### DOI: 10.11779/CJGE202008017

# 考虑蠕变影响的深部煤体分数阶渗透率模型研究

张 雷<sup>1</sup>,周宏伟\*<sup>2,3</sup>,王向宇<sup>1</sup>,荣腾龙<sup>4</sup>,王路军<sup>5</sup>,车 俊<sup>1</sup>,王 雷<sup>1</sup>

(1. 中国矿业大学(北京)力学与建筑工程学院,北京 100083; 2. 中国矿业大学(北京)能源与矿业学院,北京 100083;

3. 中国矿业大学(北京)煤炭资源与安全开采国家重点实验室,北京 100083; 4. 河南理工大学能源科学与工程学院,

河南 焦作 454000; 5. 煤炭开采水资源保护与利用国家重点实验室,北京 102211)

**摘 要**:为了考虑深部煤体的蠕变效应对煤体渗透率的影响,结合考虑体积蠕变的深部煤体非线性蠕变三维本构方程、 Kozeny-Carman 方程、含裂隙煤体渗透率计算方程建立了基于蠕变影响的深部煤体分数阶渗透率模型。利用含瓦斯煤蠕 变-渗流试验数据对渗透率模型进行参数拟合,确定了模型的物性参数,并对不同试验条件下的渗透率演化过程进行了 模拟分析。结果表明:在弹性及黏弹性蠕变阶段,渗透率模型数值逐渐减小,符合煤体在低应力阶段蠕变过程中初始 孔隙被逐渐压密渗透率减小的物理过程;在黏塑性蠕变阶段,渗透率模型能够表征加速蠕变阶段即渗透率突增阶段的 演化趋势。此外,对分数阶渗透率模型中的关键参数进行了敏感性分析,发现随着煤体性质参数 *a*<sub>0</sub> 数值的升高,加速 蠕变阶段即渗透率突增阶段越容易出现。分数阶导数阶次越高,弹性及黏弹性蠕变阶段渗透率下降速率越快,黏塑性 蠕变阶段影透率突增趋势越缓慢。

关键词: 深部煤体; 体积蠕变; 分数阶; 渗透率模型

**中图分类号:** TU452; TD712 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000 - 4548(2020)08 - 1516 - 09 **作者简介:** 张 雷(1992一),男,博士,主要从事深部煤体多物理场耦合及渗流特征方面的研究工作。E-mail: e\_zhanglei@163.com。

# Fractional permeability model for deep coal considering creep effect

ZHANG Lei<sup>1</sup>, ZHOU Hong-wei<sup>2, 3</sup>, WANG Xiang-yu<sup>1</sup>, RONG Teng-long<sup>4</sup>, WANG Lu-jun<sup>5</sup>, CHE Jun<sup>1</sup>, WANG Lei<sup>1</sup>

(1. School of Mechanics and Civil Engineering, China University of Mining and Technology(Beijing), Beijing 100083, China; 2. School of Energy and Mining Engineering, China University of Mining and Technology(Beijing), Beijing 100083, China; 3. State Key Laboratory of Coal Resources and Safety Mining, China University of Mining and Technology(Beijing), Beijing 100083, China; 4. School of Energy Science and Engineering, Henan Polytechnic University, Jiaozuo 454000, China; 5. State Key Laboratory of Water Resource Protection and Utility of Coal Resources and Safety Mining, China University, Jiaozuo 454000, China; 5. State Key Laboratory of Water Resource Protection and Internet Science and Engineering, Henan Polytechnic University, Jiaozuo 454000, China; 5. State Key Laboratory of Water Resource Protection and Internet Science Protection Protection and Internet Science Protection and Internet Science Protection Prot

Utilization in Coal Mining, Beijing 102211, China)

**Abstract**: In order to consider the effect of creep of deep coal on the permeability, the three-dimensional constitutive equation for nonlinear creep of deep coal considering volumetric creep, the Kozeny-Carman equation and the equation for permeability of fractured coal are combined to establish a fractional permeability model based on the creep effect. The creep-seepage experimental data of gas-containing coal is used to fit the permeability model and determine the physical parameters, and the permeability evolution is simulated under different experimental conditions. The results show that the permeability model decreases gradually in the elastic and viscoelastic creep stages, which is consistent with the physical process that the initial pores are gradually reduced during the creep process of deep coal in the low stress stage. In the viscoplastic creep stage, the permeability model can characterize the evolution of the accelerated creep stage, that is, the rapid increase stage of permeability. In addition, the sensitivity analysis of the key parameters in the fractional permeability model is carried out. It is found that with the increase of the parameter  $\alpha_0$  of deep coal, the rapid increase stage of the permeability is more likely to occur. The higher the fractional derivative order, the faster the rate of permeability decline in the elastic and viscoelastic creep stages, and the slower the tendency of permeability increase in the viscoplastic creep stage. **Key words**: deep coal; volumetric creep; fractional derivative;

permeability model

随着深部煤炭资源开采的日益发展,深部高瓦斯

引

言

0

基金项目: 国家自然科学基金项目(51674266); 国家重点研发计划 (2016YFC0600704); 中国矿业大学(北京)越崎杰出学者奖励计划 收稿日期: 2019 - 05 - 10 \*通信作者(E-mail: zhw@cumtb.edu.cn) 矿井的开采与治理作为深部科学难题之一<sup>[1]</sup>,一直是 煤炭领域的研究热点。为了高效安全开采,大部分高 瓦斯矿井形成工作面后需要放置一段时间,进行瓦斯 治理。由于深部煤岩与瓦斯的赋存环境趋于一种高地 应力、高地温、高渗透压<sup>[2]</sup>的状态,煤体会随着时间 的延长发生缓慢的蠕变,影响煤体自身的渗透能力, 进而影响瓦斯的治理效果。因此,研究深部强时效下 的多场耦合理论<sup>[3]</sup>特别是深部煤体蠕变和渗流间的耦 合机理具有重要理论和工程意义。

