

DOI: 10.11779/CJGE201912019

基于三剪应力统一强度理论的硬壳层软土地基承载力公式

高江平, 刘雯支, 杨继强

(长安大学特殊地区公路工程教育部重点实验室, 陕西 西安 710064)

摘要: 硬壳层软土地基与均质地基不同, 由于其封闭作用和扩散作用, 其地基临塑荷载和临界荷载与均质地基的有较大差异, 将三剪统一强度理论运用到双层地基分析计算中, 并考虑静止侧压力系数不为 1 的情况, 以及硬壳层应力扩散作用和封闭作用对地基的影响, 得出硬壳层软土地基的临塑荷载和临界荷载计算公式, 同时, 通过系数 b , c 的变化, 得出双剪统一强度理论和莫尔-库仑理论下的地基承载力公式, 并将 3 种计算公式通过实例进行比较。结果表明, 随着参数 b , c 以及静止土压力系数的增加, 地基承载力均会增加, 同时双剪统一强度理论解以及 Mohr-Coulomb 解均为三剪统一强度理论解的特例, 三剪应力统一理论解更符合工程实际情况。

关键词: 硬壳层软土地基; 三剪应力统一强度理论; 临塑荷载; 临界荷载

中图分类号: TU470 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2019)12-2331-07

作者简介: 高江平(1964—), 男, 博士, 教授, 主要从事特殊地区道路和材料强度理论等方面的教学和科研工作。E-mail: 2227940211@qq.com。

Formulas for bearing capacity of soft soil foundations with hard crust based on three-shear stress unified strength theory

GAO Jiang-ping, LIU Wen-zhi, YANG Ji-qiang

(Key Laboratory for Special Area Highway Engineering, Ministry of Education, Chang'an University, Xi'an 710064, China)

Abstract: The soft soil foundations with dry crust are different from the homogeneous foundations. Due to the closure effect and stress diffusion of hard crust, the method for the plastic and critical loads of soft soil foundations is different from that for the homogeneous foundation. By using the unified strength theory of three shears to analyze and calculate the double-layer foundation and considering the influences of the closure effect and stress dispersion with the static lateral pressure coefficient, the formulas for the plastic and critical loads of hard-shell layer soft soil foundations are obtained. Meanwhile, by adjusting the coefficients b and c , the formulas for the bearing capacity of foundations under the unified strength theories of twin-shear and Mohr-Coulomb are obtained, and the three formulas are compared through examples. The results show that with the increase of the coefficients b , c and the static earth pressure, the bearing capacity of the foundation increases. The unified strength solution of twin-shear and Mohr-Coulomb solutions are divided into three shear unified strength solutions. The three-shear strength solution is more in line with the actual situation.

Key words: soft soil foundation with dry crust; three-shear stress unified strength theory; plastic load; critical load

0 引言

由于双层地基与均质地基不同, 其硬壳层的应力扩散和封闭作用对软土地基临塑和临界荷载都有一定的影响, 硬壳层软土地基的临塑和临界荷载计算公式对工程实际具有重要意义。

王晓谋^[1]和问延煦等^[2]运用 Mohr-Coulomb 理论推导了硬壳层软土地基的临塑荷载计算公式, 它们是在未考虑中间主应力和最小主剪应力的影响, 并且其静止侧压力系数为 1 的情况下的计算公式。问延煦等^[2]

深入分析了硬壳层的封闭作用和应力扩散作用对软土地基的影响, 并根据 Mohr-Coulomb 理论^[3]在静止侧压力系数为 1 时, 推导出软土地基临塑荷载计算公式。隋凤涛等^[4]基于双剪统一强度理论, 考虑中间主应力, 在 $K_0 \neq 1$ 时给出了地基临塑和临界荷载的计算公式。

本文基于三剪应力统一强度理论, 导出双层地基

考虑硬壳层应力扩散和封闭作用下且静止侧压力系数不为1时的地基临塑和临界荷载的理论计算公式,并探求其系数 b , c 对其地基承载力计算结果的影响,通过与Mohr-Coulomb理论、双剪统一强度理论结果比较,表明了三剪统一强度解的优越性。

1 三剪应力统一强度理论

三剪应力统一强度理论是高江平等^[5]基于考虑菱形十二面单元体上的所有应力分量所建立的。材料发生极限破坏是因其面上3个主剪应力及3个正应力函数达到了某一极限值。其理论表达式为

$$F = \tau_{13} + b\tau_{12} + c\tau_{23} + \beta(\sigma_{13} + b\sigma_{12} + c\sigma_{23}) = f \quad (1)$$

$$\text{或 } F = \tau_{13} + \beta\sigma_{13} + b(\tau_{12} + \beta\sigma_{12}) + c(\tau_{23} + \beta\sigma_{23}) \\ = f_1 + bf_2 + cf_3 = f \quad (2)$$

