

DOI: 10.11779/CJGE2019S2026

# 重塑软黏土固结排水三轴试验和本构模型研究

张勇, 饶淳淳, 董皇帅, 胡敏云\*

(浙江工业大学建筑工程学院, 浙江 杭州 310023)

**摘要:** 通过室内固结排水三轴剪切试验, 分析了重塑饱和软黏土在固结排水条件下三轴剪切过程中的力学特性和变形特征。基于硬化参量与应力路径无关的基本假定, 根据曲线积分中的格林公式, 构建了新的屈服方程, 并建立了一个适合于重塑饱和软黏土的本构模型。采用 MATLAB 软件编写计算程序, 利用新建的重塑软黏土本构模型, 对所采用的重塑软黏土和文献报道的 Fujinomori 黏土的固结排水三轴剪切试验进行理论计算。将试验结果和理论计算结果进行对比, 可得出结论: 新建的本构模型理论计算结果与重塑饱和软黏土的固结排水三轴试验结果较为吻合, 可以较好地描述重塑软黏土在排水条件下的强度与变形特征。

**关键词:** 重塑软黏土; 固结排水三轴试验; 力学特性; 弹性; 塑性; 本构模型

**中图分类号:** TU43 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-4548(2019)S2-0101-04

**作者简介:** 张勇(1981—), 男, 博士, 副教授, 主要从事软土工程力学特性等方面的教学和科研。E-mail: zhangyong@zjut.edu.cn。

## Consolidated drained triaxial tests and constitutive model for reconstituted soft clay

ZHANG Yong, RAO Chun-chun, DONG Huang-shuai, HU Min-yun

(College of Civil Engineering and Architecture, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310023, China)

**Abstract:** The consolidated drained triaxial tests are carried out to study the mechanical properties and the deformation characteristics of reconstituted saturated soft clay under drained condition. Based on the assumption that the hardening parameter is independent of the stress path, a new yield equation is proposed by adopting the Green's formula for curve integral. Therefore, a constitutive model is established for the reconstituted saturated soft clay. For the purpose of validation, the programming calculations by MATLAB, which take use of the new constitutive model, are compared to the test results from both the studied reconstituted soft clay and Fujinomori clay, which is reported in the literature. It is shown that the new constitutive model can describe well the strength behaviors and deformation characteristics of reconstituted saturated soft clay under drained condition. And, the theoretical calculations are in good consistence with the test results.

**Key words:** remolded soft clay; consolidation drainage triaxial test; mechanical property; elastic-plasticity; constitutive model

## 0 引言

软土在外力的作用下所产生的变形性状十分复杂, 需要通过室内外试验来研究土体的变形特性, 从而建立起针对实际工程情况的岩土体本构模型。通过试验研究发现, 土体的变形往往存在着不可恢复的塑性变形<sup>[1-2]</sup>, 因此土的弹塑性本构模型能够较为真实地反映土在受力状态下的变形特性。目前, 剑桥模型和修正剑桥模型是反映重塑软黏土力学特性和变形特性的经典弹塑性模型, 但其尚存在一定的局限性<sup>[3]</sup>。

为了更好地反映重塑软黏土的受力特征, 国内外学者在剑桥模型和修正剑桥模型的基础上做了大量的弹塑性本构模型研究。如: Sandler 等<sup>[4]</sup>在剑桥模型的基础上所提出的帽盖模型不仅能描述塑性屈服前的非线性和剪胀性, 还能描述屈服后的各种破坏性状和塑

性硬化性状。Banerjee 等<sup>[5]</sup>采用塑性增量理论, 分析各向同性正常固结及弱超固结土的不排水应力应变关系特性, 建立了关联与非关联弹塑性增量本构模型。杨林德等<sup>[6]</sup>在剑桥模型的基础上考虑了剪切变形, 在经典塑性理论的框架下提出了剪应变分量和体应变分量取用不同分配系数的方法。陈善雄等<sup>[7]</sup>将临界状态线直线型改善为双曲线型, 然后将此与经典剑桥模型相结合, 在 FLAC 中进行二次开发, 与试验结果进行对比, 分析结果表明该模型较为适用。

以上述为代表的学者大多是针对剑桥模型或是修

基金项目: 国家自然科学基金项目(41302229, 51878616)

收稿日期: 2019-04-30

\*通讯作者 (E-mail: huminyun@zjut.edu.cn)

正剑桥模型进行了理论或数值方面的修正,但很少有针对本构模型本身所依据的假定进行分析。为此,本文着重从硬化参量与应力路径无关的基本假定<sup>[8]</sup>出发,建立一个可更好描述重塑软黏土力学性状的本构模型。