国内外学者针对煤岩体的渗透率模型、蠕变现象 分别进行了深入研究。Palmer 等<sup>[4]</sup>考虑了孔隙压力和 基质膨胀收缩对裂隙的孔隙率演化影响,提出了一个 基于单轴应变和恒定垂向应力假设的渗透率模型。Shi 等[5]提出的渗透率模型考虑了吸附解吸引起的煤体变 形,并提出了考虑水平有效应力的渗透率模型。Cui 等<sup>[6]</sup>使用线弹性多孔弹性介质理论,考虑吸附解吸效 应推导出了与平均有效应力有关的渗透率模型。荣腾 龙等[7]在弹性理论的基础上分析了煤体基质和裂隙变 形对渗透率的影响,以火柴棍模型为几何原型,突破 传统单轴应变假设,建立了三向应力条件下煤体渗透 率演化模型。周宏伟等<sup>[8]</sup>从分数阶导数出发,在常黏 性系数 Abel 黏壶基础上提出了一种新的变黏性系数 的 Abel 黏壶元件。利用两种分数阶 Abel 黏壶代替经 典西原模型中 Newton 黏壶的方法, 建立了基于分数 阶导数的盐岩流变本构模型,并给出了该模型的解析 解,较好地反映了盐岩流变的三阶段尤其是加速流变 阶段。尹光志等<sup>[9]</sup>对煤层顶底板岩层试件进行卸围压 蠕变及周期加载蠕变试验,并采用 Burgers 体模型对 采动影响下的岩体进行蠕变理论分析,建立了采动下 煤岩蠕变损伤模型,较好地反映岩体蠕变曲线特征。 齐亚静等[10]通过在西元模型上串联一个带应变触发 的非线性黏壶,改进了西元模型并推广到三维蠕变本 构方程,利用红砂岩流变试验获得了模型参数,发现 在描述岩石的流变规律方面明显优于传统的西元模 型。王路军等<sup>[11]</sup>基于一维分数阶导数流变模型,推导 出包含体积蠕变的煤体三维应力条件下非线性蠕变本 构方程,并利用卸围压蠕变试验数据对蠕变本构方程 的参数进行拟合,结果表明蠕变本构方程能很好地描 述煤体蠕变三阶段,特别是加速阶段,最后对本构方 程中关键参数进行了敏感性分析。

上述理论研究对揭示煤体蠕变和渗流间的耦合机 理起到了至关重要的作用,而前人同样从试验角度对 蠕变-渗流耦合机理进行深入研究。尹光志等<sup>[12]</sup>运用 自制的含瓦斯煤三轴蠕变加载渗流试验系统,进行了 含瓦斯煤卸围压蠕变与渗流试验研究,改进了 Chaboche 黏塑性本构模型,进而用来描述含瓦斯煤的 卸压短期蠕变破坏。通过试验又得到了考虑 Klinkenberg 效应的卸围压过程中瓦斯流量的变化规 律、视渗透率和滑脱系数。蔡婷婷等[13]研究了不同温 度和应力下煤体蠕变中的渗流规律,得出不同温度下 贫煤分级蠕变过程中体积变形基本经历压密硬化、体 积压缩的蠕变变形和体积膨胀的蠕变变形 3 个阶段, 渗透率表现为先逐渐降低再增加的趋势。江宗斌等[14] 进行了循环加卸载条件下岩石蠕变-渗流耦合试验,得 出渗透率随着加载次数的增加先降低后逐渐增大,体 积应变随着加载次数的增加呈非线性减小的趋势。何 峰等[15]基于煤岩瞬态渗透法,对煤岩试件进行蠕变-渗流耦合试验,得出在初始蠕变变形阶段,渗透率逐 渐减小;在非线性变形阶段,当应变增加的时候,渗 透率曲线变缓,并开始缓慢增加,失稳破坏后出现大 的阶跃。曹亚军等[16]采用分级加载方式,开展不同围 压和渗压作用下渗流-应力耦合三轴流变试验得出岩 石在较低应力水平作用下渗透率变化基本保持稳定趋 势,而在破坏应力蠕变加速阶段,渗透率会发生明显 的加速增长现象的规律。

相关学者以前人在渗透率模型、蠕变本构方程、 蠕变-渗流试验方面<sup>[17-18]</sup>的研究成果为基础,建立了 考虑蠕变影响的相应理论模型。Danesh等<sup>[19]</sup>以一维西 原蠕变本构方程为基础,建立了考虑蠕变和吸附解吸 影响的渗透率模型,并分析和对比了在煤层气抽采过 程中考虑蠕变影响的渗透率演化情况。考虑到煤层气 领域通常以单轴应变假设为基础进行建立渗透率模 型,无法描述深部煤矿开采过程中渗透率演化情况。 本文以深部煤层三向应力状态为出发点,结合考虑体 积蠕变的煤体三维蠕变本构方程<sup>[11]</sup>,建立了考虑蠕变 影响的深部煤体分数阶渗透率模型,同时利用常规三 轴蠕变-渗流试验数据对模型进行了验证,并对模型的 适用性和参数敏感性进行了分析。

## 1 深部煤体分数阶三维蠕变本构方程

在三向应力条件下,煤体作为一种典型的黏弹塑 性体,其受力状态可分解为球应力与偏应力共同作用, 王路军等<sup>[11]</sup>对偏应力引起的蠕变变形与球应力引起 的体积蠕变进行了推导,将一维分数阶蠕变本构方程 推广到三维分数阶蠕变本构方程。为了能够体现分数 阶在蠕变过程中的作用,本文从偏应力和球应力两个 角度分别详细介绍了对应的蠕变本构方程。

如图1所示的蠕变模型,假设煤体为各向同性材料,泊松比不随蠕变过程而变化,偏应力作用下三维 蠕变方程为

$$\varepsilon_{ij}(t) = \frac{s_{ij}}{2G_0} + \frac{s_{ij}}{2G_1} - \frac{s_{ij}}{2G_1} E_{\gamma,1} \left[ -G_1 \frac{t^{\gamma}}{\eta_1^{\gamma}} \right] \quad (F < 0) , \quad (1a)$$

$$\varepsilon_{ij}(t) = \frac{s_{ij}}{2G_0} + \frac{s_{ij}}{2G_1} - \frac{s_{ij}}{2G_1} E_{\gamma,1} \left[ -G_1 \frac{t^{\gamma}}{\eta_1^{\gamma}} \right] + \left( \frac{F}{F_0} \right) \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} \frac{t^{\gamma}}{2\eta_2^{\gamma}} E_{1,1+\gamma}(\alpha_0 t) \quad (F \ge 0) . \quad (1b)$$