式中, τ_{13} , τ_{12} 和 τ_{23} 为由大到小的3个主剪应力(当式中系数 b 和 c 均不等于零时,由公式可看出材料屈服破坏是由3个主剪应力共同决定的,因此均应考虑其对材料破坏的贡献,但双剪统一强度理论却忽略了最小主剪应力); σ_{13} , σ_{12} 和 σ_{23} 为各作用面上的正应力; b 为 τ_{12} 和 σ_{12} 综合影响的作用系数($0 \leq b \leq 1$); c 为 τ_{23} 和 σ_{23} 综合影响的作用系数($0 \leq c \leq 1$); β 为正应力对破坏的影响系数; f 为材料强度参数; f_1 , f_2 , f_3 分别为 τ_{13} 与 σ_{13} , τ_{12} 与 σ_{12} 及 τ_{23} 与 σ_{23} 综合作用的强度判据。

高江平^[6]推导了三剪应力统一强度理论的地基临塑荷载,若某点处于极限平衡状态时,该点的大小主应力应满足下述平衡条件:

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \sin \varphi_s + c_s \cos \varphi_s \quad (3)$$

式中,当 $m \neq 1$ 时,

$$\sin \varphi_s = \frac{(1+b)(1+\sin \varphi) + [c(1+\sin \varphi) - (1-\sin \varphi)b]m - (1+c)(1-\sin \varphi)}{(1+b)(1+\sin \varphi) + (1+c)(1-\sin \varphi)} \quad (4)$$

当 $m=1$ 时,

$$\sin \varphi_s = \frac{(1+b)(1+\sin \varphi) + [c(1+\sin \varphi) - (1-\sin \varphi)b] - (1+c)(1-\sin \varphi)}{(1+b)(1+\sin \varphi) + (1+c)(1-\sin \varphi)} \quad (5)$$

$$c_s = \frac{2(1+b)c_0 \cos \varphi}{(1+b)(1+\sin \varphi) + (1+c)(1-\sin \varphi)} \cdot \frac{1}{\cos \varphi_s} \quad (6)$$

式中, m 为中间主应力系数($0 < m \leq 1$), $\sigma_2 = \frac{m}{2}(\sigma_1 + \sigma_3)$, m 可根据理论和试验确定。弹性区, $m = 2\nu$ (ν 为泊松比);塑性区, $m \rightarrow 1$ 。

2 公式推导

2.1 基本假定

忽略硬壳层本身的压缩和剪切变形(如图1)。地基上受到条形均布荷载 p 的作用,其荷载宽度为 B ,硬壳层厚度为 D ,软土层抗剪强度参数为 c_0 , φ ,硬壳层的压缩模量为 E_1 、重度为 γ_1 ;软土层的压缩模量 E_2 ,重度为 γ_2 ,土的侧压力系数为 K_0 。

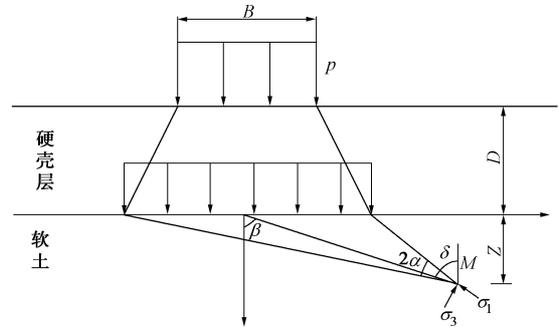


图1 地基内任意一点M受力图

Fig. 1 Stress diagram of M in foundation

2.2 软层中任意一点应力

有专家和学者^[7-9]给出了条形均布荷载条件下 $K_0 \neq 1$ 地基中 M 点的大小主应力:

$$\sigma_1 = \frac{p}{\pi} [2\alpha + \sin 2\alpha \sin(2\alpha + 2\delta) + 0.38 \sin 2\alpha \cdot \cos(2\alpha + 2\delta)] + (0.69 + 0.31K_0)(\gamma_1 D + \gamma_2 z) \quad (7)$$

$$\sigma_3 = \frac{p}{\pi} [2\alpha - \sin 2\alpha \sin(2\alpha + 2\delta) - 0.38 \sin 2\alpha \cdot \cos(2\alpha + 2\delta)] + (0.31 + 0.69K_0)(\gamma_1 D + \gamma_2 z) \quad (8)$$

由于硬壳层具有应力扩散作用,研究发现^[10]硬壳层的应力扩散大小跟硬壳层厚度与荷载宽度之比 D/B ,以及上部硬壳层与软土层压缩模量之比 E_1/E_2 有关,张军辉等^[11]提出硬壳层软土附加应力系数 K_c ,硬壳层表面荷载 p ,其竖向附加应力为 pK_c ,因此考虑应力扩散作用后 M 点总应力为

$$\sigma_1 = \frac{pK_c}{\pi} [2\alpha + \sin 2\alpha \sin(2\alpha + 2\delta) + 0.38 \sin 2\alpha \cdot \cos(2\alpha + 2\delta)] + (0.69 + 0.31K_0)(\gamma_1 D + \gamma_2 z) \quad (9)$$

$$\sigma_3 = \frac{pK_c}{\pi} [2\alpha - \sin 2\alpha \sin(2\alpha + 2\delta) - 0.38 \sin 2\alpha \cdot \cos(2\alpha + 2\delta)] + (0.31 + 0.69K_0)(\gamma_1 D + \gamma_2 z) \quad (10)$$

