

DOI: 10.11779/CJGE20220219

冻融循环作用下砂岩的力学特性及细观损伤本构模型研究

肖鹏^{1,2}, 陈有亮², 杜曦³, 王苏然⁴

(1. 东南大学交通学院岩土工程研究所, 江苏 南京 210096; 2. 上海理工大学环境与建筑学院土木工程系, 上海 200093;
3. 新南威尔士大学土木与环境工程学院, 悉尼 2052; 4. 同济大学地下建筑与工程系, 上海 200093)

摘要: 针对寒区岩体工程中岩石的冻融问题, 选取砂岩为试样, 通过进行室内冻融循环试验、扫描电子显微镜观测和三轴压缩试验对砂岩质量损失、微观结构和力学特性进行了分析。然后基于 Lemaitre 应变等效假设理论, 通过引入能够反映岩石冻融破坏过程中的细观冻融损伤变量和力损伤变量来描述岩石材料的劣化程度及损伤演化规律, 并采用连续损伤力学理论, 建立了冻融与围压耦合作用下岩石的损伤演化方程及细观损伤本构模型。采用理论推导的方法得出所需的模型参数表达式, 最后利用冻融岩石的三轴压缩试验数据对该模型的合理性和准确性进行了验证。将试验曲线的峰值点与模型理论曲线的峰值点进行对比, 结果表明两者吻合度较好, 该损伤本构模型能够较好地反映岩石三轴压缩过程的应力-应变峰值特性, 验证了该模型及模型参数确定方法的合理性与可靠性。该模型拓展了岩石在冻融与围压耦合作用下的损伤模型, 进一步的揭示了岩石在冻融与围压耦合作用下的损伤机制和破坏规律。

关键词: 冻融循环; 力学特性; 细观冻融损伤变量; SMP 准则; 损伤演化; 本构模型

中图分类号: TU411; TD313 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2023)04-0805-11

作者简介: 肖鹏(1997—), 男, 博士研究生, 主要从事岩石力学、微生物矿化研究。E-mail: xiaopeng_seu@163.com。

Mechanical properties of sandstone under freeze-thaw cycles and studies on meso-damage constitutive model

XIAO Peng^{1,2}, CHEN Youliang², DU Xi³, WANG Suran⁴

(1. Institute of Geotechnical Engineering, Southeast University, Nanjing 210096, China; 2. Department of Civil Engineering, School of Environment and Architecture, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China; 3. School of Civil and Environmental Engineering, University of New South Wales, Sydney 2052, Australia; 4. Department of Underground Architecture and Engineering, Tongji University, Shanghai 200093, China)

Abstract: To address the freeze-thaw problems of rocks in cold-zone rock engineering, the sandstone is selected as the specimen and analyzed for mass loss, microstructure and mechanical properties by conducting the cyclic indoor freeze-thaw tests, scanning electron microscope observations and triaxial compression tests. Then, based on the Lemaitre strain equivalence hypothesis theory, the meso-scale freeze-thaw damage variables and force damage variables are introduced to reflect the process of freeze-thaw damage of the rocks to describe the degree of deterioration of rock materials and the damage evolution law. Using the continuous damage mechanics theory, the damage evolution equation and the meso-scale damage constitutive model for the rocks under the coupling of freeze-thaw and confining pressure are established. The theoretical derivation method is used to obtain the required expressions for model parameters. Finally, the rationality and accuracy of the model are verified by the triaxial compression test data of freeze-thaw of the rocks. The peak points of the test curve are compared with those of the theoretical curve by the model, and the results show that they are in good agreement. The damage constitutive model can better reflect the stress-strain peak characteristics of the rocks during triaxial compression, which verifies the rationality and reliability of the proposed model and the relevant method for determining the model parameters. This model expands the damage model for the rocks under the coupling of freeze-thaw and confining pressure and further reveals their damage mechanism and failure law.

Key words: freeze-thaw cycle; mechanical property; Meso-

基金项目: 国家自然科学基金项目(10872133); 上海市软科学研究领域重点项目(18692106100)

收稿日期: 2022-03-02

*通信作者(E-mail: chenyouliang2001@163.com)

freeze-thaw damage variable; SMP criterion; damage evolution; constitutive model

0 引言

“十三五”以来,中国基础设施建设如火如荼,兴建了诸多重点寒区建设项目,在这些寒区工程的施工过程中遇到了越来越复杂的岩石工程问题,其中大部分寒区工程项目出现的施工问题都与岩石的冻结破坏有关,如:青藏铁路项目、中俄石油管道工程以及中西部数量繁多的隧道项目等。在此类地区进行岩体工程建设,最为常见且严峻的问题就是冻融循环引起的灾害。伴随着“十四五”规划重点项目川藏铁路及沿边铁路等基础设施建设的提出,对寒区工程岩土体结构的稳定性,岩石材料的强度、变形破坏特性等力学性质的研究不可避免地成为了重点项目建设面临的首要问题。

近年来,关于冻融循环对岩石物理力学性能影响方面的研究受到了众多国内外学者的重视,并取得了巨大的进展和丰硕的成果^[1-6]。陈有亮等^[7]选取花岗岩为试样,对其开展了水化学溶液和冻融循环耦合作用下的物理力学试验研究,分析并探讨了冻融循环和水化学溶液耦合作用下岩石的力学特性损伤劣化规律;韩铁林等^[8]对砂岩在不同化学溶液中腐蚀 30 d 后及再经历不同冻融循环次数作用后的物理力学特征变化规律进行了研究与分析,并基于孔隙率的变化建立了损伤变量来定量的描述试样的损伤劣化程度;张君岳等^[9]以不同冻融循环次数为试验变量,对饱水红砂岩开展了冻融循环试验,分析并探讨了冻融循环次数对红砂岩的物理及力学特性的劣化规律;张慧梅等^[10]基于损伤力学理论,提出了冻融损伤、力损伤与总损伤的概念,定义了冻融损伤变量和力损伤变量,并基于应变等价性原则,建立了冻融与荷载共同作用下岩石的损伤本构关系。研究表明:岩石在冻融与荷载共同作用下的损伤与冻融损伤变量、受荷损伤变量以及两者的耦合有着密切的关系;徐光苗等^[11]基于宏微观损伤力学理论,对由冻融和荷载所产生的损伤分别进行了定量研究,推导了冻融和荷载耦合作用下岩石的总损伤变量以及损伤本构模型,并与饱和页岩和红砂岩在不同冻融循环次数下的相关试验结果进行了对比;孟祥振等^[12]针对前人已建立的损伤本构模型所存在的局限与不足,在深入研究含孔隙岩石变形破坏特征的基础上,引入孔隙率来定义岩石的冻融体积变化,定义了冻融损伤变量,并采用损伤力学理论,建立了含孔隙岩石的冻融损伤本构模型;杨涛等^[13]重点研究了不同冻融循环次数对砂岩强度的影响规律,并以损伤力