式中  $s_{ij}$ 为应力偏张量;  $G_0$ 为剪切模量;  $G_1$ 为黏弹 性剪切模量;  $\gamma$ 为分数阶导数;  $\eta_1^{\gamma}$ 为黏弹性黏滞系数;  $\eta_2^{\gamma}$ 为黏塑性黏滞系数; F为岩石屈服函数;  $F_0$ 为岩石 屈服函数初始参考值;  $\alpha_0$ 为与煤体性质相关的系数。



图 1 偏应力下煤体分数阶蠕变模型

Fig. 1 Fractional creep model for coal under deviatoric stress 屈服函数取如下形式<sup>[10]</sup>:

$$F = \sqrt{J_2} - \sigma_{\rm s} / \sqrt{3} \quad , \tag{2}$$

式中, J<sub>2</sub>为应力偏量第二不变量。

如图 2 所示的蠕变模型,可以得到在球应力作用的煤体三维蠕变方程:

$$\varepsilon_{v}(t) = \frac{\sigma_{m}}{K_{0}} + \frac{\sigma_{m}}{K_{1}} - \frac{\sigma_{m}}{K_{1}} E_{\gamma_{v},1} \left[ -K_{1} \frac{t^{\gamma_{v}}}{\eta_{v1}^{\gamma_{v}}} \right] \quad (F < 0) \quad , \quad (3a)$$

$$\varepsilon_{v}(t) = \frac{\sigma_{m}}{K_{0}} + \frac{\sigma_{m}}{K_{1}} - \frac{\sigma_{m}}{K_{1}} E_{\gamma_{v},1} \left[ -K_{1} \frac{t^{\gamma_{v}}}{\eta_{v1}^{\gamma_{v}}} \right] + \frac{\sigma_{1} - \sigma_{3} - \sigma_{s}}{2\eta_{v2}^{\gamma_{v}}} t^{\gamma_{v}} E_{1,1+\gamma_{v}}(\alpha_{v}t) \quad (F \ge 0) \quad , \quad (3b)$$

式中,  $K_0$ ,  $K_1$ 为体积模量,  $\gamma_v$ 为体积蠕变的分数阶 导数,  $\eta_{v1}^{\gamma_v}$ ,  $\eta_{v2}^{\gamma_v}$ 为体积蠕变的黏滞系数,  $\alpha_v$ 为与煤体 性质相关的系数。





Fig. 2 Fractional volumetric creep model for coal under spherical stress

通过结合偏应力与球应力对煤体蠕变的共同作 用,并将式(2)代入式(1b)得到煤体三维分数阶蠕 变本构方程,具体形式如下:

$$\varepsilon_{ij}(t) = \left(\frac{\sigma_{\rm m}}{3K_0} + \frac{\sigma_{\rm m}}{3K_1} - \frac{\sigma_{\rm m}}{3K_1}E_{\gamma_{\rm v},1}\left[-K_1\frac{t^{\gamma_{\rm v}}}{\eta_{\rm v1}^{\gamma_{\rm v}}}\right]\right)\delta_{ij} +$$

$$\begin{aligned} \frac{s_{ij}}{2G_0} + \frac{s_{ij}}{2G_1} - \frac{s_{ij}}{2G_1} E_{\gamma,1} \left[ -G_1 \frac{t^{\gamma}}{\eta_1^{\gamma}} \right] & (F < 0) , \ (4a) \\ \varepsilon_{ij}(t) = \left[ \frac{\sigma_m}{3K_0} + \frac{\sigma_m}{3K_1} - \frac{\sigma_m}{3K_1} E_{\gamma_{\gamma},1} \left[ -K_1 \frac{t^{\gamma_{\gamma}}}{\eta_{\gamma_1}^{\gamma_{\gamma}}} \right] + \frac{\sigma_1 - \sigma_3 - \sigma_s}{6\eta_{\gamma_2}^{\gamma_{\gamma}}} t^{\gamma_{\gamma}} E_{1,1+\gamma_{\gamma}}(\alpha_{\gamma} t) \delta_{ij} \right] + \frac{s_{ij}}{2G_0} + \frac{s_{ij}}{2G_1} - \frac{s_{ij}}{2G_1} E_{\gamma,1} \left[ -G_1 \frac{t^{\gamma}}{\eta_1^{\gamma}} \right] + \frac{\sigma_1 - \sigma_3 - \sigma_s}{6\eta_{\gamma}^{\gamma_{\gamma}}} t^{\gamma} E_{1,1+\gamma}(\alpha_0 t) & (F > 0) . \end{aligned}$$

式中,  $\delta_{ii}$ 为 Kronecker 符号。

## 2 考虑蠕变影响的分数阶渗透率模型

在实际高瓦斯矿井瓦斯治理过程中,工作面需要 静置时间较长,含瓦斯煤体极易发生蠕变现象,如图 3 所示,因此本文尝试建立能描述煤体屈服前后蠕变-渗流过程的渗透率演化模型。由于工作面形成过程中 巷道掘进扰动的影响,使得煤体处于不同的应力状态。 当煤体处于低应力状态时,即F<0时,煤层内部只 存在弹性及黏弹性蠕变过程;当煤体满足甚至超过屈 服条件即F≥0时,煤层内部不仅存在弹性及黏弹性蠕 变过程,而且还会发生黏塑性蠕变过程。考虑到实际 蠕变过程以屈服条件为界限的分段情况,本文提出的 渗透率模型同样以屈服条件为界限进行分段考虑,分 别建立了弹性及黏弹性蠕变阶段的渗透率模型和黏塑 性蠕变阶段的渗透率模型,具体的建模假设和推导过 程下文会依次叙述。