考虑硬壳层封闭作用,问延煦等^[12]分析得出,可以简化计算认为硬壳层封闭作用对水平应力和竖直应力的增加值相同且均为第一阶段硬壳层顶面施加的荷载 p_0 ,则 M 点的总应力为

$$\sigma_1 = \frac{pK_c}{\pi} [2\alpha + \sin 2\alpha \sin(2\alpha + 2\delta) + 0.38 \sin 2\alpha \cdot \cos(2\alpha + 2\delta)] + (0.69 + 0.31K_0)(\gamma_1 D + \gamma_2 z) + p_0 \quad (11)$$

$$\sigma_3 = \frac{pK_c}{\pi} [2\alpha - \sin 2\alpha \sin(2\alpha + 2\delta) - 0.38 \sin 2\alpha \cdot$$

$$\cos(2\alpha + 2\delta)] + (0.31 + 0.69K_0)(\gamma_1 D + \gamma_2 z) + p_0 \quad (12)$$

根据三剪应力统一强度理论, 当 M 点处于极限平衡时, 其 σ_1, σ_3 应满足式 (3), 即将式 (11), (12) 代入式 (3), 可以得到塑性区边界方程:

$$\sin\varphi_s = \frac{2pK_c \sin 2\alpha + 0.38\pi(1 - K_0)(\gamma_1 D + \gamma_2 z)}{4pK_c \alpha + [(1 + K_0)(\gamma_1 D + \gamma_2 z) + 2c_s \cos\varphi_s + 2p_0]\pi} \quad (13)$$

整理可得

$$z = \frac{2pK_c}{\pi\gamma_2 [(1 + K_0)\sin\varphi_s - 0.38(1 - K_0)]} (\sin 2\alpha - 2\alpha \sin\varphi_s) - \frac{2p_0 \sin\varphi_s}{\gamma_2 [(1 + K_0)\sin\varphi_s - 0.38(1 - K_0)]} - \frac{\gamma_1 D}{\gamma_2} - \frac{2c_s \cos\varphi_s}{\gamma_2 [(1 + K_0)\sin\varphi_s - 0.38(1 - K_0)]} \quad (14)$$

因此, 条形荷载下, 塑性区开展的最大深度 z_{\max} , 可通过将式 (14) 对 α 求导, 并令导函数为零得出。

$$\frac{dz}{d\alpha} = \frac{pK_c}{\gamma_2 \pi} \left(\frac{2\cos 2\alpha}{\sin\varphi_s} - 2 \right) = 0 \quad (15)$$

得 $2\alpha = \frac{\pi}{2} - \varphi_s \quad (16)$

将式 (16) 代入式 (14) 即可得到塑性区开展最大深度 z_{\max} :

$$z_{\max} = \frac{2pK_c}{\pi\gamma_2 [(1 + K_0)\sin\varphi_s - 0.38(1 - K_0)]} \left[\cos\varphi_s - \left(\frac{\pi}{2} - \varphi_s\right)\sin\varphi_s \right] - \frac{2p_0 \sin\varphi_s}{\gamma_2 [(1 + K_0)\sin\varphi_s - 0.38(1 - K_0)]} - \frac{\gamma_1 D}{\gamma_2} - \frac{2c_s \cos\varphi_s}{\gamma_2 [(1 + K_0)\sin\varphi_s - 0.38(1 - K_0)]} \quad (17)$$

令式 (17) 中 $z_{\max} = 0$, 可得临塑荷载 p_{cr} :

$$p_{cr} = \frac{\pi \left\{ 2p_0 + 2c_s \cot\varphi_s + \gamma_1 D \left[1 + K_0 - \frac{0.38}{\sin\varphi_s} (1 - K_0) \right] \right\}}{2K_c (\cot\varphi_s - \frac{\pi}{2} + \varphi_s)} \quad (18)$$

$$= N'_q \gamma_1 D + N'_c c_0 + N'_p p_0$$

式中, $N'_q = \frac{\pi [(1 + K_0)\sin\varphi_s - 0.38(1 - K_0)]}{2K_c \left[\cos\varphi_s - \left(\frac{\pi}{2} - \varphi_s\right)\sin\varphi_s \right]}$; $N'_c =$

$$\frac{2\pi(1+b)\cos\varphi}{K_c (\cot\varphi - \frac{\pi}{2} + \varphi) \{ (1+b)(1+\sin\varphi) + [c(1+\sin\varphi) - (1-\sin\varphi)b]m - (1+c)(1-\sin\varphi) \}}$$

$$N'_p = \frac{\pi}{K_c (\cot\varphi_s - \frac{\pi}{2} + \varphi_s)}$$

当 $z_{\max} = \frac{1}{4}B$, 可得临界荷载 $p_{1/4}$:

$$p_{1/4} = \frac{\pi \left\{ 2p_0 + 2c_s \cot\varphi_s + \left(\gamma_1 D + \frac{1}{4}\gamma_2 B \right) \left[1 + K_0 - \frac{0.38}{\sin\varphi_s} (1 - K_0) \right] \right\}}{2K_c (\cot\varphi_s - \frac{\pi}{2} + \varphi_s)}$$

$$= N'_{1/4} \gamma_2 B + N'_q \gamma_1 D + N'_c c_0 + N'_p p_0 \quad (19)$$

式中, $N'_{1/4} = \frac{\pi [(1 + K_0)\sin\varphi_s - 0.38(1 - K_0)]}{8K_c \left[\cos\varphi_s - \left(\frac{\pi}{2} - \varphi_s\right)\sin\varphi_s \right]}$