学相关理论为基础,定义了综合冻融损伤变量,得到了损伤演化方程的特征曲线,最后建立了砂岩的冻融损伤本构模型。

上述研究工作为正确认识冻融循环下岩石力学性质的变化和损伤规律奠定了良好的基础,但仍存在一些不足,主要表现在以下 4 点:①目前关于岩石冻融循环的研究成果主要体现在对其宏观力学特性的影响规律方面,从微观变化量出发的研究较少、对微观裂隙的研究从定性的角度进行定量研究也较少。②对岩石冻融损伤理论方面的研究不足,即通过建立冻融损伤本构模型对岩石损伤力学特性的研究较少,且已有的冻融损伤本构模型大多没有考虑围压的作用。③已建立的冻融损伤本构模型基本上都局限于一维条件,且选取的岩石微元强度概率模型及强度准则较为单一。④以往的研究都是以宏观力学损伤理论为基础,通过宏观力学参数如弹性模量、波速等来表征岩石的损伤,从细观上建立岩石在冻融过程中损伤本构模型的研究较为罕见。针对上述问题,还需要做进一步探索。鉴于此,本文基于岩石试样微元强度服从两参数的 Weibull 分布,引入细观冻融损伤变量和力损伤变量,采用连续损伤力学理论,以 SMP 准则为岩石强度准则,并基于 Lemaitre 应变等价性假设理论建立了包含岩石冻融-围压耦合损伤演化方程的细观损伤本构模型,并通过与试验曲线对比验证了该模型。

2 冻融循环试验概况

2.1 试验仪器及方案

(1) 试样制备

该试验材料为钙质砂岩,先从冻融区域现场取得岩块,并根据国际岩石力学学会(ISRM)试验规程,加工制作成用于三轴压缩试验的试样。试样为直径 50 mm,高度 100 mm 的圆柱体试块,如图 1 所示。加工完成的试样基本尺寸和精度符合《工程岩体试验方法标准:GB/T50266—2013》的标准。



图 1 砂岩冻融试验试块

Fig. 1 Freeze-thaw test block of sandstone

(2) 试验仪器

TZW-3000II 岩石真三轴流变试验机, 如图2所示; WGD-501 立式冻融机, 如图3所示; COXEM EM30 Plus 超高分辨率台式扫描电镜 (SEM); ZBL-U5200 超声检测仪; JJ600 型电子天平。

(3) 试验方案

将初期筛选出来的 16 块砂岩试块随机分为 4 组, 并进行质量、纵波波速等参数的测量。将分组编号后的 12 块试块分组放入 WGD-501 立式快速冻融试验机中, 分别以 20°C~-30°C, -40°C, -50°C 进行冻融循环 80 次, 每个循环约 6 h, 其中冻结时间 3 h, 融化时间 3 h, 留下一组不做冻融循环试验作为对照组。待冻融循环结束后取出测量砂岩试块的质量、波速等参数, 并用扫描电子显微镜观测冻融后岩样的微观结构, 最后对所有砂岩试块进行三轴压缩试验。



图2 TZW-3000II 岩石真三轴流变试验机

Fig. 2 TZW-3000II rock true triaxial rheological testing machine



图3 WGD-501 立式冻融机

Fig. 3 WGD-501 vertical freeze-thaw machine

2.2 试验结果及分析

(1) 不同冻融循环温度下岩样质量变化率

定义质量变化率 η_{m12} 如下:

$$\eta_{m12} = \frac{m_2 - m_1}{m_1} \times 100\% \quad (1)$$

式中: m_1 为砂岩试样吸水饱和质量 (kg); m_2 为砂岩试样经过不同冻结温度循环后的质量 (kg)。

不同冻结温度循环作用后岩样的质量变化率, 如图4所示。

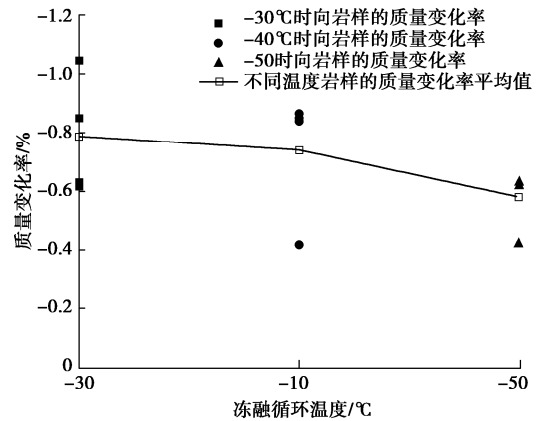


图4 质量变化率随冻融循环温度变化关系曲线

Fig. 4 Variation of mass change rate with temperature of freeze-thaw cycle

从图4可以看出: 不同冻融循环温度处理前后砂岩岩样的质量变化均呈现下降的趋势, 随着冻融循环温度的降低, 质量变化率整体上呈现下降趋势。即在此冻融循环试验中, 冻融循环温度为-30°C的砂岩岩样质量变化率要高于冻融循环温度为-40°C和-50°C的砂岩岩样质量变化率。质量变化的主要原因是: 矿物颗粒吸水膨胀性和收缩性不同引起颗粒间的变形不协调, 颗粒间的胶结作用被削弱, 颗粒出现脱落及微裂缝; 同时, 岩石在冻融循环过程中内部会产生作用在内部孔隙壁和试块表面的冻胀力, 从而引起砂岩表面的颗粒脱落和片落, 并且颗粒脱落和片落的质量要大于新增孔隙内含水的质量, 故在冻融循环试验中砂岩试样整体质量表现为下降的趋势。当试样冻融结束升温融化时, 试样孔隙中的冰晶体会快速融化, 此时孔隙内会形成一个负压区域, 由于压强作用外界水分会被吸入试样表面和孔隙中, 从而引起岩石质量较冻融结束后有一定的增加, 且随着冻融循环温度的降低这种现象愈发明显, 即吸入外界环境中水的质量随着冻融循环温度的降低不断增加, 故随着冻融循环温度的降低, 砂岩质量下降幅度呈现减小的趋势。

(2) 不同冻融循环温度下岩样纵波波速变化率
定义纵波波速变化率 $\eta_{V_{P12}}$ 如下:

$$\eta_{V_{P12}} = \frac{V_{P2} - V_{P1}}{V_{P1}} \times 100\% \quad (2)$$

式中: V_{P1} 为岩样吸水饱和后的纵波波速 (m/s); V_{P2} 为岩样经过不同冻结温度处理后的纵波波速 (m/s)。

通过使用 ZBL-U5200 超声检测仪测量经过不同冻结温度循环前后岩样的纵波波速, 得到不同冻结温度循环作用后岩样的纵波波速变化率, 如图5所示。

从图5可以看出: 不同冻融循环温度作用下砂岩岩样的纵波波速变化均呈现下降的趋势, 但随着冻融

循环温度的降低，纵波波速变化率整体上呈现上升趋势。冻融循环过程中由于岩石内部水分的交替冻结和融解所形成的冻胀力不断挤压岩石内部的初始孔隙，致使岩石内部的初始孔隙和微裂缝的体积逐渐增大，从而引起岩石内部结构的致密程度下降，岩石的纵波波速逐渐的下降。随着冻融循环温度的降低，所形成的冻胀力对岩石孔隙和微裂缝的影响不断增大，岩石中可溶性矿物溶解和脱落的越多，致密程度减小，质量和纵波波速减小的越大；当试样冻融结束升温融化时，试样孔隙中的冰晶体会快速融化，此时岩石内部孔隙中会形成一个负压区域，由于压强作用外界水分会被吸入试样表面和孔隙中，此部分的质量随着冻融循环温度的降低不断增加，且脱落的质量大于从外界吸入水的质量，故随着冻融循环温度的降低，质量变化率整体上呈现下降趋势，纵波波速变化率整体上呈现上升趋势。