Fig. 3 Schematic diagram of creep process of gas-containing coal

2.1 弹性及黏弹性蠕变阶段的渗透率模型

深部煤体较浅部显得更为致密,煤体内部存在孔

<u>\</u> ¬

隙及微裂隙,无明显贯穿裂隙。假设未达到屈服条件 之前的煤层中的瓦斯渗流仅发生在煤体基质的孔隙 内,不存在裂隙中瓦斯渗流的过程,如图3(b)所示, 当*F*<0时,基质内的孔隙率变化程度直接影响到深 部煤体的渗透情况。

为了准确描述未达到屈服条件煤体的渗透率演化 过程,本文以 Kozeny-Carman 方程为出发点,推导弹 性及黏弹性蠕变阶段的渗透率模型。

根据 Kozeny-Carman 方程<sup>[20]</sup>,渗透率可写为

$$k = \frac{\varphi^3}{C(1-\varphi)^2 S^2} , \qquad (5)$$

式中, C 为系数,  $\varphi$  为孔隙率, S 为单位体积煤体的 表面积。

假设煤体的初始孔隙度为

$$\varphi_0 = \frac{V_{\rm P0}}{V_{\rm b0}} \quad , \tag{6}$$

式中, V<sub>P0</sub> 为煤体内部初始孔隙体积, V<sub>b0</sub> 为煤体初始体积。

假设骨架变形和孔隙变形共同体现在孔隙体积的 变化上,煤体在受压过程中孔隙度是动态变化的,孔 隙度变为

$$\varphi = \frac{(V_{\rm P0} - \Delta V_{\rm P}) / V_{\rm b0}}{(V_{\rm b0} - \Delta V_{\rm P}) / V_{\rm b0}} = \frac{\varphi_0 - \varepsilon_{\rm v}}{1 - \varepsilon_{\rm v}} \quad , \qquad (7)$$

式中, $\varphi_0$ 为初始孔隙率, $\varepsilon_v$ 为体应变, $\Delta V_p$ 为孔隙体 积变化量。

由式(7)可知,渗透率可表示为

$$k = \frac{(\varphi_0 - \varepsilon_v)^3}{C(1 - \varepsilon_v)(1 - \varphi_0)^2 S^2} \quad . \tag{8}$$

煤体的初始渗透率为[21]

$$k_0 = \frac{\varphi_0^3}{C(1-\varphi_0)^2 S^2} \quad , \tag{9}$$

式中, k<sub>0</sub>为初始渗透率。

结合式(8),(9)可得到渗透率具体形式:

$$k = \frac{k_0}{1 - \varepsilon_v} \left( 1 - \frac{\varepsilon_v}{\varphi_0} \right)^3 \quad . \tag{10}$$

渗流过程中煤体受到外部载荷及孔隙压力共同作 用,假设孔隙压力在煤体内均匀分布,则根据有效应 力原理,实际作用于煤体有效应力可表示为

$$\sigma'_{ij} = \sigma_{ij} - \alpha p \delta_{ij} \quad , \tag{11}$$

式中, $\sigma'_{ij}$ 为有效应力, $\alpha$ 为Biot系数,通常取 $\alpha=1$ , p为孔隙压力。

将式(11)代入式(4),可推导出考虑孔隙压力 作用时的深部煤体三维蠕变本构方程:

$$\begin{split} \varepsilon_{ij}'(t) &= \left[ \frac{\sigma_{m}'}{3K_{0}} + \frac{\sigma_{m}'}{3K_{1}} - \frac{\sigma_{m}'}{3K_{1}} E_{\gamma_{v},1} \left( -K_{1} \frac{t^{\gamma_{v}}}{\eta_{v1}^{\gamma_{v}}} \right) \right] \delta_{ij} + \\ &\frac{s_{ij}'}{2G_{0}} + \frac{s_{ij}'}{2G_{1}} - \frac{s_{ij}'}{2G_{1}} E_{\gamma,1} \left( -G_{1} \frac{t^{\gamma}}{\eta_{1}^{\gamma}} \right) \qquad (F < 0) , \quad (12a) \\ \varepsilon_{ij}'(t) &= \left[ \frac{\sigma_{m}'}{3K_{0}} + \frac{\sigma_{m}'}{3K_{1}} - \frac{\sigma_{m}'}{3K_{1}} E_{\gamma_{v},1} \left( -K_{1} \frac{t^{\gamma_{v}}}{\eta_{v1}^{\gamma_{v}}} \right) + \right. \\ &\frac{\sigma_{1}' - \sigma_{3}' - \sigma_{s}'}{6\eta_{v2}^{\gamma_{v}}} t^{\gamma_{v}} E_{1,1+\gamma_{v}}(\alpha_{v}t) \right] \delta_{ij} + \\ &\frac{s_{ij}'}{2G_{0}} + \frac{s_{ij}'}{2G_{1}} - \frac{s_{ij}'}{2G_{1}} E_{\gamma,1} \left( -G_{1} \frac{t^{\gamma}}{\eta_{1}^{\gamma}} \right) + \\ &\frac{\sigma_{1}' - \sigma_{3}' - \sigma_{s}'}{6\eta_{2}^{\gamma_{v}}} t^{\gamma_{v}} E_{1,1+\gamma_{v}}(\alpha_{0}t) \qquad (F > 0) . \quad (12b) \end{split}$$

通过式(10)可知体积应变对煤体的渗透率演化 有较大影响<sup>[21]</sup>,由于考虑蠕变的体积应变与各方向应 变存在如下关系:

$$\varepsilon'_{v}(t) = \varepsilon'_{xx}(t) + \varepsilon'_{x}(t) + \varepsilon'_{zz}(t) \quad . \tag{13}$$

将式(13)代入式(10)可得到弹性及黏弹性蠕 变阶段的渗透率模型,具体形式如下:

$$k = \frac{k_0}{1 - \varepsilon'(t)} \left( 1 - \frac{\varepsilon'_v(t)}{\varphi_0} \right)^3 \quad . \tag{14}$$

