

DOI: 10.11779/CJGE2019S2006

# 均质软土地基上土堤稳定性的极限分析方法

张惠敏<sup>1, 2, 3</sup>, 雷国辉<sup>1, 2</sup>, 刘芳雪<sup>1, 2</sup>, 张 飞<sup>1, 2</sup>

(1. 河海大学岩土力学与堤坝工程教育部重点实验室, 江苏 南京 210024; 2. 河海大学岩土工程科学研究所, 江苏 南京 210024;  
3. 浙江吴越岩土工程有限公司, 浙江 嘉兴 314000)

**摘要:** 为评估均质软土地基上土堤的稳定性, 假设地基土体沿圆弧滑动面破坏, 不排水抗剪强度随深度线性增加, 并假设土堤材料沿对数螺旋线形滑动面破坏, 采用黏聚力和内摩擦角描述其抗剪强度, 基于上限定理, 建立了一种稳定性分析方法, 用于计算得到土堤的无量纲化的稳定数和稳定图, 并确定土堤的最小安全系数和临界滑动面。采用本文方法对土堤失稳现场试验工程案例开展了计算分析, 结果表明, 所得到的最小安全系数与土堤的实测失稳条件吻合, 最小安全系数与临界滑动面的计算结果也与变分极限平衡法和条分极限平衡法所得到的计算结果吻合良好。

**关键词:** 均质软土地基; 土堤; 稳定性; 极限分析; 稳定数

中图分类号: TU 751 文献标识码: A 文章编号: 1000 - 4548(2019)S2 - 0021 - 04

作者简介: 张惠敏(1992—), 女, 甘肃金昌人, 硕士, 从事岩土工程设计工作。E-mail: zhang\_huimin56@126.com。

## Limit analysis approach for stability of embankments on homogeneous soft soil

ZHANG Hui-min<sup>1, 2, 3</sup>, LEI Guo-hui<sup>1, 2</sup>, LIU Fang-xue<sup>1, 2</sup>, ZHANG Fei<sup>1, 2</sup>

(1. Key Laboratory of Geomechanics and Embankment Engineering of Ministry of Education, Hohai University, Nanjing 210024, China;

2. Geotechnical Research Institute, Hohai University, Nanjing 210024, China; 3. Zhejiang Wu Yue Geotechnical Engineering Co., Ltd., Jiaxing 314000, China)

**Abstract:** The stability analysis is performed for the embankments founded on the ground of a homogeneous soft soil. The soft soil is assumed to fail along an arc-shaped surface. The undrained shear strength of ground soil is considered to increase linearly with depth. The embankment material is assumed to fail along a log-spiral surface. The cohesion and internal friction angle parameters are adopted for describing the shear strength of embankment soil. An approach for the stability analysis is thus derived by using the upper-bound theorem. It can be used to calculate the non-dimensional stability numbers and stability charts for the determination of the minimum factor of safety and the critical slip surface of embankment. A case study is carried out by using the proposed approach. The calculated minimum factor of safety satisfies the measured failure condition. A good agreement is also obtained between the minimum factor of safety and the critical slip surface calculated using the proposed approach and those calculated using the slice approach and the variational approach of limit-equilibrium analysis.

**Key words:** homogeneous soft soil ground; embankment; stability; limit analysis; stability number

## 0 引 言

软土抗剪强度的合理取值和模拟对地基稳定性分析结果有着极其重要的影响<sup>[1-3]</sup>。即便是对于均质软土地基上土堤的稳定性分析, 也需要考虑其不排水抗剪强度随深度增大的特性。现有的极限分析方法, 考虑了堤体与堤基土体抗剪强度的差异, 不过, 有的假定地基或地基各土层的不排水抗剪强度  $c_u$  为常数, 有的假定土堤为完全透水或完全不透水土堤。

实际工程中, 土堤的填筑材料有透水性强的无黏性土或透水性弱的黏性土, 不失一般性, 同时采用黏聚力  $c$  和内摩擦角  $\varphi$  这 2 个指标描述土堤的抗剪强度开展稳定性分析, 既可以涵盖透水土堤 ( $c = 0, \varphi \neq 0$ )