2.3 公式退化分析

当 $c=0, m=1$ 时, 式 (18), (19) 退化为双剪统一强度理论^[12-14]的临塑荷载和临界荷载解:

$$p_{cr} = \frac{\pi \left\{ 2p_0 + 2c_t \cot\varphi_t + \gamma_1 D \left[1 + K_0 - \frac{0.38}{\sin\varphi_t} (1 - K_0) \right] \right\}}{2K_c (\cot\varphi_t - \pi/2 + \varphi_t)} \quad (20)$$

$$p_{1/4} = \frac{\pi \left\{ 2p_0 + 2c_s \cot\varphi_s + \left(\gamma_1 D + \frac{1}{4}\gamma_2 B \right) \left[1 + K_0 - \frac{0.38}{\sin\varphi_t} (1 - K_0) \right] \right\}}{2K_c (\cot\varphi_t - \pi/2 + \varphi_t)} \quad (21)$$

式中, $\sin\varphi_t = \frac{2(1+b)\sin\varphi}{2(1+b) + b(\sin\varphi - 1)}$,

$$c_t = \frac{2(1+b)c_0 \cos\varphi}{2(1+b) + b(\sin\varphi - 1)} \cdot \frac{1}{\cos\varphi_t}$$

当 $b=0, c=0, m=1$ 时, 式 (18), (19) 可以退化为基于 Mohr-Coulomb 理论的临塑荷载和临界荷载解:

$$p_{cr} = \frac{\pi \left\{ 2p_0 + 2c_0 \cot\varphi + \gamma_1 D \left[1 + K_0 - \frac{0.38}{\sin\varphi} (1 - K_0) \right] \right\}}{2K_c (\cot\varphi - \pi/2 + \varphi)} \quad (22)$$

$$p_{1/4} = \frac{\pi \left\{ 2p_0 + 2c_0 \cot\varphi + \left(\gamma_1 D + \frac{1}{4}\gamma_2 B \right) \left[1 + K_0 - \frac{0.38}{\sin\varphi} (1 - K_0) \right] \right\}}{2K_c (\cot\varphi - \pi/2 + \varphi)} \quad (23)$$

当 $K_0=1, b=0, c=0, m=1$ 时, 公式为 Mohr-Coulomb 理论的自重应力场静止时的临塑荷载及临界荷载解:

$$p_{cr} = \frac{\pi(p_0 + c_0 \cot\varphi + \gamma_1 D)}{K_c (\cot\varphi - \pi/2 + \varphi)} \quad (24)$$

$$p_{1/4} = \frac{\pi(p_0 + c_0 \cot\varphi + \gamma_1 D + 0.25\gamma_2 B)}{K_c (\cot\varphi - \pi/2 + \varphi)} \quad (25)$$

如果不考虑硬壳层的封闭作用及应力扩散, 即 $p_0=0, K_c=1, K_0=1, b=0, c=0$ 且 $m=1$, 式 (24), (25) 退化为

$$p_{cr} = \frac{\pi c_0 \cot\varphi}{\cot\varphi - \pi/2 + \varphi} \quad (26)$$

$$p_{1/4} = \frac{\pi(c_0 \cot\varphi + 0.25\gamma_2 B)}{\cot\varphi - \pi/2 + \varphi} \quad (27)$$

式 (26), (27) 与土力学中埋深为零的均质地基临塑荷载和临界荷载公式相同, 故经典土力学^[15]均质地基临塑荷载和临界荷载为本文的特例。

由上述分析可知, 双层地基下同时考虑硬壳层应力扩散及封闭作用以及静止侧压力系数不为 1 的三剪

统一强度理论解是双剪统一理论解和土的极限平衡理论解的高度统一，三剪统一强度理论弥补了双剪统一强度理论以及莫尔-库仑理论的缺陷，得出了更全面的分析硬壳层软土地基的临塑荷载和临界荷载的计算公式。

3 案例分析

地基相关参数为： $c_0 = 4.00 \text{ kN/m}^2$ ， $\varphi = 11^\circ$ ， $B=2 \text{ m}$ ，硬壳层 $\gamma_1 = 18.800 \text{ kN/m}^2$ ，软土层 $\gamma_2 = 18.000 \text{ kN/m}^2$ ， $p_0 = 1.00 \text{ kN/m}^2$ ， $D = 1.4 \text{ m}$ ，硬壳层软土层间附加应力系数即 K_c 的取值根据文献[8]中所列计算方法可得 $K_c = 0.63$ 。

3.1 静止侧压力系数 $K_0 = 1$ 时

(1) Mohr-Coulomb 理论下的临塑荷载和临界荷载

地基达到临塑荷载时，地基处于屈服破坏临界状态，此时中间主应力系数 $m=1$ ，根据计算公式，在 $b=0$ ， $c=0$ ，且 $K_0=1$ 时，将数值代入式 (24)，(25)，可得计算结果： $p_{cr} = 63.42 \text{ kPa}$ ， $p_{1/4} = 67.22 \text{ kPa}$ 。