## 1 重塑软黏土三轴固结排水试验

### 1.1 土样的制备及物理性质指标

试验土样采自浙江省台州市椒江区某施工现场,取土深度在 10~15 m,土样呈黑灰色,具有一定的腐殖质。为避免土结构性对土力学性质的影响,试验采用饱和和重塑土。椒江重塑软黏土的基本物理性质指标见表 1。

表 1 椒江重塑软黏土的基本物理性质指标

Table 1 Basic physical property indices of Jiaojiang remolded soft clay

土粒相对密度	含水率/%	孔隙比	液限/%	塑限/%	塑性指数
2.72	32.15	0.875	37.9	22.6	15.3

### 1.2 试验方案

在进行重塑软黏土正常固结三轴排水剪切试验时,设计等向固结围压分别为 100, 150, 200, 300 kPa 等四种情况。试验仪器采用南京土壤仪器厂生产的 TSZ-2 型全自动常规三轴仪。为了保证在剪切过程中试样不产生孔隙水压力,在剪切时打开排水阀,将剪切速率设定为 0.0048 mm/min,当轴向应变达 20%时试验终止。

### 1.3 试验结果及分析

本次试验的椒江饱和和重塑软黏土正常固结排水三轴剪切试验结果见图 1。

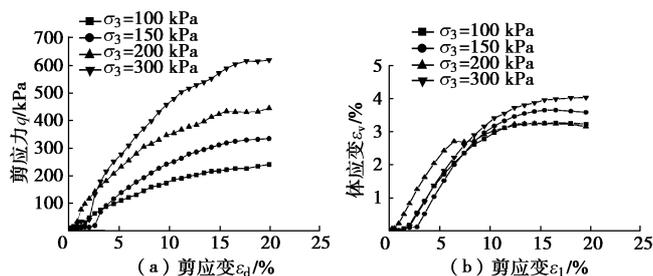


图 1 椒江重塑软黏土的正常固结排水三轴剪切试验

Fig. 1 Normally consolidated drained triaxial shear tests on Jiaojiang remolded soft clay

从图 1 (a) 中可明显看出:在各固结围压下,初始阶段的剪应力随剪应变增长较快。当剪应变达到约 10%以后,随着剪应变的增长,剪应力增长的程度逐渐变缓。当剪应变达到 20%时试验终止,在不同的试验围压下的剪应力均达到最大值。由此可见,在各向等压正常固结条件下的剪应力-剪应变关系呈现硬化型特征。另外,随着固结围压的增大,极限轴向剪应

力也随之增大。观察图 1 (b) 可得出,随着剪应变的增加,体应变迅速增大,当剪应变达到约 10%时,与剪应力的变化规律相似,体应变增大速率也逐渐减缓,在剪应变达破坏应变时,体应变基本不变,达到临界状态。需要说明的是,在开展围压为 200 kPa 的固结排水三轴剪切试验时,当试验进行到剪应变 6.2%时,由于测量排水量的反压体积控制器超过量程,出现短暂的试验终止,之后虽及时进行人工干预保证了试验继续进行,但是之后的排水量测试数据出现了偏差,未能够准确反映实际试验过程中的试样排水情况。

## 2 重塑软黏土本构模型的构建

### 2.1 屈服面方程

根据经典塑性理论<sup>[8]</sup>可得,内变量的变化大小及方向与到达该塑性状态的应力路径无关。假设  $H$  是衡量或描述塑性的内变量,并假设在同一屈服面上其值不变,在不同屈服面上其值的变化与应力路径无关。假设屈服函数为

$$f(p, q, H) = 0 \quad (1)$$

对上式两边微分,可得

$$\frac{\partial f}{\partial p} dp + \frac{\partial f}{\partial q} dq + \frac{\partial f}{\partial H} dH = 0 \quad (2)$$

对上式积分,可得

$$H = \int_L - \frac{\frac{\partial f}{\partial p} dp + \frac{\partial f}{\partial q} dq}{\frac{\partial f}{\partial H}} dL \quad (3)$$

由于塑性体应变增量与应力路径无关,根据曲线积分中的格林公式,可得到屈服函数  $f$  的控制方程为

$$\left( \frac{\partial^2 f}{\partial p \partial q} \right)^2 = \frac{\partial^2 f}{\partial p^2} \frac{\partial^2 f}{\partial q^2} \quad (4)$$