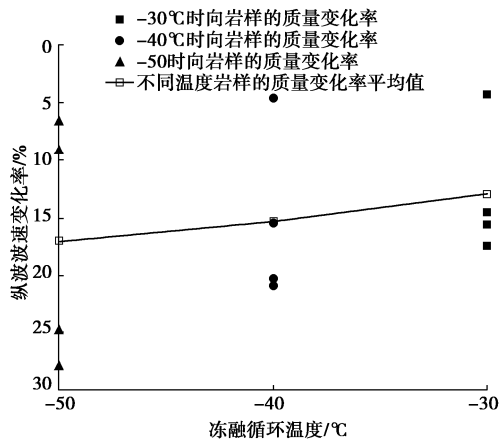


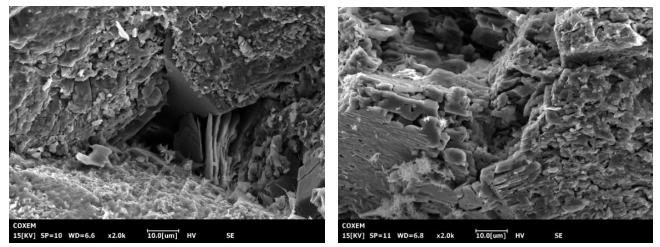
图5 纵波波速变化率随冻融循环温度变化关系曲线

Fig. 5 Variation of change rate of longitudinal wave velocity with temperature of freeze-thaw cycle

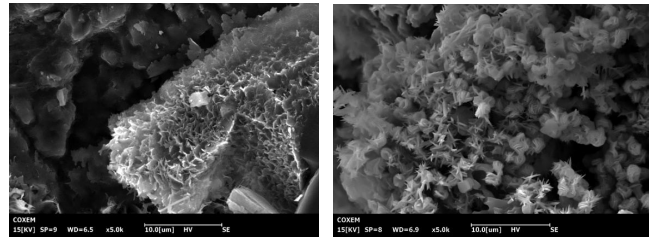
(3) 不同冻融循环温度下岩样微观结构观察与分析

对自然状态和经过不同冻融循环温度处理后并自然晾干的砂岩进行表面微观结构观察，有助于从微观角度探究冻融损伤后砂岩的损伤机理。图6为砂岩在自然状态下和经过冻融温度为-50°C循环80次并自然晾干后在扫描电子显微镜（SEM）下的细观图像，放大倍数为2k倍和5k倍。由图6可以看出，经过冻融循环后砂岩的表观细观结构发生了一定的改变。在自然状态下砂岩的表面凹凸不平且表面颗粒都比较细，在扫描电子显微镜下棱角更加分明突出。而经过冻融循环处理的砂岩试块表面颗粒与自然状态比较，明显变得更加圆滑，棱角消失，且表面颗粒之间的差异感变得更加模糊，颗粒与颗粒之间的联系

变得更为疏松。

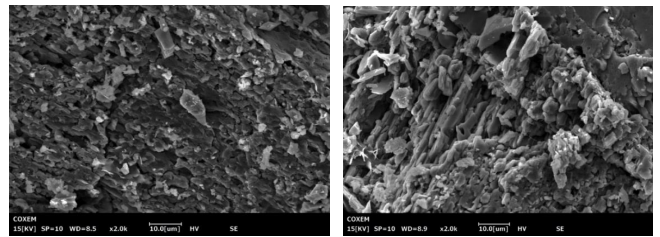


EHT: 15 kV Mag: 2 kX Detector: SE

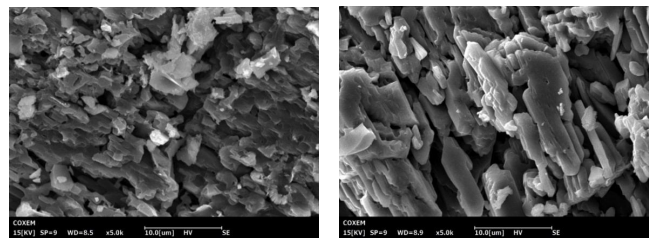


EHT: 15 kV Mag: 5 kX Detector: SE

(a) 自然状态



EHT: 15 kV Mag: 2 kX Detector: SE



EHT: 15 kV Mag: 5 kX Detector: SE

(b) 冻融温度为-50°C循环80次处理后

图6 自然状态下和冻融循环80次处理后砂岩的表面细观结构

Fig. 6 Surface microstructures of sandstone in natural state and after 80 freeze-thaw cycles

(4) 冻融后砂岩三轴压缩应力-应变曲线

用 TZW-3000II 岩石真三轴流变试验机对冻融循环温度分别为 20°C到-30°C、20°C到-40°C、20°C到-50°C和自然状态下的试件进行围压分别为 0, 5, 10, 20 MPa 的常规三轴压缩试验。试验中沿轴向施加荷载，荷载施加速率为 0.5 mm/min，加载采用轴向位移控制，直至试样破坏，而后停止加载，试验数据由仪器试验系统自动采集和存储。不同围压和不同冻融循环温度作用下砂岩的三轴压缩应力-应变曲线，如图7所示。

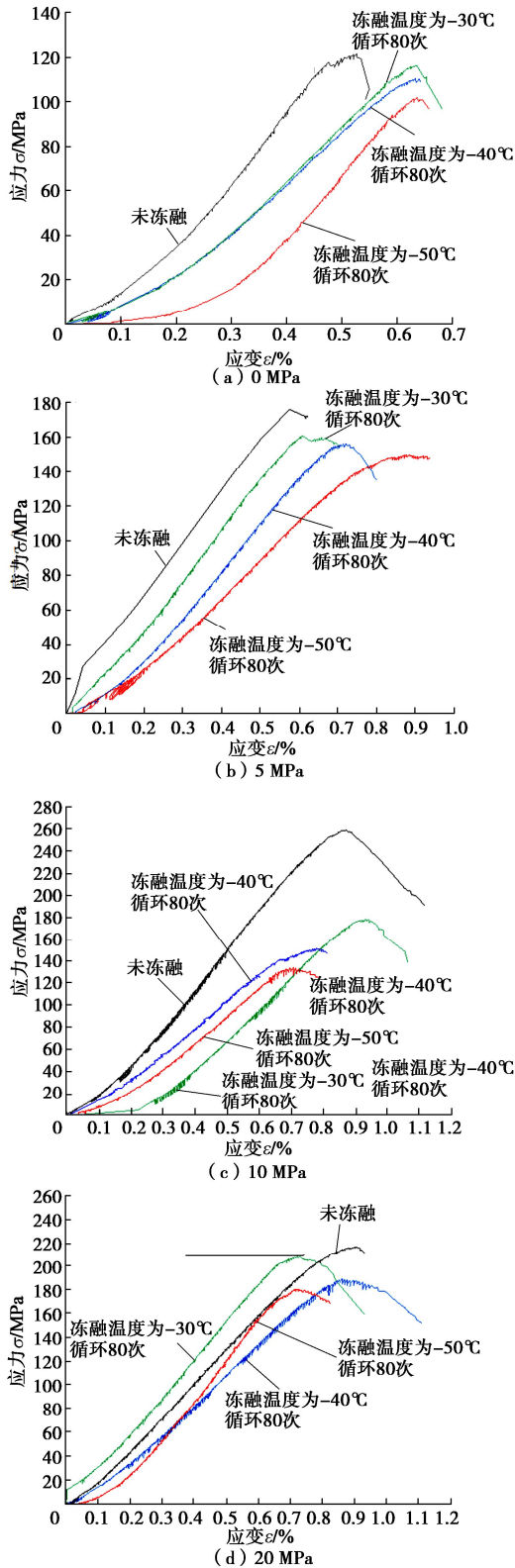


图 7 不同围压和不同冻融温度作用下的应力-应变曲线
 Fig. 7 Stress-strain curves under different confining pressures and freeze-thaw temperatures