(2) 双剪统一理论解

在静止侧压力系数为 1 时，且地基处于临界状态，中间主应力系数为 1，取系数 b ($0 \leq b \leq 1$) 为 0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1, $c=0$ ，相关参数代入式 (20)，(21)，可以得到临塑荷载和临界荷载大小，如表 1 及图 2 所示。

表 1 双剪统一强度理论不同 b 值对应的临塑及临界荷载 ($K_0 = 1$)

Table 1 Plastic and critical loads corresponding to different values of b at $K_0 = 1$ based on twin-shear unified strength theory (kPa)

b	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
p_{cr}	63.42	69.85	75.28	79.94	83.96	87.49
$p_{1/4}$	67.22	74.03	79.79	84.72	88.99	92.72

由表 1、图 2 分析可知，当 $b=0$ 时，其双剪统一强度理论解与 Mohr-Coulomb 理论解相同，但其临塑荷载和临界荷载在不同 b 取值下出现变化，表明其受到中间主应力影响，莫尔-库仑理论的临塑荷载和临界荷载忽略中间主应力的做法是降低了地基承载力的。其次，临塑荷载和临界荷载随着 b 值 ($0 \leq b \leq 1$) 的增大而增大。

(3) 三剪统一理论解

地基处于临界状态，中间主应力系数 $m=1$ 时，假设 b, c 分别取值为 0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0，分别根据式 (18)，(19) 计算相对应的临塑荷载和临界荷载，得到表 2, 3 以及图 3, 4 所示的结果。

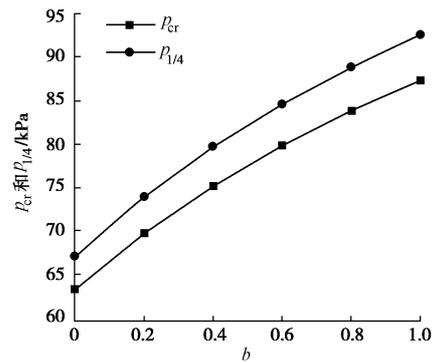


图 2 双剪统一强度理论不同 b 值下的临塑荷载和临界荷载 ($K_0 = 1$)

Fig. 2 Plastic and critical loads (kPa) corresponding to different values of b at $K_0 = 1$ based on twin-shear unified strength theory

表 2 三剪统一强度理论不同 b, c 值对应的临塑荷载 ($K_0 = 1$)

Table 2 Plastic loads corresponding to different values of b at $K_0 = 1$ based on three-shear unified strength theory (kPa)

b	c					
	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
0	63.42	68.09	72.40	76.37	80.06	83.48
0.2	69.85	73.91	77.67	81.17	84.42	87.46
0.4	75.28	78.86	82.18	85.29	88.19	90.92
0.6	79.94	83.11	86.08	88.87	91.48	93.94
0.8	83.96	86.81	89.49	92.00	94.38	96.61
1.0	87.49	90.06	92.49	94.78	96.94	98.99

表 3 三剪统一强度理论不同 b, c 值对应的临界荷载 ($K_0 = 1$)

Table 3 Critical loads corresponding to different values of b at $K_0 = 1$ based on three-shear unified strength theory (kPa)

b	c					
	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
0	67.22	72.48	77.33	81.82	85.98	89.84
0.2	74.03	78.62	82.88	86.84	90.52	93.96
0.4	79.79	83.84	87.62	91.15	94.45	97.54
0.6	84.72	88.33	91.72	94.89	97.87	100.67
0.8	88.99	92.24	95.29	98.17	100.88	103.44
1.0	92.72	95.67	98.44	101.07	103.55	105.90

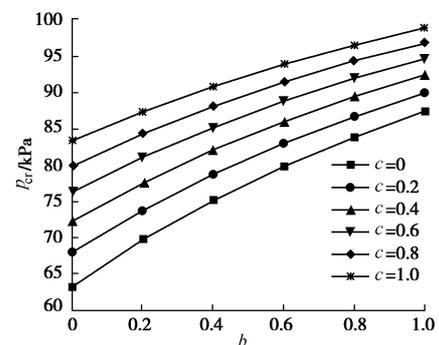


图 3 三剪统一强度理论不同 b 值下的临塑荷载 ($K_0 = 1$)

Fig. 3 Plastic loads corresponding to different values of b at $K_0 = 1$ based on three-shear unified strength theory

从临塑荷载的表 2, 3 可见，当 $b=0$ 且 $c=0$ 时，三剪统一理论解同莫尔-库仑解相同，当 $c=0$ 时，三剪统一强度理论解跟双剪统一理论解相同，这也表明

了双剪统一理论解与莫尔-库仑解是三剪统一理论解的一种情况。三剪统一理论解通过考虑最小主剪应力弥补了双剪统一理论解的不足。从表 2 中数据可以看出, 最小主剪应力在临塑荷载计算中有重要作用, 在同一 b 值下, c 取大于零值时均大于双剪统一理论解, 且随着 c 值的增大, 临塑荷载随之增大。另外在同一 c 值条件下, 随着 b 值的增大, 临塑荷载增大, 这与双剪统一理论解得出的结论相同。