的稳定性分析, 也可以将不排水剪切破坏条件下土堤 ( $c = c_u, \varphi = 0$ ) 的稳定性分析涵盖进去, 以建立更一般形式的土堤稳定性分析计算方法。为此, 雷国辉等<sup>[4]</sup>针对成层软土地基上土堤的稳定性, 建立了一种塑性极限分析方法, 其中, 每层软土的不排水抗剪强度均假设为随深度按任意线性增加。考虑到成层软土地基参数众多的复杂性, 不便于建立归一化的稳定图, 难

基金项目: 国家自然科学基金项目 (51578213, 51878248); 中央高校基本科研业务费专项资金项目 (2018B42414, 2017B00814, 2017B20614)

收稿日期: 2019 - 04 - 29

\*通讯作者 (leiguohui@hhu.edu.cn)

以发挥出该分析方法的优点, 本文将此方法退化到均质软土地基工况, 仅考虑由正常固结黏土而非超固结黏土组成的均质软土地基, 假设其不排水抗剪强度随深度线性增加, 并沿圆弧滑动面产生失稳破坏, 建立了一种简化、实用的稳定性分析方法, 并验证其适用性。

## 1 分析模型

如图 1 所示, 针对坡高为  $H$ 、坡角为  $\beta$  的土堤, 假设其材料的抗剪强度指标为黏聚力  $c_1$  和内摩擦角  $\varphi_1$ , 其重度设为  $\gamma_1$ 。软土的重度设为  $\gamma_2$ , 其不排水抗剪强度  $c_u$  假设随深度  $z$  线性增大, 即

$$c_u(z) = c_{u0} + \rho z, \quad (1)$$

式中,  $c_{u0}$  和  $\rho$  分别为不排水抗剪强度在地基顶部的取值, 以及其随深度线性增大的速率。

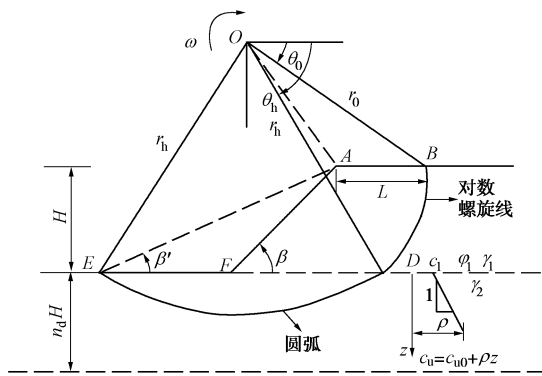


图 1 土堤稳定性分析模型

Fig. 1 Model for embankment stability analysis

土堤稳定性安全系数  $F_s$  定义为

$$F_s = \frac{c_u}{c_{um}} = \frac{c_1}{c_{1m}} = \frac{\tan \varphi_1}{\tan \varphi_{1m}}, \quad (2)$$

式中,  $c_{1m}$  和  $\varphi_{1m}$  分别为土堤动用的黏聚力和内摩擦角,  $c_{um}$  为软土地基动用的不排水抗剪强度。

按照极限分析的上限定理, 构建土堤内和地基中满足上限定理的相关联流动法则和运动许可要求的复合滑动面如图 1 中的  $BDE$  所示。土堤内的滑动面为对数螺旋线  $BD$ , 其表达式为

$$r = r_0 e^{(\theta - \theta_0) \frac{\tan \varphi_1}{F_s}}, \quad (3)$$

式中,  $r$  和  $\theta$  分别为极径和极角, 如图 1 所示,  $r_0$  和  $\theta_0$  分别为与图 1 中  $B$  点对应的极径和极角。

软土地基中的滑动面是从图 1 中  $D$  点 ( $r = r_h$ ,  $\theta = \theta_h$ ) 开始的圆弧  $DE$  ( $E$  对堤肩  $A$  点的仰角为  $\beta'$ ), 它与对数螺旋线具有相同的转动中心, 其表达式为

$$r = r_h = r_0 e^{(\theta_h - \theta_0) \frac{\tan \varphi_1}{F_s}}. \quad (4)$$