#### 2.2 黏塑性蠕变阶段的渗透率模型

煤体在达到屈服条件之后将会产生不可恢复的塑 性变形和明显的贯穿裂隙,式(2)为屈服判别条件。 如图 3 (b)所示,当F≥0时,煤层中瓦斯渗流过程 不仅发生在基质孔隙内,还发生贯穿裂隙内。现假设黏 塑性蠕变阶段含裂隙煤体渗透率的计算方程由基质渗 透率和裂隙渗透率两部分组成,计算方程表达式如下:

$$k_{\text{total}} = k_{\text{m}} + k_{\text{f}} \quad , \tag{15}$$

式中, $k_{total}$ 为屈服之后的总渗透率, $k_m$ 为基质渗透率,  $k_f$ 为裂隙渗透率,假设在黏塑性阶段基质渗透率 $k_m$ 为 满足屈服条件时的恒定渗透率数值,总渗透率 $k_{total}$ 的 变化取决于裂隙渗透率  $k_{fo}$ 

为了揭示深部煤体屈服之后的裂隙演化过程对渗透率的影响,本文将煤体简化为薄板进行分析<sup>[7]</sup>,具体过程如图 4(a)所示, $e_i$ 为裂隙开度, $h_i$ 为裂隙间距, $\sigma_x$ 为 x 方向载荷, $\sigma_y$ 为 y 方向载荷, $\sigma_z$ 为 z 方向载荷。

根据雷诺方程,煤体的裂隙渗透率 k<sub>f</sub>与裂隙开度 的立方成正比,与裂隙间距成反比。假设所有裂隙沿 z方向分布,则关于煤体裂隙渗透率的方程可写为<sup>[22]</sup>

$$k_{\rm f} = \sum_{i=1}^n k_{\rm fi} = k_{\rm f0} \exp(3\Delta\varepsilon_x) \quad , \tag{16}$$

式中, $\varepsilon_x$ 为裂隙 x 方向应变, $k_m$  为初始渗透率。

若将平面薄板扩展到三维状态,如图4(b)所示,

可得到同时考虑 x 和 y 两个方向裂隙变形影响的煤体 在 z 方向的渗透率表达式为

$$k_{\rm f} = \sum_{i=1}^{n} k_{\rm fi} = k_{\rm f0} \exp[3(\Delta\varepsilon_x + \Delta\varepsilon_y)] \quad . \tag{17}$$



Fig. 4 Schematic diagram of fractured coal

假设煤体在 x, y 方向横观各向同性,可认为煤体 在 x, y 方向的裂隙变形量相等,且屈服之后的裂隙变 形由煤体黏塑性变形控制。假设 x 方向的煤体总变形 量等于裂隙变形量与煤体基质变形量之和,则 x 方向 裂隙应变增量为

$$\Delta \varepsilon_x = \Delta \varepsilon_{tx} - \Delta \varepsilon_{rx} \quad , \tag{18}$$

式中, $\Delta \varepsilon_{rx}$ , $\Delta \varepsilon_{rx}$ 分别为沿x方向煤体的应变增量、 煤基质的应变增量。文献[23]中假设裂隙间距 $h_i$ 为常数,即可认为煤基质的应变增量 $\Delta \varepsilon_{rx} = 0$ 。则式(18)可简化为

$$\Delta \varepsilon_{x} = \Delta \varepsilon_{tx} ,$$

$$\Delta \varepsilon_{tx} = \varepsilon_{ij}'(t) - \varepsilon_{ij}'(t_{1}) ,$$
(19)

式中,煤体 x 方向应变增量  $\Delta \varepsilon_x$  为屈服后与屈服点处的黏塑性应变差值, $t_1$  为达到屈服条件的时间,且  $t_1$  时刻黏塑性应变为零,则通过式(12b)可知满足屈服条件煤体沿 x 方向的黏塑性应变增量:

$$\Delta \varepsilon_{x} = \frac{\sigma_{1}^{\prime} - \sigma_{3}^{\prime} - \sigma_{s}^{\prime}}{6\eta_{v2}^{\gamma_{v}}} t^{\gamma_{v}} E_{1,1+\gamma_{v}}(\alpha_{v}t) + \frac{\sigma_{1}^{\prime} - \sigma_{3}^{\prime} - \sigma_{s}^{\prime}}{6\eta_{2}^{\gamma}} t^{\gamma} E_{1,1+\gamma}(\alpha_{0}t) \quad . \tag{20}$$

将式(20)代入式(17),得到裂隙的渗透率模型, 具体形式为

$$k_{\rm f} = k_{\rm f0} \exp\left[\frac{\sigma_1' - \sigma_3' - \sigma_s'}{3\eta_{\rm v2}^{\gamma_{\rm v}}} t^{\gamma_{\rm v}} E_{1,1+\gamma_{\rm v}}(\alpha_{\rm v} t) + \frac{\sigma_1' - \sigma_3' - \sigma_s'}{3\eta_2^{\gamma}} t^{\gamma} E_{1,1+\gamma}(\alpha_0 t)\right] \quad .$$
(21)

则将式(14),(21)代入式(15)得到黏塑性蠕 变阶段的渗透率模型:

$$k = \frac{k_0}{1 - \varepsilon_v'(t_1)} \left( 1 - \frac{\varepsilon_v'(t_1)}{\varphi_0} \right)^3 +$$

$$k_{\rm f0} \exp\left(\frac{\sigma_1' - \sigma_3' - \sigma_s'}{3\eta_{\rm v2}^{\gamma_{\rm v}}} t^{\gamma_{\rm v}} E_{1,1+\gamma_{\rm v}}(\alpha_{\rm v} t) + \frac{\sigma_1' - \sigma_3' - \sigma_s'}{3\eta_2^{\gamma}} t^{\gamma} E_{1,1+\gamma}(\alpha_0 t)\right) \quad . \tag{22}$$

# 3 分数阶渗透率模型应用分析

## 3.1 渗透率模型有效性验证

为了验证本文模型的有效性,选取李祥春等<sup>[23]</sup>所做的常规三轴应力状态下含瓦斯煤蠕变-渗流试验结 果进行了对比分析。采用分级加载的方法分级加载轴 压,进行了瓦斯压力为 0.13 MPa 下型煤煤样的蠕变-渗 流试验。试验过程保持围压恒为 2 MPa,轴压为 6,9, 12 MPa 依次加载,煤样发生稳定蠕变时每级轴压加载 至少 12 h,以避免稳定蠕变时间过短。