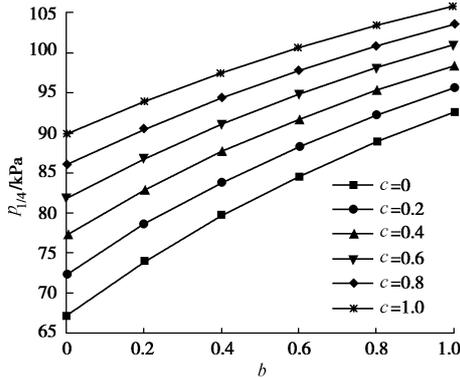


图 4 三剪统一强度理论不同 b 值下的临界荷载 ($K_0=1$)
Fig. 4 Critical loads corresponding to different values of b at $K_0=1$ based on three-shear unified strength theory

以上分析结果表明, 临塑和临界荷载的变化规律相同, 同样验证了三剪统一强度理论的优越性。

3.2 静止侧压力系数 $K_0=0.6$ 时

对于静止侧压力系数取值问题, 不同软土地区取值差异性较大, 根据文献[16], 广州地区软土静止侧压力系数取值为 0.6~0.7; 根据文献[17], 宁波地区软土静止侧压力系数建议值为 0.52~0.68; 根据文献[18], 上海地区取值多为 0.40~0.68; 由于不同地区静止侧压力系数取值的差异, 具体静止侧压力系数的取值可以当地规范或经验取值或试验获得, 本文以 $K_0=0.6$ 为例, 进行分析。

(1) Mohr-Coulomb 理论下临塑荷载和临界荷载

根据计算公式, 在中间主应力系数 $m=1, b=0, c=0$, 且 $K_0=0.6$ 时, 将数值代入式 (22), (23), 可得计算结果: $p_{cr} = 42.57 \text{ kPa}$, $p_{1/4} = 44.09 \text{ kPa}$ 。

由上述数值可看出, 随着静止侧压力系数的减小, 临塑荷载和临界荷载的数值也是随着减小的。静止侧压力系数对临塑及临界荷载的计算有着重要的影响。

(2) 双剪统一理论解

当静止侧压力系数为 0.6, 且中间主应力系数为 1.0, 取系数 $b (0 \leq b \leq 1)$ 为 0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0, $c=0$, 相关参数代入式 (20), (21), 可以得到临塑和临界荷载大小, 见表 4 和图 5 所示。

表 4 双剪统一强度理论不同 b 值对应的临塑及临界荷载 ($K_0=0.6$)

Table 4 Plastic and critical loads corresponding to different values of b at $K_0=0.6$ based on twin-shear unified strength theory (kPa)

b	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1
p_{cr}	42.57	47.91	52.44	56.31	59.66	62.60
$p_{1/4}$	44.09	49.70	54.45	58.52	62.04	65.12

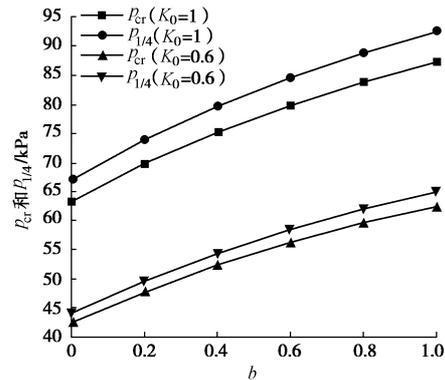


图 5 不同侧压力系数与不同 b 值下的临塑荷载和临界荷载
Fig. 5 Plastic loads and critical loads under different lateral pressure coefficients and values of b

由图 5 可看出, 侧压力系数为 0.6 时, 临塑及临界荷载的结果均小于不考虑静止侧压力系数时的结果, 其静止侧压力系数为 0.6 时的临塑及临界荷载变化规律同静止侧压力系数为 1.0 的相同, 也均随着 b 值的增大而增大。

(3) 三剪统一理论解

$K_0=0.6, m=1$ 时, 假设 b, c 取值分别为 0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0, 分别根据式 (18), (19) 计算相对应的临塑荷载和临界荷载, 得到表 5, 图 6 及表 6, 图 7。

表 5 三剪统一强度理论不同 b, c 值对应的临塑荷载 ($K_0=0.6$)

Table 5 Plastic loads corresponding to different values of b at $K_0=0.6$ based on three-shear unified strength theory (kPa)

b	c					
	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
0	42.57	45.57	48.34	50.89	53.25	55.45
0.2	47.91	50.48	52.86	55.07	57.12	59.04
0.4	52.44	54.66	56.73	58.66	60.46	62.15
0.6	56.31	58.26	60.08	61.78	63.38	64.88
0.8	59.66	61.38	63.00	64.52	65.94	67.29
1.0	62.60	64.13	65.57	66.93	68.22	69.43

从表 5, 6 及图 6, 7 可以看出, 在静止侧压力系数分别为 0.6 和 1 条件下临塑荷载和临界荷载的变化趋势相同, 均随着 b, c 值的增大而增大。但是, 在静止侧压力系数为 0.6 时的临塑和临界荷载均小于同等条件下忽略静止侧压力系数时的值, 由此可见, 静止侧压力系数对临塑荷载以及临界荷载计算有重要影