为考虑软土层深度的影响, 将实际工程中软土层层的深度表示为  $n_d H$ , 其中  $n_d$  为软土层深度相对于

堤高  $H$  的深度系数。

## 2 计算方法

按照文献[4]的推导过程, 可以建立本文针对均质软土地上土堤稳定性的分析计算方法。限于篇幅, 本文仅给出主要推导结果。

滑动体  $ABDEFA$  土体重力所做的功率为

$$W = \gamma_1 \omega r_0^3 (f_1 - f_3 - f_4 - f_5). \quad (5)$$

式中,  $f_1$ ,  $f_3$ ,  $f_4$  和  $f_5$  只是  $H/r_0$  和  $L/r_0$  的函数, 它们的表达式与文献[4]完全一致。

本文中, 复合滑动面  $BDE$  的总内能耗散率为

$$Q = \frac{c_{u0}}{\tan \varphi_1} \omega r_0^2 (q_1 + q_2). \quad (6)$$

其中,

$$q_1 = \frac{1}{2} \frac{c_1}{c_{u0}} \left[ e^{2(\theta_h - \theta_0) \frac{\tan \varphi_1}{F_s}} - 1 \right], \quad (7)$$

$$q_2 = 2 \frac{\tan \varphi_1}{F_s} e^{2(\theta_h - \theta_0) \frac{\tan \varphi_1}{F_s}} \left\{ \left( \frac{\pi}{2} - \theta_h \right) - \right.$$

$$\left. \frac{\rho H}{c_{u0}} \left( \frac{H}{r_0} \right)^{-1} e^{(\theta_h - \theta_0) \frac{\tan \varphi_1}{F_s}} \left[ \left( \frac{\pi}{2} - \theta_h \right) \sin \theta_h - \cos \theta_h \right] \right\}. \quad (8)$$

土堤失稳时, 滑动体  $ABDEFA$  土体重力所做的功率 (式 (5)) 应等于复合滑动面  $BDE$  上的总内能耗散率 (式 (6)), 由此可得土堤的稳定数为

$$\frac{c_{u0}}{\gamma_1 H \tan \varphi_1} = \frac{1}{g(\theta_0, \theta_h, \beta')}, \quad (9)$$

其中,

$$g(\theta_0, \theta_h, \beta') = \frac{H}{r_0} \frac{(q_1 + q_2)}{(f_1 - f_3 - f_4 - f_5)}. \quad (10)$$

因此, 土堤的最小稳定安全系数为

$$\frac{c_{u0}}{\gamma_1 H \tan \varphi_1} = \frac{1}{\min [g(\theta_0, \theta_h, \beta')]} \quad (11)$$

上述表达式中只包含  $\theta_0$ 、 $\theta_h$  和  $\beta'$  这 3 个未知数, 输入参数为  $\beta$ 、 $c_1/c_{u0}$ 、 $\rho H/c_{u0}$  和  $\tan \varphi_1/F_s$ , 为得到式 (11) 中函数  $g(\theta_0, \theta_h, \beta')$  的最小值, 采用与文献[4]一致的方法编制程序求解。另外, 可以根据实际工程中软土层层底的深度设置深度系数  $n_d$  (如图 1 所示), 以限定软土地基中滑动面的深度范围。通过求解计算可以建立一系列无量纲化的  $(\tan \varphi_1/F_s)$  与稳定数  $[c_{u0}/(\gamma_1 H \tan \varphi_1)]$  之间关系的稳定图。这样, 通过简单的查图法就可以得到土堤的最小安全系数。

## 3 算例验证

为验证本文方法的适用性, 针对 Leshchinsky 等[5]

采用变分极限平衡法和条分极限平衡法分析过的 2 个假想土堤的算例, 和 1 个由 La Rochelle 等<sup>[1]</sup>报道的土堤填筑失稳的工程案例, 开展了计算分析, 并与 Leshchinsky 等<sup>[5]</sup>的计算结果、以及 La Rochelle 等<sup>[1]</sup>的实测和计算结果进行对比。