从图 7 中可以看出：砂岩岩样在冻融循环前后的应力-应变曲线形状大体上是相似的，均可分为压密、弹性变形、裂纹发展及破坏这 4 个阶段；砂岩的峰值

强度随着冻融循环温度的降低不断下降，且冻融循环温度越低，弹性增长阶段曲线斜率越小；同时随着围压的增加，不同冻融循环温度处理后砂岩的峰值强度都有一定的增加，即围压增强效应。由于岩石形成过程的复杂性，致使岩石内部结构差异性较大，若岩石内部的软弱结构面较多，则会导致加载初期应变逐渐增加而压力却比较小、压密阶段延长的现象发生，如图 7 (c) 中冻融温度为-30℃的曲线。

3 冻融细观损伤本构模型的建立

3.1 冻融损伤变量的选择

选择合适的损伤变量对岩石损伤理论的研究是至关重要的，损伤变量的选择可从宏观和微细观两个角度进行选择。以往的研究都是以宏观力学损伤理论为基础，通过宏观力学参数如弹性模量、波速等来表征岩石的损伤，而岩石的细观损伤才是岩石力学性能劣化的真正原因，对细观冻融损伤的定量化描述计算，其核心是选择损伤测量参数，由于经过冻融循环的砂岩试样，孔隙度的变化是岩样宏观力学性质变化的根本原因。因此，本文利用孔隙度来定义损伤变量，对岩石在不同冻融循环次数下的损伤程度进行反映，细观冻融损伤变量表达式为

$$D_n = 1 - \frac{1 - \phi_n}{1 - \phi_0} \quad (3)$$

式中： D_n 为岩石细观冻融损伤变量； ϕ_n 为冻融循环 n 次后岩石的孔隙率； ϕ_0 为岩石的初始孔隙率。

3.2 力损伤变量的确定

在外荷载作用下，定义损伤变量 D_q 为某一应力水平 q 下已经破坏的微元数目 n 与初始状态下微元总数目 N 的比值，即

$$D_q = \frac{n}{N} \quad (4)$$

岩石受到外荷载作用时，其微元的破坏是随机发生的，根据 Krajcinovic 模型可知，损伤变量即为微元破坏概率 P ，若设微元破坏的概率密度函数为 $\phi(x)$ ，则 P 为 F 的累积分布函数，即

$$D_q = P = \int_0^F \phi(x) dx \quad (5)$$

Weibull 分布是一种较不保守的分布类型，它在一定程度上更真实地反映了随机变量的分布。鉴于此，本文基于岩石微元强度服从 Weibull 分布，其概率密度函数为

$$\phi(F) = \frac{m}{F_0} \left(\frac{F}{F_0} \right)^{m-1} \exp \left[- \left(\frac{F}{F_0} \right)^m \right] \quad (6)$$

式中: F 表示微元强度; m 和 F_0 分别为Weibull分布的参数。

结合式(5), (6)得岩石在荷载作用下的损伤变量:

$$D_q = \int_0^F \phi(x) dx = 1 - \exp\left[-\left(\frac{F}{F_0}\right)^m\right] \quad (7)$$

3.3 冻融-荷载耦合作用下岩石的总损伤变量的确定

岩石在冻融和荷载共同作用下造成的损伤不是岩石在冻融和荷载作用下分别造成的损伤的简单叠加,是冻融和荷载作用的耦合而成的整体效应,这种整体效应会加剧岩石内部结构的损伤。设岩石在两种状态下的损伤用缺陷材料的体积来表示,即缺陷体积占材料总体积的比率,假设未损伤岩石、冻融损伤岩石和冻融-荷载耦合作用损伤后岩石的有效体积分别为 V_0 , V_1 和 V_2 ,则

$$D_n = 1 - \frac{V_1}{V_0} \quad (8)$$

$$D_q = 1 - \frac{V_2}{V_1} \quad (9)$$

联立式(8), (9)可得冻融-荷载耦合作用下的岩石总损伤变量:

$$D_s = D_n + D_q - D_n D_q \quad (10)$$

式中: D_s 为冻融-荷载耦合作用下的岩石总损伤变量。

将式(3), (7)代入式(10)可得岩石在冻融-荷载耦合作用下的总损伤变量:

$$D_s = 1 - \frac{1 - \phi_n}{1 - \phi_0} \exp\left[-\left(\frac{F}{F_0}\right)^m\right] \quad (11)$$

3.4 围压作用下岩石微元强度的确定

Matsuoka等^[14]于1974年提出了SMP强度准则。

即,材料所受到的剪应力与正应力的比值达到某一数值时发生破坏。SMP准则有更强的物理推导过程,各变量物理意义明确,同时又克服了Mohr-Coulomb准则中未考虑中主应力对岩石强度影响的缺陷,该准则对某些岩石类材料的适用性是比较理想的。其表达式为

$$I_1 I_2 / I_3 = K = 8 \tan^2 \varphi + 9 \quad (12)$$

式中: I_1 , I_2 和 I_3 分别为应力张量第一不变量、应力张量第二不变量和应力张量第三不变量; φ 为岩石的内摩擦角; K 为材料常数; 并且 I_1 , I_2 和 I_3 分别为

$$I_1 = \sigma_1^* + \sigma_2^* + \sigma_3^* \quad (13)$$

$$I_2 = \sigma_1^* \sigma_2^* + \sigma_2^* \sigma_3^* + \sigma_1^* \sigma_3^* \quad (14)$$

$$I_3 = \sigma_1^* \sigma_2^* \sigma_3^* \quad (15)$$

式中: σ_1^* , σ_2^* 和 σ_3^* 分别为最大、中间和最小主应力。

以上SMP准则的公式只适用于摩擦性材料而不适用于 $c-\varphi$ 材料, Satake^[15]、Mastuoka等^[16]拓展了该

准则,使其同时适应非黏结性材料和黏结性材料,并提出黏结应力 σ_0 ,其表达式为

$$\sigma_0 = c \cot \varphi \quad (16)$$

式中: c 为材料的黏聚力。

修改的SMP准则表达式为

$$\hat{I}_1 \hat{I}_2 / \hat{I}_3 = K = 8 \tan^2 \varphi + 9 \quad (17)$$

式中:

$$\left. \begin{aligned} \hat{I}_1 &= \sigma_1^* + \sigma_2^* + \sigma_3^* + 3\sigma_0, \\ \hat{I}_2 &= (\sigma_1^* + \sigma_0)(\sigma_2^* + \sigma_0) + (\sigma_2^* + \sigma_0)(\sigma_3^* + \sigma_0) + \\ &\quad (\sigma_3^* + \sigma_0)(\sigma_1^* + \sigma_0), \\ \hat{I}_3 &= (\sigma_1^* + \sigma_0)(\sigma_2^* + \sigma_0)(\sigma_3^* + \sigma_0). \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

将式(17), (18)联立,并根据相关联流动法则可得黏性材料的SMP准则的表达式:

$$\frac{\sigma_1^* + \sigma_0}{\sigma_3^* + \sigma_0} = \frac{1}{4} \left(\sqrt{8 \tan^2 \varphi + 9} + \sqrt{8 \tan^2 \varphi + 6 - 2\sqrt{8 \tan^2 \varphi + 9}} - 1 \right)^2 \quad (19)$$

依据式(19)可得基于SMP准则下的岩石微元强度 F :

$$F = f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = \frac{\sigma_1^* + \sigma_0}{\sigma_3^* + \sigma_0} \quad (20)$$