响。另一方面,当 $b=0$ 且 $c=0$ 时,三剪统一理论解与 Mohr-Coulomb 解相同,当 $c=0$ 时,三剪统一理论解与双剪统一理论解相同,它们都是三剪统一理论解的特例。

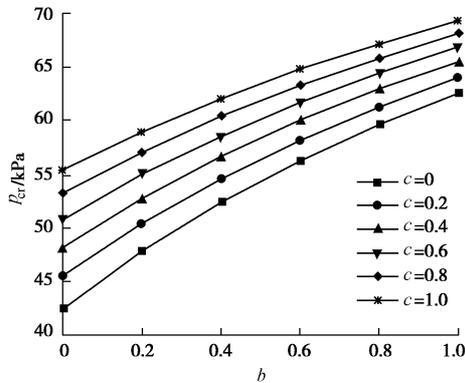


图6 三剪统一强度理论不同 b 值下的临塑荷载 ($K_0 = 0.6$)

Fig. 6 Plastic loads corresponding to different values of b at

$K_0 = 0.6$ based on three-shear unified strength theory

表6 三剪统一强度理论不同 b, c 值对应的临界荷载 ($K_0 = 0.6$)

Table 6 Critical loads corresponding to different values of b at

$K_0 = 0.6$ based on three-shear unified strength theory (kPa)

b	c					
	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
0	44.09	47.51	50.65	53.56	56.26	58.76
0.2	49.70	52.64	55.36	57.89	60.25	62.45
0.4	54.45	57.01	59.39	61.62	63.70	65.65
0.6	58.52	60.77	62.88	64.85	66.71	68.45
0.8	62.04	64.04	65.92	67.69	69.35	70.93
1.0	65.12	66.91	68.60	70.20	71.70	73.13

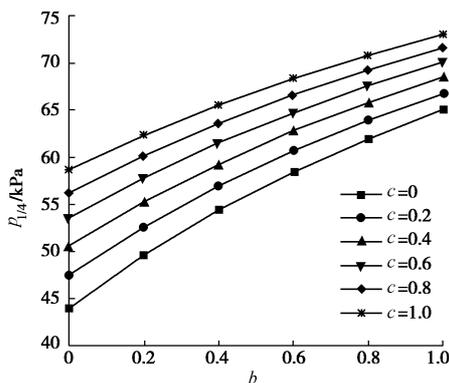


图7 三剪统一强度理论不同 b 值下的临界荷载 ($K_0 = 0.6$)

Fig. 7 Critical loads corresponding to different values of b at

$K_0 = 0.6$ based on three-shear unified strength theory

4 结 论

本文在三剪应力统一强度理论基础上,考虑静止土压力系数及硬壳层效应的影响,推导出硬壳层软土地基承载力计算公式,并通过案例分析将3种计算公式进行比较,得出以下3点结论。

(1) 本文根据三剪应力统一强度理论,考虑硬壳层软土地基硬壳层的封闭和应力扩散作用及静止侧压力系数不为1,推导了硬壳层软土地基承载力的计算公式,并且根据 b, c 参数的不同取值,分析了双剪统一强度理论和 Mohr-Coulomb 理论的双层地基承载力计算公式。

(2) 随着 b, c 参数的增加,三剪应力统一强度理论解下的临塑荷载和临界荷载都在增加。三剪应力统一强度理论解不仅考虑了中间主应力,而且考虑了最小主剪应力,既填补了 Mohr-Coulomb 理论解的缺陷,又改进了双剪统一强度理论解。

(3) 静止侧压力系数的不同取值,其临塑及临界荷载结果相差较大,且随着静止侧压力系数取值的增加,其临塑和临界荷载都增加。

参考文献:

- [1] 王晓谋. 考虑硬壳层作用的软土地基临塑荷载计算[J]. 岩土工程学报, 2002, 24(6): 720 - 723. (WANG Xiao-mou. Calculation of proportional limit load for soft clay foundation involving the effect of dry crust[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2002, 24(6): 720 - 723. (in Chinese))
- [2] 问延煦, 周 健, 贾敏才. 考虑封闭作用和应力扩散的软土地基临塑荷载[J]. 岩土力学, 2007(8): 1715 - 1718. (WEN Yan-xu, ZHOU Jian, JIA Min-cai. Critical edge pressure of soft clay foundation considering closure effect and stress dispersion of crust[J]. Rock and Soil Mechanics, 2007(8): 1715 - 1718. (in Chinese))
- [3] 太沙基. 理论土力学[M]. 徐志英, 译. 北京: 地质出版社, 1960. (TERZAGHI K. Theory mechanics[M]. XU Zhi-ying, tran. Beijing: Geological Publishing House, 1960. (in Chinese))
- [4] 隋凤涛, 王士杰. 统一强度理论在地基承载力确定中的应用研究[J]. 岩土力学, 2011, 32(10): 3038 - 3042. (SUI Feng-tao, WANG Shi-jie. Research on application of unified strength theory to determining of bearing capacity of foundations[J]. Rock and Soil Mechanics, 2011, 32(10): 3038 - 3042. (in Chinese))
- [5] 高江平, 杨 华, 蒋宇飞, 等. 三剪应力统一强度理论研究[J]. 力学学报, 2017, 49(6): 1322 - 1334. (GAO Jiang-ping, YAN Hua, JIANG Yu-fei, et al. The three-shear stress unified strength theory[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2017, 49(6): 1322 - 1334. (in Chinese))
- [6] 高江平. 力学的重要分支学科——土力学中的几个基本问题研究[R]. 西安: 西安交通大学, 2006. (GAO Jiang-ping.