### 3.1 算例一

Leshchinsky 等<sup>[5]</sup>分析的算例土堤高度  $H$  为 3 m, 坡比为 1:2, 坡角  $\beta$  为  $26.57^\circ$ , 土堤重度  $\gamma_1$  为  $18 \text{ kN/m}^3$ , 抗剪强度指标为  $c_1=0 \text{ kPa}$ ,  $\varphi_1$  为  $20^\circ$  和  $40^\circ$  两种工况; 软土地基的不排水抗剪强度假设为均匀分布 ( $\rho = 0 \text{ kPa/m}$ ), 对应于  $\varphi_1$  为  $20^\circ$  工况, 其  $c_{u0}/(\gamma_1 H) = 0.1753$ , 对应于  $\varphi_1$  为  $40^\circ$  工况, 其  $c_{u0}/(\gamma_1 H) = 0.1506$ 。此外, 还假定软土地基的最大深度为 1 倍的土堤高度, 即本文图 1 中的深度系数  $n_d = 1.0$ 。

图 2 所示为采用本文方法计算得到的稳定图, 图中带箭头的虚线表示  $\varphi_1 = 20^\circ$  和  $40^\circ$  两种工况下的  $[c_{u0}/(\gamma_1 H \tan \varphi_1)]$  值和  $(\tan \varphi_1 / F_s)$  值, 其对应的最小安全系数如表 1 第 4 列所示, 临界滑动面如图 3 中的实线所示。Leshchinsky 等<sup>[5]</sup>分别采用其所建立的变分极限平衡法, 以及 Bishop 法和 Spencer 法也开展过计算分析, 得到  $\varphi_1 = 20^\circ, 40^\circ$  两种工况下土堤的最小安全系数如表 1 最后 3 列所示, 对应的临界滑动面如图 3 中的 3 种虚线所示。

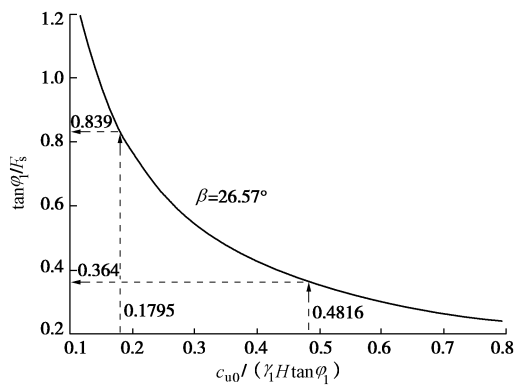


图 2 算例的稳定图

Fig. 2 Stability charts of examples

对比表 1 中的计算结果可以看出, 本文方法得到的最小安全系数与 Leshchinsky 等<sup>[5]</sup>建立的变分极限平衡法的计算结果完全一致, 而采用 Bishop 法和 Spencer 法得到的最小安全系数明显偏小。并且, 对于  $\varphi_1$  为  $20^\circ$  的工况, Spencer 法得到的最小安全系数小于 Bishop 法得到的最小安全系数, 而对于  $\varphi_1$  为  $40^\circ$  的工况, Spencer 法得到的最小安全系数却大于 Bishop 法得到的最小安全系数, 这两种方法得到的计算结果表现出明显的不一致性。

对比图 3 中的计算结果可以看出, 本文方法得到

的临界滑动面与 Leshchinsky 等<sup>[5]</sup>建立的变分极限平衡法的计算结果基本吻合, 在  $\varphi_1$  为  $20^\circ$  的工况下也与 Bishop 法得到的计算结果基本吻合, 而与 Spencer 法得到的计算结果及  $\varphi_1 = 40^\circ$  工况下 Bishop 法得到的计算结果存在明显偏差。在临界滑动面的确定方面, Bishop 法和 Spencer 法均是人为假定滑动面形状为圆弧形, 而 Leshchinsky 等<sup>[5]</sup>建立的变分极限平衡法是基于严格的虚功原理和泛函极值分析确定的临界滑动面形状<sup>[5-6]</sup>, 其得到的计算结果在理论上更为可信。但是, Leshchinsky 等<sup>[5]</sup>的变分极限平衡法的求解过程却要比本文方法复杂得多, 不利于推广应用。此外, 其方法还需要通过迭代计算得到安全系数, 而本文推导得到了具有唯一性的归一化的  $[c_{u0}/(\gamma_1 H \tan \varphi_1)]$  与  $(\tan \varphi_1 / F_s)$  关系的稳定图解, 安全系数可以方便地通过直接查图得到。