根据广义胡克定律和应变等价原理,且 $\sigma_2 = \sigma_3$,将式(20)中的有效应力换成名义应力表示,可得基于SMP准则岩石在围压作用下的微元强度 F ,即

$$F = \frac{E \varepsilon_1 + 2\mu \sigma_3 + \sigma_0}{\sigma_3 + \sigma_0} \quad (21)$$

3.5 冻融与荷载耦合作用下的损伤演化方程

将式(21)代入式(11)可得

$$D_s = 1 - \frac{1 - \phi_n}{1 - \phi_0} \exp\left[-\left(\frac{E_n \varepsilon_1 + 2\mu \sigma_3 + \sigma_0}{F_0(\sigma_3 + \sigma_0)}\right)^m\right] \quad (22)$$

3.6 岩石在冻融与围压耦合作用下的三轴损伤本构模型

根据Lemaitre应变等价性假设原理和有效应力原理,则可建立岩石损伤本构关系如下:

$$\sigma_i^* = \frac{\sigma_i}{1 - D} \quad (i=1,2,3) \quad (23)$$

式中: σ_i^* 为岩石的有效应力; σ_i 为岩石的名义应力(试验测得的应力); D 为岩石的总损伤变量。

由广义胡克定律可知

$$\varepsilon_i^* = [\sigma_i^* - \nu(\sigma_j^* + \sigma_k^*)] / E_n \quad (24)$$

式中: i, j, k 分别为1, 2, 3; E_n 为岩石冻融循环 n 次后的弹性模量; ν 为泊松比; ε_i^* 为与有效应力 σ_i^* 所对应的有效应变。

根据变形协调条件得

$$\varepsilon_i^* = \varepsilon_i \quad (25)$$

则由式(23)~(25)可得岩石损伤本构关系:

$$\sigma_1 = E_n \varepsilon_1 (1 - D) + \nu(\sigma_2 + \sigma_3) \quad (26)$$

岩石实际受到的轴向应力 σ_1 为试验中测量的轴向偏应力 σ_{1t} 和围压 σ_3 之和, 即

$$\sigma_1 = \sigma_{1t} + \sigma_3 \quad (27)$$

在围压作用下, 岩石产生的初始轴向应变为

$$\varepsilon_{10} = \frac{1 - 2\nu}{E_n} \sigma_3 \quad (28)$$

岩石实际产生的轴向应变 ε_1 为试验中测量的轴向应变 ε_{1t} 与初始产生的轴向应变 ε_{10} 之和, 即

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_{1t} + \varepsilon_{10} \quad (29)$$

将式(22)和(27)~(29)代入式(26)中可得冻融-荷载耦合作用下岩石三轴压缩过程中损伤统计本构模型

$$\sigma_{1t} = [E_n \varepsilon_{1t} + (1 - 2\nu)\sigma_3] \frac{1 - \phi_n}{1 - \phi_0} \exp \left[- \left(\frac{E_n \varepsilon_{1t} + \sigma_3 + \sigma_0}{F_0 (\sigma_3 + \sigma_0)} \right)^m \right] + (2\nu - 1)\sigma_3 \quad (30)$$

4 模型参数的确定

从上述模型可以看出, 该模型中需要确定的参数有 ϕ_n 和 m , F_0 。

4.1 不同冻融循环次数下岩石的损伤本构模型参数确定

本文通过孔隙率随冻融循环次数的变化来表征岩石在不同冻融循环次数作用下的损伤程度, 即 D_n 。对于参数 ϕ_n 可通过岩石核磁共振试验来确定。

4.2 不同围压作用下岩石的损伤本构模型参数确定

对于参数 m 和 F_0 可采用岩石应力应变曲线的峰值点(ε_p , σ_p)来确定, 即极值法。具体求解过程如下。

峰值应力 σ_p 与所对应的峰值应变 ε_p 满足下列两个几何条件

$$\varepsilon = \varepsilon_p, \quad \sigma_1 = \sigma_p \quad (31)$$

$$\varepsilon = \varepsilon_p, \quad \frac{d\sigma_1}{d\varepsilon_1} = 0 \quad (32)$$

将式(31), (32)代入式(30)中, 可得到两个关于 Weibull 分布参数 m 和 F_0 的关系式, 并最终求出模型参数 m 和 F_0 。

首先将式(31)代入式(30)中可得

$$\frac{1 - \phi_n}{1 - \phi_0} \exp \left[- \left(\frac{F_{sc}}{F_0} \right)^m \right] = \frac{\sigma_p + (1 - 2\nu)\sigma_3}{E_n \varepsilon_p + (1 - 2\nu)\sigma_3} \quad (33)$$

其中,

$$F = \frac{E_n \varepsilon_{1t} + \sigma_3 + \sigma_0}{(\sigma_3 + \sigma_0)} \quad (34)$$

式(33)中 F_{sc} 为应力应变曲线极值点对应的 F , 即 F_{sc} 为式(34)中 ε_{1t} 和 σ_{1t} 满足式(31)条件时的 F 值。

其次再对式(30)进行求导, 并结合式(31)即可。对式(30)求取偏微分得

$$\left. \frac{\partial \sigma_{1t}}{\partial \varepsilon_{1t}} \right|_{\substack{\sigma_{1t} = \sigma_p \\ \varepsilon_{1t} = \varepsilon_p}} = \frac{1 - \phi_n}{1 - \phi_0} \exp \left[- \left(\frac{F}{F_0} \right)^m \right] \left\{ E_n - \frac{m [E_n \varepsilon_p + (1 - 2\nu)\sigma_3]}{F_{sc}} \left(\frac{F_{sc}}{F_0} \right)^m \frac{\partial F_{sc}}{\partial \varepsilon_{1t}} \right\} \quad (35)$$

由式(32)知

$$E_n - \frac{m [E_n \varepsilon_p + (1 - 2\nu)\sigma_3]}{F_{sc}} \left(\frac{F_{sc}}{F_0} \right)^m \frac{\partial F_{sc}}{\partial \varepsilon_{1t}} = 0 \quad (36)$$

再对式(34)求取偏微分得

$$\left. \frac{\partial F_{sc}}{\partial \varepsilon_{1t}} \right|_{\substack{\sigma_{1t} = \sigma_p \\ \varepsilon_{1t} = \varepsilon_p}} = \frac{E_n}{(\sigma_3 + \sigma_0)} \quad (37)$$

把式(37)代入式(36)可得

$$\left(\frac{F_{sc}}{F_0} \right)^m = \frac{F_{sc} (\sigma_3 + \sigma_0)}{m [E_n \varepsilon_p + (1 - 2\nu)\sigma_3]} = \frac{E_n \varepsilon_p + \sigma_3 + \sigma_0}{m [E_n \varepsilon_p + (1 - 2\nu)\sigma_3]} \quad (38)$$

对比式(33)可得参数 m 和 F_0 的表达式为

$$m = \frac{1}{\ln \frac{1 - \phi_n}{1 - \phi_0} \left[\frac{E_n \varepsilon_p + (1 - 2\nu)\sigma_3}{\sigma_p + (1 - 2\nu)\sigma_3} \right]} \frac{E_n \varepsilon_p + \sigma_3 + \sigma_0}{[E_n \varepsilon_p + (1 - 2\nu)\sigma_3]} \quad (39)$$

$$F_0 = \frac{E_n \varepsilon_p + \sigma_3 + \sigma_0}{(\sigma_3 + \sigma_0)} \left(\frac{E_n \varepsilon_p + (1 - 2\nu)\sigma_3}{E_n \varepsilon_p + \sigma_3 + \sigma_0} m \right)^{\frac{1}{m}} \quad (40)$$