- Research on several basic problems in soil mechanics[R]. Xi'an: Xi'an Jiaotong University, 2006. (in Chinese))
- [7] 隋凤涛, 王士杰, 马建超. 新的临界荷载计算公式[J]. 河北农业大学学报, 2009, **32**(5): 94 - 97. (SUI Feng-tao, WANG Shi-jie, MA Jian-chao. New formula of critical load of subsoil[J]. Journal of Hebei University of Technology, 2009, **32**(5): 94 - 97. (in Chinese))
- [8] 赵树德. 地基弹塑性承载力 $K \neq 1.0$ 时的计算公式[J]. 西安建筑科技大学学报, 1995(3): 294 - 298. (ZHAO Shu-de. Formulation of bearing capacity of subgrade with $K \neq 1.0$ [J]. Journal of Xi'an University of Architectural Science and Technology, 1995(3): 294 - 298. (in Chinese))
- [9] 崔江余, 宋金峰. 地基临塑荷载的分析[J]. 工程力学, 1998(4): 96 - 100. (CUI Jiang-yu, SONG Jin-feng. The analysis of the critical edge pressure for subsoil[J]. Engineering Mechanics, 1998(4): 96 - 100. (in Chinese))
- [10] 彭月明, 张铁壮, 窦远明. 硬壳层对软土地基沉降特性影响的研究[J]. 河北工业大学学报, 2007(1): 101 - 105. (PENG Yue-ming, ZHANG Tie-zhuang, DOU Yuan-ming. Study on settlement characteristic impacts of hard shell course to soft ground[J]. Journal of Hebei University of Technology, 2007(1): 101 - 105. (in Chinese))
- [11] 张军辉, 江伟唯, 郑健龙. 硬壳层软土地基竖向附加应力分布研究[J]. 长江科学院院报, 2011, **28**(5): 42 - 45. (ZHANG Jun-hui, JIANG Wei-wei, ZHENG Jian-long. Vertical additional stress of soft soil foundation with upper Crus[J]. Journal of Yangtze River Scientific Research Institute, 2011, **28**(5): 42 - 45. (in Chinese))
- [12] 俞茂宏, 何丽南, 宋凌宇. 双剪应力强度理论及其推广[J]. 中国科学(A), 1985, **28**(12): 1113 - 1120. (YU Mao-hong, HE Li-nan, SONG Ling-yu. Double-shear theory and its generalization[J]. Science in China(A), 1985, **28**(12): 1113 - 1120. (in Chinese))
- [13] 范文, 白晓宇, 俞茂宏. 基于统一强度理论的地基极限承载力公式[J]. 岩土力学, 2005, **26**(10): 1617 - 1622. (FAN Wen, BAI Xiao-yu, YU Mao-hong. Formula of ultimate bearing capacity of shallow foundation based on unified strength theory[J]. Rock and Soil Mechanics, 2005, **26**(10): 1617 - 1622. (in Chinese))
- [14] 俞茂宏. 工程强度理论[M]. 北京: 高等教育出版社, 1998. (YU Mao-hong. Engineering strength theory[M]. Beijing: Science Press, 1998. (in Chinese))
- [15] 高大钊, 钱建固, 袁聚云, 等. 土质学与土力学[M]. 北京: 人民交通出版社, 2001. (GAO Da-zhao, QIAN Jian-gu, YUAN Ju-yun, et al. Soil geology and soil mechanics[M]. Beijing: China Communication Press, 2001. (in Chinese))
- [16] 陈诗艾. 浅析广州软土的静止侧压力系数 K_0 [J]. 城市建筑, 2014(4): 332. (CHEN Shi-ai. Static lateral pressure coefficient k_0 of guangzhou soft soil[J]. Urbanism and Architecture, 2014(4): 332. (in Chinese))
- [17] 刘勇. 宁波地区深厚软土静止侧压力系数对比研究[J]. 城市道桥与防洪, 2018(1): 152 - 155, 19. (LIU Yong. Comparison and study on static lateral pressure coefficient of deep soft soil in Ningbo Area[J]. Urban Roads Bridge and Flood Control, 2018(1): 152 - 155, 19. (in Chinese))
- [18] 赵玉花, 沈日庚, 李青. 软黏土侧压力系数 K_0 阶段性特征研究[J]. 岩土力学, 2008, **29**(5): 1264 - 1268. (ZHAO Yu-hua, SHEN Ri-geng, LI Qing. Research on staged characteristics of lateral pressure coefficient K_0 of soft clay[J]. Rock and Soil Mechanics May, 2008, **29**(5): 1264 - 1268. (in Chinese))