假设应力增量比为应力比的函数,结合上式可得

$$\frac{dq}{dp} = \eta + K(H) \quad (5)$$

式中,  $K$  是与  $H$  相关的参量。

对于正常固结重塑黏土,建立的硬化参量可以退化到剑桥模型的硬化参量——塑形体积应变。假设硬化参量  $H$  可以表述为  $p$ ,  $q$ ,  $\varepsilon_v^p$ ,  $\varepsilon_d^p$  的函数,即  $H(p, q, \varepsilon_v^p, \varepsilon_d^p)$ , 对  $H$  微分可得

$$dH = \frac{\partial H}{\partial p} dp + \frac{\partial H}{\partial q} dq + \frac{\partial H}{\partial \varepsilon_v^p} d\varepsilon_v^p + \frac{\partial H}{\partial \varepsilon_d^p} d\varepsilon_d^p \quad (6)$$

由于硬化结束时,  $dH = 0$ , 由式 (6) 可得

$$\frac{dH}{d\varepsilon_d^p} = \frac{\partial H}{\partial p} \frac{dp}{d\varepsilon_d^p} + \frac{\partial H}{\partial q} \frac{dq}{d\varepsilon_d^p} + \frac{\partial H}{\partial \varepsilon_v^p} \frac{d\varepsilon_v^p}{d\varepsilon_d^p} + \frac{\partial H}{\partial \varepsilon_d^p} \quad (7)$$

根据土体在临界状态下的边界条件可得

$$\left. \frac{\partial H}{\partial \varepsilon_d^p} \right|_{\eta=M} = 0 \quad (8)$$

由于  $H$  本身与应力路径无关, 且  $H$  在整个硬化过程中随应变成非负增长的趋势, 假定  $H$  的形式如下:

$$dH = \frac{1}{2} \sqrt{4(d\varepsilon_v^p)^2 + \alpha((M-\eta)\eta d\varepsilon_d^p)^2} \quad (9)$$

对于正常固结黏土, 上式中  $\alpha$  取 1。考虑最简单的情况,  $K(H)$  与  $H$  无关, 即取  $K$  为一常数。在临界破坏线上  $dq/dp=3$ , 将此代入式 (5), 可得  $K=3-M$ 。

因此屈服面方程为

$$(3-M) \ln p + \eta + C = 0 \quad (10)$$

根据等向固结压缩试验结果并经计算获得围压增量与体应变增量的关系如下:

$$d\varepsilon_v^p = c_p \frac{p}{p_0} dp \quad (11)$$

式中  $c_p = (\lambda - \kappa)/(1 + e_0)$ ;  $\lambda$  表示等向压缩曲线的斜率;  $\kappa$  表示等向回弹曲线的斜率;  $e_0$  表示初始孔隙比;  $p_0$  表示固结围压。

## 2.2 弹塑性应力应变增量表达

软黏土的弹性体积应变增量可表示为

$$d\varepsilon_v^e = c_e \frac{dp}{p} \quad (12)$$

式中,  $c_e = \kappa/(1 + e_0)$ 。

通过弹性模量  $E$ , 剪切模量  $G$ , 泊松比  $\nu$  之间的关系可得

$$d\varepsilon_d^e = \frac{2}{9} \frac{1 + \nu}{1 - 2\nu} c_e \frac{dq}{p} \quad (13)$$

由于修正剑桥模型的剪胀方程能够较合理的描述正常固结土的剪胀性质, 故仍采用修正剑桥模型的剪胀方程。通过联立式 (9)、式 (10) 和修正剑桥模型的剪胀方程<sup>[9]</sup>获得重塑软黏土的塑形应变的增量表达:

$$d\varepsilon_v^p = \frac{c_p}{p_0} \frac{pe^{\frac{2\eta}{3-M}}}{3-M} (3-M-\eta) \left[ dp + \frac{1}{3-M-\eta} dq \right] \frac{M+\eta}{\sqrt{(M-\eta)^2 + \alpha\eta^4}} \quad (14)$$

$$d\varepsilon_d^p = \frac{2\eta}{M^2 - \eta^2} \frac{C_p}{p_0} \frac{pe^{\frac{2\eta}{3-M}}}{3-M} (3-M-\eta) \cdot \left[ dp + \frac{1}{3-M-\eta} dq \right] \frac{M+\eta}{\sqrt{(M-\eta)^2 + \alpha\eta^4}} \quad (15)$$

## 3 本构模型的试验验证

### 3.1 与椒江重塑软黏土固结排水三轴试验结果对比

为验证上述建立的本构模型的适用性, 利用 MATLAB 编制本文提出的本构模型和修正剑桥模型计算程序。编写程序时采用欧拉向后迭代算法, 求得各计算步应力增量、弹性应变增量和塑性应变增量。