按照上述的参数确定方法, 将得到的参数 ϕ_n 和 m , F_0 代入式(30)中, 即可得到岩石在冻融-荷载耦合作用下的细观损伤本构模型。

5 冻融-围压耦合作用下岩石的损伤本构模型验证

为验证本文建立的岩石损伤演化方程、细观损伤本构模型及参数确定方法的合理性及准确性, 本文作者首先通过引用张二峰等^[17]冻融循环作用下砂岩细观损伤演化规律试验研究和许玉娟等^[18]冻融岩石核磁共振检测及冻融损伤机制分析的相关研究成果来获得核磁共振试验下测得的岩样孔隙率, 并且通过拟合孔隙率随着冻融循环次数的变化关系, 得到不同冻融循环次数后岩样的核磁共振孔隙率 ϕ_n 与冻融次数 n 的拟合方程。最后采用张蒙军^[19]冻融环境下红砂岩物理力学特性试验的相关研究成果来进行验证。

张二峰等^[17]冻融循环作用下砂岩细观损伤演化规律试验研究中岩样的核磁共振孔隙率见表1。

表 1 不同冻融循环次数下岩样的核磁共振孔隙率

Table 1 NMR porosities of rock samples under different freeze-thaw cycles

冻融循环次数	0	5	10	20	30	40	50
孔隙率 $\phi_n/\%$	5.58	5.76	6.06	6.20	6.33	6.43	6.76

许玉娟^[18]冻融岩石核磁共振检测及冻融损伤机制分析的研究中岩样的核磁共振孔隙率见表 2。

表 2 岩样的核磁共振孔隙率

Table 2 NMR porosities of rock samples

冻融循环次数	10	30	50	70
孔隙率 $\phi_n/\%$	2.83	4.09	7.43	10.13

用二次多项式分别对表 1 和表 2 中不同冻融循环次数作用下岩样的核磁共振孔隙率进行拟合, 拟合曲线如图 8 所示。

由图 8 可知, 用 2 次多项式拟合表 1 和表 2 中岩样的核磁共振孔隙率随冻融循环次数变化的曲线拟合优度 (R^2) 分别为 0.929, 0.966, 表明用表 2 中的不同冻融循环次数作用下岩样的核磁共振孔隙率得到的拟合曲线较表 1 的拟合曲线的拟合程度高, 故用表 2 中岩样的核磁共振孔隙率随冻融循环次数变化的数据进行拟合得到的参数 a , b 和 c 进行计算较为准确。

则核磁共振孔隙率 ϕ_n 与冻融循环次数 n 的拟合方程为

$$\phi_n = 9 \times 10^{-6} n^2 + 0.00054n + 0.02062 \quad (41)$$

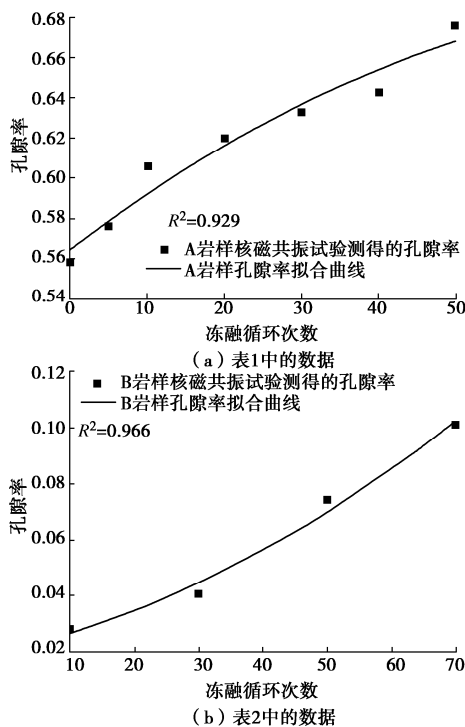


图 8 孔隙率随冻融循环次数的拟合曲线

Fig. 8 Fitting curves of porosity with number of freeze-thaw cycles

则可得到冻融循环次数为 0, 5, 10, 20 和 40 次后岩石的孔隙率拟合值, 见表 3。

表 3 不同冻融循环次数作用下岩样的核磁共振孔隙率拟合值

Table 3 Fitting values of NMR porosity of rock samples under different freeze-thaw cycles

冻融循环次数	0	5	10	20	40
孔隙率拟合值/%	2.062	2.355	2.83	3.502	5.662

张蒙军^[19]冻融环境下红砂岩物理力学特性试验的相关研究成果中, 首先对红砂岩进行不同冻融循环次数的冻融试验 (循环次数分别为 0, 5, 10, 20 和 40 次)。其次, 再对冻融循环后的岩石进行 4 种围压下的常规三轴压缩试验 (围压分别为 0, 2, 4, 6 MPa) 得到试验曲线。最后再把试验曲线与模型理论曲线进行对比, 来验证该模型的合理性及准确性。不同冻融循环次数和不同围压下红砂岩的力学参数见参考文献 [19]。

将表 3 中岩样的核磁共振孔隙率拟合值和原始物理力学参数代入式 (39), (40), 可得不同冻融循环次数和不同围压作用下的 Weibull 分布参数 m 和 F_0 , 见表 4。

表 4 不同冻融循环次数和不同围压下红砂岩模型计算参数表

Table 4 Model parameters of red sandstone under different freeze-thaw cycles and confining pressures

冻融次数	σ_3/MPa	σ_p/MPa	$\varepsilon_p/\%$	m	F_0/MPa
0	0	4.230	0.4	4.634	1.987
	2	14.572	1.1	6.869	3.369
	4	19.652	1.3	17.460	3.383
	6	24.866	1.6	25.257	3.406
5	0	4.020	0.5	3.127	1.653
	2	13.101	1.1	6.556	3.120
	4	19.132	1.3	13.958	3.113
10	0	3.800	0.5	3.225	1.651
	2	12.701	1.1	4.287	3.124
	4	18.910	1.5	5.562	3.602
20	0	3.749	0.6	3.007	1.466
	2	11.356	1.2	2.701	2.678
	4	18.100	1.8	2.887	3.591
40	0	22.903	2.1	3.499	4.031
	0	3.301	0.6	1.286	0.836
	2	10.570	1.5	1.408	2.197
40	4	17.121	1.9	2.367	3.492
	6	21.274	2.5	2.121	3.722

将试验所得的不同冻融循环次数和不同围压作用下的应力-应变曲线峰值点与模型理论曲线峰值点进行对比, 如图 9~13 所示。发现两者吻合度较好, 表明已建立的包含岩石冻融-围压耦合损伤演化方程的细观损伤本构模型能够较好地反映岩石三轴压缩过程的应力-应变峰值特性。

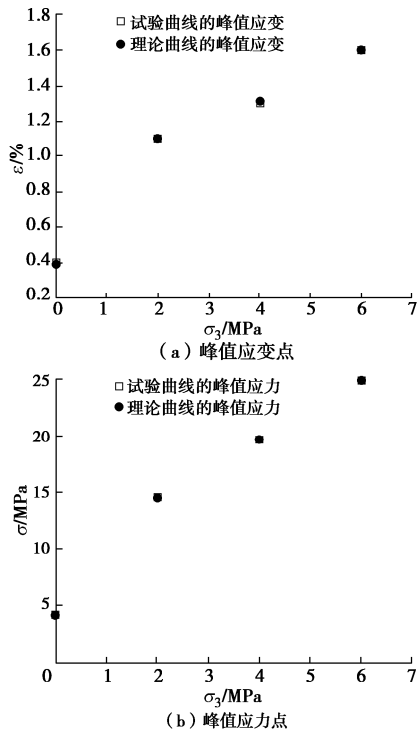


图 9 冻融循环 0 次时不同围压作用下试验曲线和理论曲线的峰值点图

Fig. 9 Peak points of experimental and theoretical curves under different confining pressures after 0 freeze-thaw cycle