根据试验分级加载结果,对式 (14),(22) 应用 非线性最小二乘法,则可以确定渗透率模型的各参数:  $K_0=68.28$  GPa,  $K_1=0.62$  GPa,  $\eta_{v1}^{\gamma_v}=18.58$  GPa·h<sup> $\gamma$ </sup>,  $\gamma_v=$ 0.6,  $\varphi_0=0.027$ ,  $k_{f0}=0.0002$  mD,  $\alpha_0=0.83/h^{-1}$ ,  $\alpha_v=0.83/h^{-1}$ ,  $\eta_{v2}^{\gamma_v}=10.96$  GPa·h<sup> $\gamma$ </sup>,  $\gamma=0.6$ ,  $\eta_2^{\gamma}=10.96$  GPa·h<sup> $\gamma$ </sup>。

基于参数,利用式(14),(22)可以给出蠕变煤体的渗透率演化规律,具体的变化趋势和数值结果如图5所示。



## 图 5 蠕变条件下的渗透率演化曲线

Fig. 5 Evolution curves of permeability under creep 当煤体所受应力小于煤体屈服强度时,煤样发生 稳定蠕变。本文只考虑加载目标值(6,9 MPa)下的 蠕变过程,不考虑轴压从0加载至6 MPa(或6 MPa 加载至 9 MPa)的中间过程。从图 5 (a)中可以看出 煤样发生衰减蠕变,渗透率呈现小幅下降的趋势。由 图 5 (a)可知,在瓦斯压力为 0.13 MPa 的情况下, 第一级加载轴压为 6 MPa 的加载过程中,渗透率模型 数值从 0.046 mD 将至 0.037 mD,降幅为 19.6%。第 二级轴压加载为 9 MPa 时,渗透率模型数值从 0.033 mD 降至 0.026 mD,降幅为 21.2%。

当煤体所受应力大于煤体屈服强度时,煤样极易发 生非稳定蠕变。如图 5 (b)所示,轴压加载为 12 MPa 时,煤体由稳态蠕变阶段进入加速蠕变阶段,相应的渗 透率模型数值从0.030 mD升至0.042 mD,增幅为40.0%。

由图 5 中模型计算结果和实际试验数据对比分析 可知,针对不同加载应力水平的蠕变-渗流试验,煤体 在弹性及黏弹性蠕变阶段、黏塑性蠕变阶段的蠕变-渗流演化规律基本可以用本文提出的渗透率模型表 征。渗透率模型不但可以表征在低应力作用下内部的 孔隙逐渐被压密及渗透率逐渐减小的过程,同样能体 现加速蠕变阶段产生明显裂隙及渗透率突增的过程。 3.2 不同试验条件下的渗透率模型分析

为了分析不同瓦斯压力情况下蠕变-渗流过程中的渗透率演化情况,利用本文提出的渗透率模型对屈服前后渗透率演化情况进行了模拟。参照 3.1 节的试验方案及参数拟合结果,将具体参数分别代入式(14),(22),保持轴压为6 MPa,围压2 MPa不变,仅改变瓦斯压力水平,取瓦斯压力分别为0.2,0.5,0.8,1.0 MPa,即可得到屈服前后不同瓦斯压力水平的渗透





瓦斯压力对蠕变-渗流过程中渗透率的影响可分为屈服前后两部分考虑。在弹性及黏弹性蠕变阶段,随着蠕变的时间的增长,不同的瓦斯压力水平所对应的渗透率都呈现降低趋势,当瓦斯压力为 0.2 MPa 时,渗透率由 0.046 mD 下降至 0.035 mD,降幅为 24 %; 当瓦斯压力为 1.0 MPa 时,渗透率由 0.046 mD 下降至 0.038 mD,降幅为 17.4%,瓦斯压力越大渗透率下降幅度越小。揭示了在恒定外部载荷作用下的煤体,瓦斯压力越大,有效应力越小,则基质内的孔隙度越大,导致渗透率下降幅度越小的物理过程。

在黏塑性蠕变阶段,当瓦斯压力为 0.2 MPa 时, 渗透率由 0.030 mD 升至 0.056 mD,增幅为 46.4 %; 瓦斯压力为 1.0 MPa 时,渗透率由 0.030 mD 升至 0.56 mD,增幅已高出 0.2 MPa 时几个量级。瓦斯压力越大, 越容易出现加速蠕变阶段即渗透率突增阶段,且突增 幅度更大。该现象表明随着瓦斯压力的增大,裂隙的 开度越来越大,发生渗透率突增的几率要比低瓦斯压 力水平要高。

不同轴向载荷对蠕变-渗流过程中的渗透率演化 同样存在较大影响,为了研究渗透率演化情况,结合 渗透率模型及具体参数对屈服前后渗透率演化情况进 行了模拟。保持围压 2 MPa,瓦斯压力 0.2 MPa 不变, 仅改变轴向载荷水平,即可得到屈服前后不同轴向载 荷水平的渗透率变化曲线,如图 7 所示。





pressures

轴向载荷水平对蠕变-渗流过程中渗透率的影响

可分为屈服前后两部分考虑。在弹性及黏弹性蠕变阶段,取轴向载荷分别为2,6,10,12 MPa,如图7(a) 所示,渗透率随着蠕变时间的增长而逐渐降低,当轴 压为2 MPa时,渗透率由0.046 mD下降至0.039 mD, 降幅为15.2%;当轴压为12 MPa时,渗透率由0.046 mD下降至0.028 mD,降幅为39.1%。随着轴向载荷 的逐渐增大,渗透率下降幅度同样逐渐增大。该模拟 结果体现了在恒定瓦斯压力作用下的煤体,随着外部 载荷水平的增大,有效应力同样增大,则基质内的孔 隙度减小,导致渗透率下降幅度增大的物理过程。

