hua, ZHOU Chuang-bing, et al. Reliability analysis of slopes considering spatial variability of soil parameters using non-intrusive stochastic finite element method[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2013, **35**(8): 1413 - 1422. (in Chinese))  
 [9] CHARLTON T S, ROUAINIA M, DAWSON R J. Control variate approach for efficient stochastic finite-element analysis of geotechnical problems[J]. ASCE-ASME Journal of Risk and Uncertainty in Engineering Systems, Part A: Civil Engineering, 2018, **4**(3): 04018031.  
 [10] LI D Q, ZHENG D, CAO Z J, et al. Two-stage dimension reduction method for meta-model based slope reliability analysis in spatially variable soils[J]. Structural Safety, 2019, **81**: 101872.  
 [11] LIAO W W, JI J. Time-dependent reliability analysis of

- rainfall-induced shallow landslides considering spatial variability of soil permeability[J]. *Computers and Geotechnics*, 2021, **129**: 103903.
- [12] BLATMAN G, SUDRET B. Adaptive sparse polynomial chaos expansion based on least angle regression[J]. *Journal of Computational Physics*, 2011, **230**(6): 2345 - 2367.
- [13] PAN Q J, DIAS D. Sliced inverse regression-based sparse polynomial chaos expansions for reliability analysis in high dimensions[J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 2017, **167**: 484 - 493.
- [14] HE X Z, XU H D, SABETAMAL H, et al. Machine learning aided stochastic reliability analysis of spatially variable slopes[J]. *Computers and Geotechnics*, 2020, **126**: 103711.
- [15] WANG Z Z, GOH S H. Novel approach to efficient slope reliability analysis in spatially variable soils[J]. *Engineering Geology*, 2021, **281**: 105989.
- [16] GHANEM R G, SPANOS P D. *Stochastic Finite Elements: A Spectral Approach*[M]. New York: Springer New York, 1991.
- [17] BETZ W, PAPAIOANNOU I, STRAUB D. Numerical methods for the discretization of random fields by means of the Karhunen-Loève expansion[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2014, **271**: 109-129.
- [18] GOODFELLOW I, BENGIO Y, COURVILLE A. *Deep learning*[M]. MIT press, 2016.
- [19] PALUSZEK M, THOMAS S. *Practical MATLAB Deep Learning*[M]. Berkeley: Apress, 2020.
- [20] CHO S E. Probabilistic assessment of slope stability that considers the spatial variability of soil properties[J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 2010, **136**(7): 975 - 984.
- [21] HUANG J, GRIFFITHS D V. Determining an appropriate finite element size for modelling the strength of undrained random soils[J]. *Computers and Geotechnics*, 2015, **69**: 506 - 513.
- [22] 李静萍, 程勇刚, 李典庆, 等. 基于多重响应面法的空间变异土坡系统可靠度分析[J]. *岩土力学*, 2016, **37**(1): 147 - 155, 165. (LI Jing-ping, CHENG Yong-gang, LI Dian-qing, et al. System reliability analysis of spatially variable soil slopes using the multiple response surfaces method[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2016, **37**(1): 147 - 155, 165. (in Chinese))
- [23] CAMI B, JAVANKHOSHEDEL S, PHOON K K, et al. Scale of fluctuation for spatially varying soils: estimation methods and values[J]. *ASCE-ASME Journal of Risk and Uncertainty in Engineering Systems, Part A: Civil Engineering*, 2020, **6**(4): 03120002.
- [24] SIMONYAN K, ZISSERMAN A. Very deep convolutional networks for large-scale image recognition[EB/OL]. 2014: arXiv: 1409.1556[cs.CV]. <https://arxiv.org/abs/1409.1556>
- [25] DENG Z P, PAN M, NIU J T, et al. Slope reliability analysis in spatially variable soils using sliced inverse regression-based multivariate adaptive regression spline[J]. *Bulletin of Engineering Geology and the Environment*, 2021, **80**(9): 7213 - 7226.