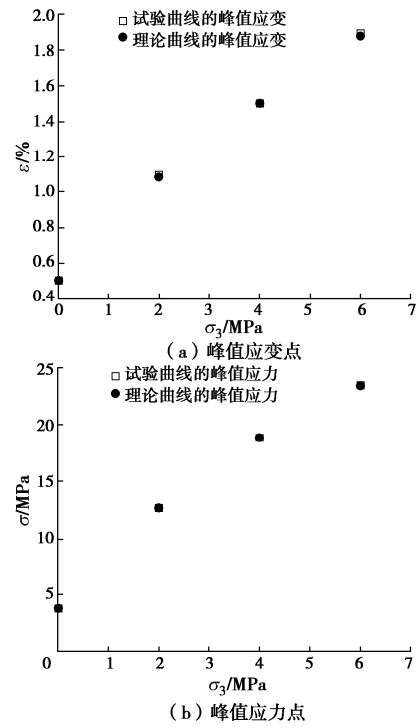


图 11 冻融循环 10 次时不同围压作用下试验曲线和理论曲线的峰值点图

Fig. 11 Peak points of experimental and theoretical curves under different confining pressures after 10 freeze-thaw cycles

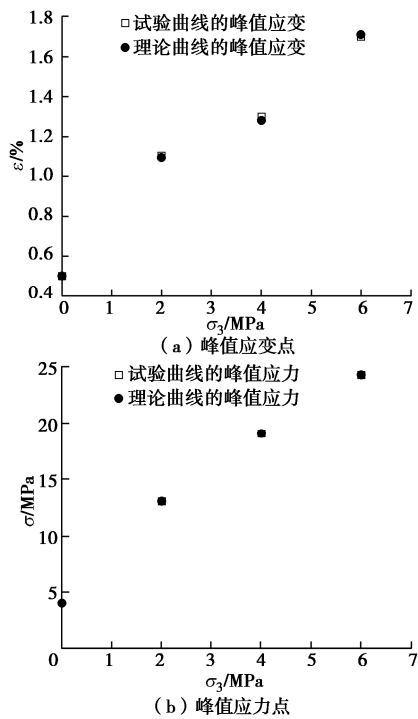


图 10 冻融循环 5 次时不同围压作用下试验曲线和理论曲线的峰值点图

Fig. 10 Peak points of experimental and theoretical curves under different confining pressures after 5 freeze-thaw cycles

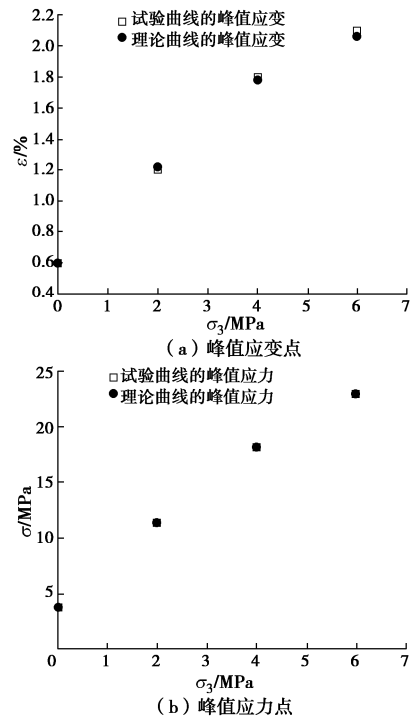


图 12 冻融循环 20 次时不同围压作用下试验曲线和理论曲线的峰值点图

Fig. 12 Peak points of experimental and theoretical curves under different confining pressures after 20 freeze-thaw cycles

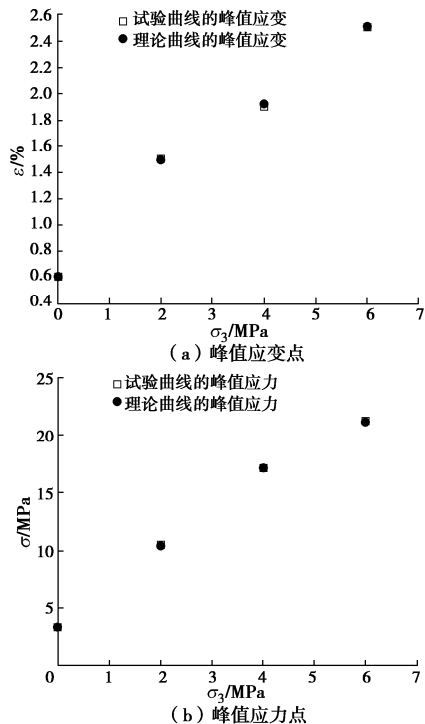


图 13 冻融循环 40 次时不同围压作用下试验曲线和理论曲线的峰值点图

Fig. 13 Peak points of experimental and theoretical curves under different confining pressures after 40 freeze-thaw cycles

从图 9~13 可知: 在同一围压下, 随着冻融循环次数的增加, 红砂岩的峰值应力逐渐降低; 在同一冻融循环次数下, 随着围压的增加, 红砂岩的峰值应力和峰值应变逐渐增大, 与试验结果一致; 理论曲线可以反映岩石强度和变形随冻融循环次数和围压变化的趋势, 同时也表明本文建立的包含岩石冻融-围压耦合损伤演化方程的细观损伤本构模型能够充分地反映冻融岩石强度依赖于围压的特征。

6 结 论

本文首先通过进行室内冻融循环试验、扫描电子显微镜观测和三轴压缩试验对砂岩质量损失、微观结构、力学特性以及冻融损伤机理进行了研究与分析。其次, 采用损伤力学理论, 引入能够反映岩石在冻融循环破坏过程中的细观冻融损伤变量和力损伤变量, 推导了冻融与围压耦合作用下岩石的总损伤变量。同时, 假定岩石微元强度服从 Weibull 分布, 选取 SMP 准则, 并基于 Lemaitre 应变等价性假设建立了包含岩石冻融-围压耦合损伤演化方程的细观损伤本构模型来研究岩石破坏过程中的损伤特性。

(1) 不同冻融循环温度处理前后砂岩岩样的质量变化均呈现下降的趋势, 随着冻融循环温度的降低, 质量变化率整体上呈现下降趋势。不同冻融循环温度处理前后砂岩岩样的纵波波速变化均呈现下降的趋

势, 随着冻融循环温度的下降, 纵波波速变化率整体上呈现上升趋势。

(2) 试验所用砂岩在冻融循环处理后发生了劣化, 并且随着冻融循环温度的下降劣化程度加剧。经过冻融循环处理的砂岩试块表面颗粒与自然状态比较, 变得更加圆滑, 棱角明显消失, 且颗粒与颗粒之间的联系更加模糊与紧密, 这种改变效果随着冻融循环温度的下降更加明显; 若岩石内部的软弱结构面较多, 则会导致加载初期应变逐渐增加而压力却比较小、压密阶段延长的现象发生。

(3) 本文建立的岩石细观损伤本构模型理论曲线峰值点与试验曲线峰值点吻合度较好, 表明该细观损伤本构模型能够较好地反映三轴压缩过程中岩石的应力-应变峰值特性, 对寒区工程中岩土体工程建设具有一定的现实意义。