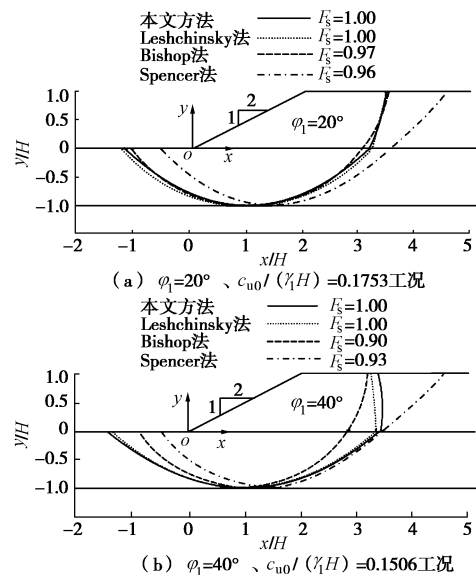


图 3 临界滑动面计算结果对比

Fig. 3 Comparison of calculated critical slip surfaces

表 1 最小安全系数对比

Table 1 Comparison of minimum factors of safety

$n_d$	$\varphi_1 / (^\circ)$	$c_{u0}/(\gamma_1 H)$	最小安全系数 $F_s$			
			本文方法	Leshchinsky 法	Bishop 法	Spencer 法
1.0	20	0.1753	1.00	1.00	0.97	0.96
1.0	40	0.1506	1.00	1.00	0.90	0.93

上述分析表明, 采用本文方法计算得到的最小安全系数及临界滑动面与 Leshchinsky 等<sup>[5]</sup>的变分极限平衡法得到的计算结果的一致性, 验证了本文方法的正确性。与复杂的变分极限平衡法和简单的条分极限平衡法相比, 本文的塑性极限分析方法既兼具了理论的严格性, 也具有明显的工程实用性。

### 3.2 算例二

La Rochelle 等<sup>[1]</sup>详细报道了 1 个软土地基上土堤填筑至失稳破坏的现场试验。土堤失稳时的几何参

数为  $H = 3.9 \text{ m}$ ,  $\beta = 33.69^\circ$ , 土堤的材料参数为  $\gamma_1 = 19.2 \text{ kN/m}^3$ ,  $c_1 = 0 \text{ kPa}$ ,  $\varphi_1 = 44^\circ$ 。软土地基不同深度处开展的现场十字板剪切试验测得的平均不排水抗剪强度数据表明, 不排水抗剪强度从  $1.83 \text{ m}$  处的  $10.06 \text{ kPa}$  随深度近似线性增加至  $9.15 \text{ m}$  处的  $32.58 \text{ kPa}$ 。因此, 本文将软土地基的抗剪强度参数按照式 (1) 的线性关系取为:  $c_{u0} = 6.35 \text{ kPa}$ ,  $\rho = 2.16 \text{ kPa/m}$ 。Leshchinsky 等<sup>[5]</sup>针对此工程实例开展计算分析时, 采用了一套  $(z, c_u)$  参数 ( $0.0 \text{ m}$ ,  $10.06 \text{ kPa}$ ;  $1.83 \text{ m}$ ,  $10.06 \text{ kPa}$ ;  $2.29 \text{ m}$ ,  $10.30 \text{ kPa}$ ;  $4.57 \text{ m}$ ,  $15.57 \text{ kPa}$ ;  $5.49 \text{ m}$ ,  $18.20 \text{ kPa}$ ), 基于变分极限平衡法计算得到最小安全系数  $F_s = 0.93$ , 接近于土堤失稳状态。本文所采用的参数与这套参数是基本一致的, 主要是在  $0 \sim 1.83 \text{ m}$  之间的不排水抗剪强度比 Leshchinsky 等<sup>[5]</sup>采用的  $10.06 \text{ kPa}$  略微偏低。

