

DOI: 10.11779/CJGE201911004

# 基于特征滑动面的横观各向同性土强度特性研究

路德春, 张君鸿, 梁靖宇, 杜修力

(北京工业大学城市与工程安全减灾教育部重点实验室, 北京 100124)

**摘要:** 滑动面的概念旨在基于材料内摩擦, 从几何与物理机制的角度来理解土体破坏的机理。基于特征应力的概念, 提出了二维应力条件下特征滑动面, 并推导得出特征滑动面与应力 Mohr 圆相对应的破坏应力条件。基于现有对横观各向同性土体强度特性的认识, 并结合大主应力、沉积面法线以及特征滑动面法线之间的相对位置关系, 将微观结构张量投影到特征滑动面与沉积面的相对位置向量上, 推导得出横观各向同性土体的特征强度参数及其破坏条件。利用所提破坏条件对横观各向同性土体的强度方向性效应进行分析, 并对照分析了沉积面法线与滑动面法线夹角  $\zeta$  和沉积面法线与大主应力夹角  $\delta$  对破坏条件的影响规律。更进一步利用开发的真三轴仪器的制样模具, 并结合冷冻法, 制作不同沉积面角度的试样并进行了真三轴试验。利用试验结果与文献中试验数据对所提破坏条件进行对比分析, 验证了文中对横观各向同性土体强度特性的新认识。

**关键词:** 横观各向同性; 破坏条件; 沉积面方向; 特征滑动面; 微观结构

中图分类号: TU43

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2019)11-2000-09

**作者简介:** 路德春(1977—), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事岩土材料的力学特性与本构理论、岩土地震工程等方面的教学和科研工作。E-mail: [dechun@bjut.edu.cn](mailto:dechun@bjut.edu.cn)。

## Strength properties of transversely isotropic soils based on characteristic mobilized plane

LU De-chun, ZHANG Jun-hong, LIANG Jing-yu, DU Xiu-li

(Key Lab of Urban Security and Disaster Engineering, Ministry of Education, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China)

**Abstract:** Based on the internal friction of materials, the concept of the mobilized plane aims at revealing the mechanism of soil failure from the perspective of geometrical and physical mechanisms. With the characteristic stress concept, the characteristic mobilized plane under two-dimensional stress conditions is put forward, and the failure stress conditions of materials on the characteristic mobilized plane and those corresponding to the stress Mohr circle are derived. In addition, based on the existing understandings on the strength characteristics of the transverse isotropic soils, and also the relative positions among the major principal stress, the normal of the bedding plane and the normal of the characteristic mobilized plane, the characteristic strength parameter, as well as the failure stress conditions, are proposed by projecting the microstructure tensor into the relative orientation tensor between the characteristic mobilized plane and the bedding plane. The orientation effect of the bedding plane is also analyzed on the basis of the proposed failure condition. The correspondences of the relative orientation angle  $\zeta$  between the bedding plane and the characteristic mobilized plane and the direction angle  $\delta$  between the bedding plane and the major principal stress, as well as the effects of  $\zeta$  and  $\delta$ , are also analyzed. By using the sample preparation mould developed for the true triaxial tests with the freezing method, the samples with different bedding plane angles are prepared and used to carry out triaxial compression tests. The understanding and proposed failure condition for the failure of the transverse isotropic soils are verified by the predicted test results in this paper and in the literatures.

**Key words:** transverse isotropy; failure condition; bedding plane direction; characteristic mobilized plane; microstructure

## 0 引言

土颗粒在搬运、沉积过程中, 受重力作用及颗粒组成等因素影响, 形成了各向异性土体。各向异性土体的力学特性显著地受外荷载作用方向的影响<sup>[1-4]</sup>, 均匀成层土体通常表现为横观各向同性, 即存在各向同

性的平面。为揭示横观各向同性土体强度的方向性, Guo<sup>[5]</sup>、童朝霞等<sup>[1, 6]</sup>分别进行了砂土的直剪试验, 结

基金项目: 国家自然科学基金项目 (51778026, 51421005, 51538001, U1839201); 北京市自然科学基金项目 (8161001)

收稿日期: 2019-01-29

果表明, 试样的强度随沉积角度非单调变化, 沉积面与剪切面越接近时, 试样的强度越低。于艺林等<sup>[7]</sup>、Yang 等<sup>[3]</sup>利用空心圆柱扭剪仪研究了主应力作用面与沉积面夹角对土体强度的影响, 试样抗剪强度对主应力作用方向具有很强的依赖性, 通常在  $45^\circ \sim 75^\circ$  范围内值最小。Mirghasemi 等<sup>[8]</sup>、Fu 等<sup>[9]</sup>采用离散元模拟方法在土体微观角度的研究得到了相同的结论。室内试验与数值模拟方法对横观各向同性土体强度规律的认识尚需要进一步对其强度方向性的破坏机理进行合理的理论分析与对比验证。

合理地描述横观各向同性土体的强度规律必须综合考虑材料本身的摩擦特性、组构特性以及作用力的大小和方向等。材料组构特性一般利用组构张量来描述, 通过组构张量与应力张量结合或微观结构张量与应力方向向量相结合的方式实现。Gao 等<sup>[10]</sup>、Pietruszczak 等<sup>[11]</sup>提出了考虑沉积面与大主应力作用面相对方向影响的强度参数, 并对已有强度准则进行了扩展<sup>[12-13]</sup>。Yao 等<sup>[14]</sup>利用组构张量与应力张量的结合, 提出了考虑沉积面角度影响的修正应力张量的方法。但现有组构张量与应力张量的结合尚难以考虑材料强度随沉积面倾角先减小后略有增大的非单调规律<sup>[2-4, 16]</sup>。土体的破坏一般认为与材料的滑动面有关, 因此许多学者通过滑动面与材料组构相结合, 提出了能够考虑材料强度随沉积面与大主应力作用面夹角非单调变化的强度参数, 并对常用强度准则进行了扩展。基于沉积面与滑动面接近时材料更容易破坏的认识, 张连卫等<sup>[16]</sup>、姚仰平等<sup>[17]</sup>、路德春等<sup>[18-19]</sup>利用沉积面与 SMP 的相对位置关系提出了可以考虑受 SMP 影响的强度参数与强度准则, 但所采用 SMP 并未与材料属性建立联系。