在黏塑性蠕变阶段,取轴向载荷分别为12,13,14,15 MPa,如图7(b)所示,渗透率随着蠕变时间的增长而逐渐升高,特别是在加速蠕变阶段渗透率会出现突增趋势。当轴压为12 MPa时,渗透率由初始0.030 mD增至0.032 mD;当轴压为15 MPa时,渗透率由初始0.030 mD增至0.31 mD,并且发生渗透率突增的时间较其他轴向载荷水平更早。表明黏塑性蠕变阶段的渗透率模型不仅能体现渗透率突增的过程,同样揭示了当煤体所受载荷超过屈服强度时,载荷越大越容易提前进入加速蠕变阶段的实际物理现象。

# 4 渗透率模型参数敏感性分析

## 4.1 煤体参数 $\alpha_0$ , $\alpha_v$ 的影响

通过式(22)可以发现黏塑性阶段的渗透率模型 包括考虑损伤积累的变黏性系数的参数 $\alpha_0$ , $\alpha_v$ <sup>[8]</sup>,该 参数与煤体力学性质有关,尤其是变形特性,本文假 设参数 $\alpha_0 = \alpha_v$ 。考虑到 $\alpha_0$ 的影响,保持其他参数不 变,仅改变 $\alpha_0$ ,可得到黏塑性阶段渗透率演化曲线随  $\alpha_0$ 的变化规律,如图 8 所示。图中 $\alpha_0$ 均大于零,且随 着 $\alpha_0$ 的增加,加速蠕变阶段即渗透率突增阶段越容易 出现。



Fig. 8 Evolution curves of permeability under different values of  $\alpha_0$ 

#### 4.2 分数阶导数 $\gamma$ 的影响

在渗透率模型的有效性验证过程中发现分数阶导数γ 与体积蠕变分数阶导数γ,相等,故分析导数阶次

的影响时均用γ代表。保持其他参数不变,仅改变分 数阶导数γ,可得到不同γ对应的一组渗透率变化曲 线,如图9所示。

通过图中渗透率曲线演化可知分数阶渗透率模型 中渗透率数值大小十分依赖于分数阶导数。弹性及黏 弹性蠕变阶段分数阶次越高,渗透率下降速率越快; 黏塑性蠕变阶段分数阶次越高,渗透率突增趋势越缓 慢,充分反映了分数阶导数在描述深部煤体在蠕变影 响下渗透情况变化的灵活性。



图 9 不同分数阶导数  $\gamma$  的渗透率变化曲线

Fig. 9 Evolution curves of permeability under different values of  $\gamma$ 

# 5 结 论

本文通过结合考虑体积蠕变的分数阶三维蠕变本 构方程、Kozeny-Carman 方程、含裂隙煤体渗透率计 算方程,建立了考虑蠕变影响的深部煤体分数阶渗透 率模型,通过该模型的验证与分析,得出如下3点结 论:

(1)弹性及黏弹性蠕变阶段渗透率模型呈现了煤体低应力蠕变阶段的渗透率演化趋势,揭示了体积蠕变对煤体渗透情况的影响。

(2)黏塑性蠕变阶段的渗透率模型能够充分表征 屈服后渗透率的演化情况,特别是在加速蠕变过程中 的渗透率突增阶段,与实际物理过程的渗透率演化趋 势相符。 (3)对屈服前后的渗透率模型中的煤体性质参数 α<sub>0</sub>和分数阶导数γ进行了敏感性分析,发现随着α<sub>0</sub>数 值的升高,加速蠕变阶段即渗透率突增阶段越容易出 现。分数阶导数阶次越高,弹性及黏弹性蠕变阶段渗 透率下降速率越快,黏塑性蠕变阶段渗透率突增趋势 越缓慢。

#### 参考文献:

- 谢和平,周宏伟,薛东杰,等. 我国煤与瓦斯共采:理论、 技术与工程[J]. 煤炭学报, 2014, **39**(8): 1391 - 1397. (XIE He-ping, ZHOU Hong-wei, XUE Dong-jie, et al. Theory, technology and engineering of simultaneous exploitation of coal and gas in China[J]. Journal of China Coal Society, 2014, **39**(8): 1391 - 1397. (in Chinese))
- [2] 谢和平,周宏伟,薛东杰,等.煤炭深部开采与极限开采 深度的研究与思考[J].煤炭学报,2012,37(4):535-542.
  (XIE He-ping, ZHOU Hong-wei, XUE Dong-jie, et al. Research and consideration on deep coal mining and critical mining depth[J]. Journal of China Coal Society, 2012, 37(4): 535-542. (in Chinese))
- [3] 谢和平. "深部岩体力学与开采理论"研究构想与预期成 果展望[J]. 工程科学与技术, 2017, 49(2): 1 - 16. (XIE He-ping. Research framework and anticipated results of deep rock mechanics and mining theory[J]. Advanced Engineering Sciences, 2017, 49(2): 1 - 16. (in Chinese))
- [4] PALMER I, MANSOORI J. How permeability depends on stress and pore pressure in coalbeds: a new model[J]. Spe Reservoir Evaluation & Engineering, 1998, 1(6): 539 - 544.
- [5] SHI J Q, DURUCAN S. Drawdown induced changes in permeability of coalbeds: a new interpretation of the reservoir response to primary recovery[J]. Transport in Porous Media, 2004, 56(1): 1 - 16.
- [6] CUI X J, BUSTIN R M. Volumetric strain associated with methane desorption and its impact on coalbed gas production from deep coal seams[J]. AAPG Bulletin, 2005, 89(9): 1181 - 1202.
- [7] 荣腾龙,周宏伟,王路军,等.三向应力条件下煤体渗透 率演化模型研究[J]. 煤炭学报, 2018, 43(7): 1930 - 1937.
  (RONG Teng-long, ZHOU Hong-wei, WANG Lu-jun, et al. Coal permeability model for gas movement under the three-dimensional stress[J]. Journal of China Coal Society, 2018, 43(7): 1930 - 1937. (in Chinese))
- [8] 周宏伟,王春萍,段志强,等.基于分数阶导数的盐岩流 变本构模型[J].中国科学:物理学力学天文学,2012,42(3):