图 4 所示为采用本文方法和参数计算得到的稳定图, 图中带箭头的虚线表示  $[c_{u0}/(\gamma_1 H \tan \varphi_1)]$  值和  $(\tan \varphi_1/F_s)$  值, 其对应的最小安全系数为  $0.924$ 。Leshchinsky 等<sup>[5]</sup>采用变分极限平衡法得到的最小安全系数为  $0.93$ , 而 La Rochelle 等<sup>[1]</sup>采用 Bishop 法计算得到的值为  $0.85$ 。可以看出, 本文方法计算得到的最小安全系数与变分极限平衡法的计算结果基本一致, 与 Bishop 法的计算结果相比, 更接近于土堤失稳时对应的最小安全系数的理论值  $1.0$ 。

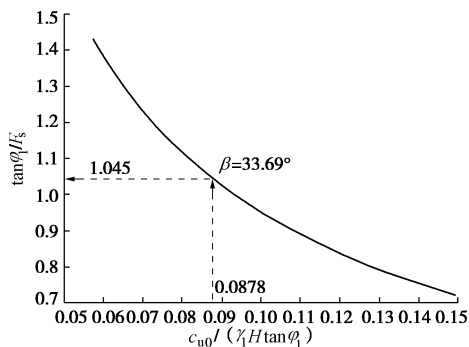


图 4 工程实例的稳定图

Fig. 4 Stability charts of case history

## 4 结 论

(1) 通过 2 个假想土堤和 1 个工程案例的计算分析, 与现有的变分极限平衡法和条分极限平衡法的计算结果, 以及土堤失稳试验结果的对比表明, 本文方

法得到的最小安全系数与理论上更为严格的变分极限平衡法的计算结果及试验结果一致, 临界滑动面也与通过严格的变分极限平衡法推导得到的临界滑动面形状吻合, 验证了本文方法的适用性。

(2) 与稳定性分析复杂的变分极限平衡法和简单的条分极限平衡法相比, 本文的塑性极限分析方法兼具了理论的严格性, 也具有明显的工程实用性, 能够得到软土地基上土堤填筑的最小安全系数和临界滑动面。

(3) 本文所建立的稳定性分析计算方法遵循归一化的思想, 输入参数为  $\beta$ 、 $c_1/c_{u0}$ 、 $\rho H/c_{u0}$  和  $\tan \varphi_1/F_s$ , 可用于构建一系列的无量纲化的  $(\tan \varphi_1/F_s)$  与稳定数  $[c_{u0}/(\gamma_1 H \tan \varphi_1)]$  之间关系的稳定图, 为快速评估软土地基上土堤填筑的稳定性提供了一种方法。

## 参考文献:

- [1] LA ROCHELLE P, TRAK B, TAVENAS F, et al. Failure of a test embankment on a sensitive Champlain clay deposit[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1974, 11(1): 142 - 164.
- [2] ZHOU H, DIAO Y, ZHENG G, et al. Failure modes and bearing capacity of strip footings on soft ground reinforced by floating stone columns[J]. Acta Geotechnica, 2017, 12(5): 1089 - 1103.
- [3] ZHENG G, YANG X, ZHOU H, et al. Numerical modeling of progressive failure of rigid piles under embankment load[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2019, 56(1): 23 - 34.
- [4] 雷国辉, 张惠敏, 刘芳雪, 等. 成层软土地基上土堤填筑稳定性的塑性极限分析[J]. 岩土工程学报, 2018, 40(8): 1522 - 1527. (LEI Guo-hui, ZHANG Hui-min, LIU Fang-xue, et al. Plasticity limit analysis of stability of embankment fill on layered soft soil ground[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2018, 40(8): 1522 - 1527. (in Chinese))
- [5] LESHCHINSKY D, SMITH D S. Deep-seated failure of a granular embankment over clay: stability analysis[J]. Soils and Foundations, 1989, 29(3): 105 - 114.
- [6] BAKER R. Determination of the critical slip surface in slope stability computations[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 1980, 4(4): 333 - 359.

(责编: 孙振远)