对椒江重塑软黏土的正常固结排水三轴剪切试验进行理论分析, 所采用的本构模型参数如表 2 所示, 理论分析计算的结果对比验证如图 2 所示。

表 2 椒江重塑软黏土的本构模型参数表

$p_0/\text{kPa}$	$M$	$\lambda$	$\nu$	$\kappa$	$e_0$
100, 150, 200, 300	1.223	0.08	0.3	0.00323	0.83

从图 2 的应力应变关系曲线的对比验证可看出: 在试验的前半阶段, 利用本文模型和修正剑桥模型进行理论计算得出的剪应力随剪应变发展趋势与试验结果一致, 但吻合程度一般。当剪应变达到 15% 以后, 利用这两种本构模型计算得到的剪应力值与试验结果较吻合, 且理论计算的剪应力峰值与试验结果比较一致。导致吻合程度一般的原因主要是在试验开始阶段, 试样帽底部和传力杆之间没有完全接触, 在相同的剪应力作用下, 测得的试样剪应变偏大。

关于椒江重塑软黏土在三轴排水剪切试验过程中应力-应变关系, 利用本文模型进行理论计算所得到的结果比利用修正剑桥模型的更接近, 剪应力峰值与试验结果也较吻合, 说明本文模型具有一定的合理性。

从图 2 的体应变-剪应变关系曲线的理论分析结果和试验结果对比验证可看出, 采用本文提出的本构模型所得到的理论计算结果与修正剑桥模型相比要更接近于试验结果。需要说明的是, 由于固结围压为 200 kPa 时所测得排水量有误, 故未进行该次试验情况的模型验证。

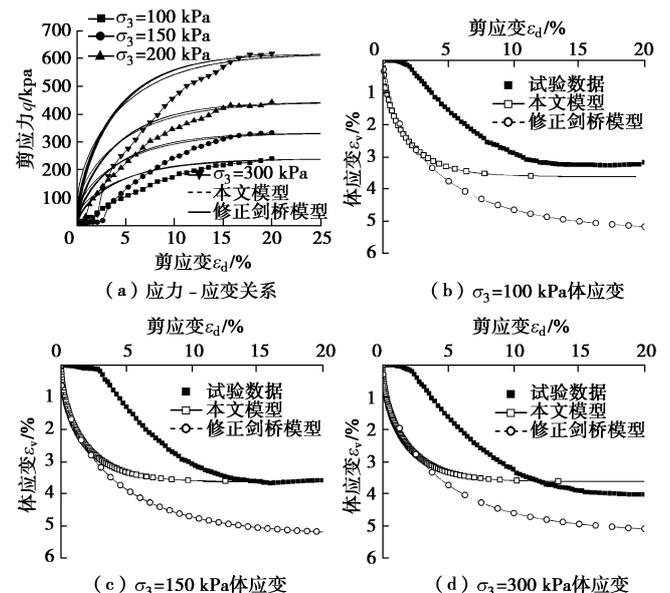


图 2 椒江重塑软黏土的试验结果与理论分析结果对比

Fig. 2 Comparison between test results and theoretical analysis for Jiaojiang remolded soft clay

### 3.2 与 Fujinomori 黏土固结排水三轴试验结果对比

为进一步验证本文新建模型的适用性, 将此模型

和剑桥模型以及修正剑桥模型对文献公开的 Fujinomori 黏土固结排水三轴试验<sup>[9-10]</sup>进行理论计算。数值计算所用的本构模型参数如表 3 所示, 理论分析结果和试验结果的对比如图 3 所示。

表 3 Fujinomori 黏土三轴排水试验的本构模型参数表

Table 3 Parameters of constitutive model of drained triaxial shear tests on Fujinomori clay

$p_0/\text{kPa}$	$M$	$\lambda$	$\nu$	$\kappa$	$e_0$
196	1.36	0.09	0.3	0.02	0.768

从图 3 中可以看出, 利用本文模型、剑桥模型、修正剑桥模型进行理论计算所得的  $q/p$  值和体应变值随剪应变的变化具有相同的发展趋势, 但利用 3 种本构模型所得的理论计算结果与实测试验结果的吻合度相差较大。与剑桥模型和修正剑桥模型相比, 利用本文模型所得的理论计算结果与实测的试验结果更为接近。通过该试验结果的验证, 可说明本文提出的本构模型对 Fujinomori 重塑软黏土具有较好的适用性。