310 - 318. (ZHOU Hong-wei, WANG Chun-ping, DUAN Zhi-qiang, et al. Time-based fractional derivative approach to creep constitutive model of salt rock[J]. Scientia Sinica Physica, Mechanica & Astronomica, 2012, **42**(3): 310 - 318. (in Chinese))

- [9] 尹光志,何 兵,王 浩,等. 深部采动影响下覆岩蠕变 损伤破坏规律[J]. 煤炭学报, 2015,40(6): 1390 - 1395.
  (YIN Guang-zhi, HE Bing, WANG Hao, et al. Damage law of overlying rock induced by mining[J]. Journal of China Coal Society, 2015,40(6): 1390 - 1395. (in Chinese))
- [10] 齐亚静,姜清辉,王志俭,等.改进西原模型的三维蠕变本构方程及其参数辨识[J]. 岩石力学与工程学报, 2012, 31(2): 347 355. (QI Ya-jing, JIANG Qing-hui, WANG Zhi-jian, et al. 3D creep constitutive equation of modified NISHIHARA model and its parameters identification[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2012, 31(2): 347 355. (in Chinese))
- [11] 王路军,周宏伟,荣腾龙,等. 深部煤体非线性蠕变本构 模型及实验研究[J]. 煤炭学报, 2018, 43(8): 2196 - 2203.
  (WANG Lu-jun, ZHOU Hong-wei, RONG Teng-long, et al. Research on experimental and nonlinear creep constitutive model of coal at depth[J]. Journal of China Coal Society, 2018, 43(8): 2196 - 2203. (in Chinese))
- [12] 尹光志,王浩,张东明. 含瓦斯煤卸围压蠕变试验及其理论模型研究[J]. 煤炭学报, 2011, 36(12): 1963 1967. (YIN Guang-zhi, WANG Hao, ZHANG Dong-ming. Creep experimental and theory model on coal containing gas under the condition of unloading confining pressure[J]. Journal of China Coal Society, 2011, 36(12): 1963 - 1967. (in Chinese))
- [13] 蔡婷婷, 冯增朝, 姜玉龙, 等. 不同温度应力下煤体蠕变中的渗流规律研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2018, 37(增刊 2): 3898 3904. (CAI Ting-ting, FENG Zeng-chao, JIANG Yu-long, et al. Seepage evolution in coal creep under different temperatures and different stresses[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2018, 37(S2): 3898 3904. (in Chinese))
- [14] 江宗斌,姜谙男,李 宏,等. 加卸载条件下石英岩蠕变-渗流耦合规律试验研究[J]. 岩土工程学报, 2017, 39(10): 1832 - 1841. (JIANG Zong-bin, JINAG An-nan, LI Hong, et al. Creep-seepage coupling laws of quartzite under cyclic loading-unloading conditions[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2017, 39(10): 1832 - 1841. (in Chinese))
- [15] 何 峰, 王来贵, 王振伟, 等. 煤岩蠕变-渗流耦合规律实

验研究[J]. 煤炭学报, 2011, **36**(6): 930 - 933. (HE Feng, 率理) WANG Lai-gui WANG Zhen-wei et al Experimental study (XIE

WANG Lai-gui, WANG Zhen-wei, et al. Experimental study on creep-seepage coupling law of coal (rock)[J]. Journal of China Coal Society, 2011, **36**(6): 930 – 933. (in Chinese))

- [16] 曹亚军,王 伟, 徐卫亚,等. 低渗透岩石流变过程渗透 演化规律试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2015, 34(增 刊 2): 3822 - 3829. (CAO Ya-jun, WANG Wei, XU Wei-ya, et al. Permeability evolution of low-permeability rocks in triaxial creep tests[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2015, 34(S2): 3822 - 3829. (in Chinese))
- [17] GUO Z, VU P N H, HUSSAIN F. A laboratory study of the effect of creep and fines migration on coal permeability during single-phase flow[J]. International Journal of Coal Geology, 2018, 200: 61 - 76.
- [18] DANESH N N, CHEN Z, AMINOSSADATI S M, et al. Impact of creep on the evolution of coal permeability and gas drainage performance[J]. Journal of Natural Gas Science and Engineering, 2016, 33: 469 – 482.
- [19] DANESH N N, CHEN Z, CONNELL L D, et al. Characterisation of creep in coal and its impact on permeability: An experimental study[J]. International Journal of Coal Geology, 2017, 173: 200 - 211.
- [20] 谢和平, 高峰, 周宏伟, 等. 煤与瓦斯共采中煤层增透

率理论与模型研究[J]. 煤炭学报, 2013, **38**(7): 1101 - 1108. (XIE He-ping, GAO Feng, ZHOU Hong-wei, et al. On theoretical and modeling approach to mining-enhanced permeability for simultaneous exploitation of coal and gas[J]. Journal of China Coal Society, 2013, **38**(7): 1101 - 1108. (in Chinese))

- [21] 薛东杰,周宏伟,唐咸力,等.采动工作面前方煤岩体积 变形及瓦斯增透研究[J]. 岩土工程学报, 2013, 35(2): 328 336. (XUE Dong-jie, ZHOU Hong-wei, TANG Xian-li, et al. Mechanism of deformation-induced damage and gas permeability enhancement of coal under typical mining layouts[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2013, 35(2): 328 336. (in Chinese))
- [22] PERERA M S A, RANJITH P G, CHOI S K. Coal cleat permeability for gas movement under triaxial, non-zero lateral strain condition: a theoretical and experimental study[J]. Fuel, 2013, 109: 389 – 399.
- [23] 李祥春,张 良,赵艺良.常规三轴压力下含瓦斯煤蠕变-渗流演化规律[J]. 工程科学与技术, 2018, 50(4): 55 - 62.
  (LI Xiang-chun, ZHANG Liang, ZHAO Yi-liang. Evolution of gas-filled coal creep-seepage under conventional triaxial compression[J]. Advanced Engineering Sciences, 2018, 50(4): 55 - 62. (in Chinese))