(4) 本文建立的细观损伤本构模型理论曲线峰值点与试验曲线峰值点的峰值应变随冻融循环次数的变化有一定的波动, 而峰值应力随着冻融循环次数的变化是不大的, 总体而言理论曲线峰值点与试验曲线峰值点随着冻融循环次数的变化吻合度较好。

(5) 本文建立的细观损伤本构模型中, 模型参数 F_0 有明显的力学意义, 在一定程度上与岩石峰值应力有关, 峰值应力增加, F_0 的值也逐渐增大, 且随着围压的不断增大, F_0 的值也不断增大。

(6) 本文建立的细观损伤本构模型没有特定的岩石种类参数, 模型所需参数均可通过实验室常规三轴压缩试验获得, 与岩石的种类无关, 可适用于各类岩石, 工程应用方便, 具有适用性广的特点。

参考文献:

- [1] 汤连生, 张鹏程, 王思敬. 水-岩化学作用的岩石宏观力学效应的试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2002, 21(4): 526-531. (TANG Liansheng, ZHANG Pengcheng, WANG Sijing. Testing study on macroscopic mechanics effect of chemical action of water on rocks[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2002, 21(4): 526-531. (in Chinese))
- [2] WIEDERHORN S M. A chemical interpretation of static fatigue[J]. Journal of the American Ceramic Society, 1972, 55(2): 81-85.
- [3] 霍润科, 李 宁, 刘汉东. 酸性环境下类砂岩材料波速特性分析[J]. 岩土力学, 2005, 26(4): 608-611. (HUO Runke, LI Ning, LIU Handong. Analysis of characteristics of longitudinal wave velocity of mortar subjected to hydrochloric acid attack[J]. Rock and Soil Mechanics, 2005,

- 26(4): 608-611. (in Chinese))
- [4] 丁梧秀, 冯夏庭. 化学腐蚀下灰岩力学效应的试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(21): 3571-3576. (DING Wuxiu, FENG Xiating. Testing study on mechanical effect for limestone under chemical erosion[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2004, 23(21): 3571-3576. (in Chinese))
- [5] 杨更社, 蒲毅彬, 马 巍. 寒区冻融环境条件下岩石损伤扩展研究探讨[J]. 实验力学, 2002, 17(2): 220-226. (YANG Gengshe, PU Yibin, MA Wei. Discussion on the damage propagation for the rock under the frost and thaw condition of frigid zone[J]. Journal of Experimental Mechanics, 2002, 17(2): 220-226. (in Chinese))
- [6] 何国梁, 张 磊, 吴 刚. 循环冻融条件下岩石物理特性的试验研究[J]. 岩土力学, 2004, 25(增刊2): 52-56. (HE Guoliang, ZHANG Lei, WU Gang. Test study on physical characteristics of rock under freezing-thawing cycles[J]. Rock and Soil Mechanics, 2004, 25(S2): 52-56. (in Chinese))
- [7] 陈有亮, 王 朋, 张学伟, 等. 花岗岩在化学溶蚀和冻融循环后的力学性能试验研究[J]. 岩土工程学报, 2014, 36(12): 2226-2235. (CHEN Youliang, WANG Peng, ZHANG Xuewei, et al. Experimental research on mechanical properties of granite in chemical dissolution under freeze-thaw cycles[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2014, 36(12): 2226-2235. (in Chinese))
- [8] 韩铁林, 师俊平, 陈蕴生, 等. 不同化学腐蚀下砂岩冻融力学特性劣化的试验研究[J]. 固体力学学报, 2017, 38(6): 503-520. (HAN Tielin, SHI Junping, CHEN Hengchen, et al. Laboratory investigation on the mechanical properties of sandstone immersed in different chemical corrosion under freeze-thaw cycles[J]. Chinese Journal of Solid Mechanics, 2017, 38(6): 503-520. (in Chinese))
- [9] 张君岳, 田 镇, 刘恒兑, 等. 冻融红砂岩物理力学性质损伤演化试验研究[J]. 矿业研究与开发, 2020, 40(10): 79-84. (ZHANG Junyue, TIAN Zhen, LIU Huandui, et al. Experimental research of physical and mechanical damage evolution of freeze-thaw red sandstone[J]. Mining Research and Development, 2020, 40(10): 79-84. (in Chinese))
- [10] 张慧梅, 杨更社. 冻融与荷载耦合作用下岩石损伤模型的研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2010, 29(3): 471-476. (ZHANG Huimei, YANG Gengshe. Research on damage model of rock under coupling action of freeze-thaw and load[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2010, 29(3): 471-476. (in Chinese))
- [11] 徐光苗, 刘泉声. 岩石冻融破坏机理分析及冻融力学试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(17): 3076-3082. (XU Guangmiao, LIU Quansheng. Analysis of mechanism of rock failure due to freeze-thaw cycling and mechanical testing study on frozen-thawed rocks[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, 24(17): 3076-3082. (in Chinese))
- [12] 孟祥振, 张慧梅, 康晓革. 含孔隙冻融岩石的损伤本构模型[J]. 西安科技大学学报, 2019, 39(4): 688-692. (MENG Xiangzhen, ZHANG Huimei, KANG Xiaoge. Damage constitutive model of porous rock under freeze-thaw[J]. Journal of Xi'an University of Science and Technology, 2019, 39(4): 688-692. (in Chinese))
- [13] 杨 涛, 霍树义, 金坎辉, 等. 冻融循环下砂岩损伤演化及本构模型[J]. 地质与勘探, 2020, 56(4): 826-831. (YANG Tao, HUO Shuyi, JIN Kanhui, et al. Damage evolution and constitutive model under freeze-thaw cycles[J]. Geology and Exploration, 2020, 56(4): 826-831. (in Chinese))
- [14] MATSUOKA H, NAKAI T R. Stress-deformation and strength characteristics of soil under three different principal stresses[J]. Proceedings of the Japan Society of Civil Engineers, 1974(232): 59-70.
- [15] SATAKE M. Stress-deformation and strength characteristics of soil under three difference principle stresses[J]. Proc of Japan Society of Civil Engineers, 1976, 246: 137-138.
- [16] MATSUOKA H, HOSHIKAWA T, UENO K. A general failure criterion and stress-strain relation for granular materials to metals[J]. Soils and Foundations, 1990, 30(2): 119-127.
- [17] 张二锋, 杨更社, 刘 慧. 冻融循环作用下砂岩细观损伤演化规律试验研究[J]. 煤炭工程, 2018, 50(10): 50-55. (ZHANG Erfeng, YANG Gengshe, LIU Hui. Experimental study on meso-damage evolution of sandstone under freeze-thaw cycles[J]. Coal Engineering, 2018, 50(10): 50-55. (in Chinese))
- [18] 许玉娟, 周科平, 李杰林, 等. 冻融岩石核磁共振检测及冻融损伤机制分析[J]. 岩土力学, 2012, 33(10): 3001-3005, 3102. (XU Yujuan, ZHOU Keping, LI Jielin, et al. Study of rock NMR experiment and damage mechanism analysis under freeze-thaw condition[J]. Rock and Soil Mechanics, 2012, 33(10): 3001-3005, 3102. (in Chinese))
- [19] 张蒙军. 冻融环境下红砂岩物理力学特性试验研究[D]. 西安: 西安科技大学, 2015. (ZHANG Mengjun. The Experimental Study on the Physical and Mechanical Properties of Red Sandstone under the Environment of Freeze-Thaw Environment[D]. Xi'an: Xi'an University of Science and Technology, 2015. (in Chinese))