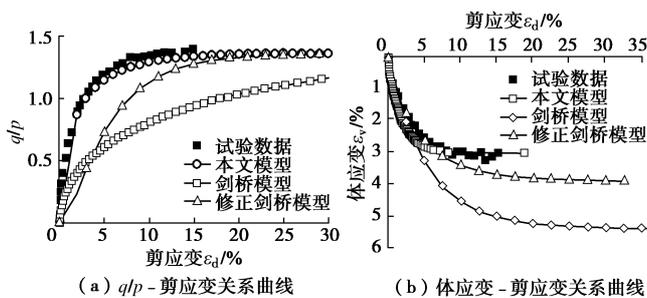


图 3 Fujinomori 黏土的试验结果与理论分析结果对比

Fig. 3 Comparison between test results and theoretical analysis for Fujinomori clay

## 4 结 论

(1) 基于内变量与应力路径无关假定, 利用格林公式导出控制方程, 结合应力比增量仅是应力比单值函数的假定, 得到重塑土本构方程含参量的显式表达。然后通过结合临界状态和等向固结两种特殊状态下的应力应变关系作为边界条件, 建立了适合于正常固结重塑软黏土的本构模型。

(2) 将本文模型和修正剑桥模型用于台州椒江软黏土固结排水三轴试验的理论分析计算, 并与试验结果进行对比验证, 得出在计算椒江软黏土的体应变 - 剪应变关系试验结果时, 利用本文模型所得出的理论计算结果比修正剑桥模型更接近于试验结果。

(3) 利用本文模型、剑桥模型和修正剑桥模型对文献报道的 Fujinomori 黏土固结排水三轴试验结果进行理论计算与对比分析, 可得出不论是对  $q/p$  - 剪应变试验结果, 还是对体应变 - 剪应变试验结果, 利用本文模型所得的理论计算结果, 均比利用剑桥模型和

修正剑桥模型所得的计算结果更接近于试验结果。

## 参考文献:

- [1] CHENW F, MIZUNO E. Nonlinear analysis in soil mechanics-theory and implementation[M]. Amsterdam: Elsevier Science Publishers B V, 1990.
- [2] 张学言. 土塑性力学的建立与发展[J]. 力学进展, 1989, 19(4): 485 - 495. (ZHANG Xue-yan. The establishment and development of soil plastic mechanics[J]. Progress in Mechanics, 1989, 19(4): 485 - 495. (in Chinese))
- [3] 姚仰平, 侯伟. 土的基本力学特性及其弹塑性描述[J]. 岩土力学, 2009, 30(10): 2881 - 2902. (YAO Yang-ping, HOU Wei. Basic mechanical behavior of soils and their elastoplastic modeling[J]. Rock and Soil Mechanics, 2009, 30(10): 2881 - 2902. (in Chinese))
- [4] SANDLER I S, DIMAGGIO F L, BALADI G Y. Generalized cap model for geological materials[J]. Journal of Geotechnical Engineering Division, 1976, 102(GT7): 683 - 699.
- [5] BANARJEE P K, STIPHO A S. Associated and non-associated constitutive relations for undrained behaviour of isotropic soft-clays[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 1978, 2(1): 35 - 56.
- [6] 杨林德, 张向霞. 基于广义塑性力学的 Cam-clay 模型的改进[J]. 科学技术与工程, 2005, 5(18): 1282 - 1286. (YANG Lin-de, ZHANG Xiang-xia. Improvement of Cam-clay model based on generalized plastic mechanics[J]. Science Technology and Engineering, 2005, 5(18): 1282 - 1286. (in Chinese))
- [7] 陈善雄, 李剑, 姜领发, 等. 基于双曲线临界状态的改进剑桥模型及数值实现[J]. 岩土力学与工程学报, 2013, 32(11): 2325 - 2333. (CHEN Shan-xiong, LI Jian, JIANG Ling-fa, et al. Improve cam-clay model based on hyper-bolic critical state and its numerical implementation[J]. Chinese journal of rock mechanics and engineering, 2013, 32(11): 2325 - 2333. (in Chinese))
- [8] 沈珠江. 理论土力学[M]. 北京: 水利水电出版社, 2000. (SHEN Zhu-jiang. Theory of soil mechanics[M]. Beijing: China Water & Power Press, 2000. (in Chinese))
- [9] 罗汀, 姚仰平, 侯伟. 土的本构关系[M]. 北京: 人民交通出版社, 2010. (LUO Ting, YAO Pang-pin, HOU wei. Constitutive law of soil[M]. Beijing: China Communications Press, 2010. (in Chinese))
- [10] NAKAI T, HINOKIO M. A simple elastoplastic model for normally and overconsolidated soils with unified material parameters[J]. Soils and Foundations, 2004, 44(2): 53 - 70.