本文基于现有对土体破坏的认识, 结合特征应力的概念提出了利用特征应力度量的特征滑动面, 并给出了所提特征滑动面上土体的破坏条件与 Mohr 圆上的应力条件的对应关系。进一步将微观结构张量投影到特征滑动面与沉积面的相对方向向量上, 从而得出了横观各向同性土的特征强度参数以及对应的破坏条件。基于大主应力作用方向、沉积面法线方向与滑动面法线方向之间的相对位置关系, 对横观各向同性土体受材料属性与沉积面方向角的影响进行了深入分析与探讨。在理论认识基础上, 笔者利用与真三轴试验仪器相匹配的横观各向同性土的制样模具制作不同沉积角度的横观各向同性土体试样, 进行了一系列真三轴试验。与现有文献中的试验结果相结合, 验证了本文中对横观各向同性土体强度规律的认识。

## 1 基于特征应力的土体破坏条件

一般认为岩土类材料的破坏是发生在某一滑动面上的剪切破坏。因此, 当作用在滑动面上的剪正应力比  $(\tau/s)$  达到反映材料破坏的某一强度参数时, 材料发生破坏, 表示为

$$\frac{\tau}{s} = f(F, Q) \quad (1)$$

式中,  $F$  表示广义材料参数, 可以用于描述土体的材料属性, 如摩擦特性与黏聚特性等,  $Q$  表示广义组构参数, 可以用于描述各向异性土体的组构特性, 如各向异性程度与材料方向性等。

材料单元的受力特性及材料本身属性都会对材料的破坏产生影响, 需要与其对应的特定滑动面与强度参数进行描述。基于此, 横观各向同性材料单元的破坏可以利用与材料属性有关的特定滑动面, 以及描述滑动面与沉积面的相对位置关系的强度参数来描述。

### 1.1 特征应力与特征摩擦角

特征应力<sup>[20-21]</sup>为描述材料的特定摩擦特性提供了一种简单方法。与普通应力相对应, 特征应力在定义中引入了材料强度参数  $b$  ( $0 \leq b \leq 1$ ) 作为特征指数, 其定义可以表示如下<sup>[22]</sup>:

$$c_{ij} = \begin{cases} Q_{im} Q_{jn} p_r \left( \frac{\hat{s}_{mn}}{p_r} \right)^b & m=n \\ 0 & m \neq n \end{cases} \quad (2)$$

式中,  $p_r$  是无量纲变换的参考应力, 一般取  $p_r = 1 \text{ kPa}$ ,  $Q_{im}$  和  $Q_{jn}$  为张量变换系数。普通应力张量  $s_{ij}$  的主值可以表示为  $\hat{s}_{mn} = Q_{mi} Q_{nj} s_{ij}$ 。特征应力中引入了反映材料强度特性的参数  $\beta$ , 因此利用特征应力定义的 Mohr 圆也受到  $b$  的影响。图 1 所示为利用特征应力得出的特征 Mohr 圆, 进一步可以定义特征内摩擦角  $\psi$  如下:

$$\psi = \arcsin \left( \frac{c_1 - c_3}{c_1 + c_3} \right) \quad (3)$$

式中,  $c_1$  和  $c_3$  是特征主应力。

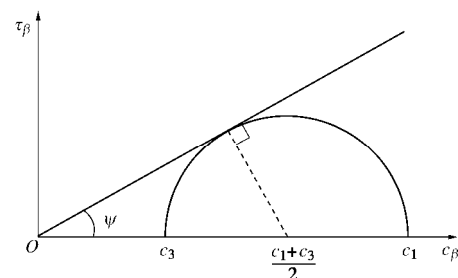


图 1 特征 Mohr 圆

Fig. 1 Characteristic Mohr circle

根据内摩擦角  $\varphi$  的定义  $\varphi = \arcsin[(s_1 - s_3)/(s_1 + s_3)]$  和式 (2) ~ (3), 特征内摩擦角可以表达

为内摩擦角  $\varphi$  和特征指数  $\beta$  的函数:

$$y = \arcsin \left[ \frac{(1 + \sin j)^b - (1 - \sin j)^b}{(1 + \sin j)^b + (1 - \sin j)^b} \right] \quad (4)$$

当  $\beta=1$  时, 特征应力简化为普通应力, 特征内摩擦角  $\psi$  简化为普通内摩擦角  $\varphi$ ; 当  $\beta=0$  时, 特征应力等于 1,  $\psi$  等于 0; 当  $\beta$  从 1 到 0 变化时, 特征应力从普通应力变化到 1, 特征内摩擦角可以从  $\varphi$  变化到 0。

## 1.2 特征滑动面及其上的破坏应力条件

特征应力  $c_{ij}$  与特征内摩擦角  $\psi$  中包含作用应力与材料属性的共同作用, 因此可以用于度量材料破坏时特定的剪切滑动面。与 M-C 强度准则滑动面受单元体上的作用应力控制相类似, 本文利用特征应力与特征摩擦角来度量滑动面的位置, 而参数  $\beta$  可利用滑动面位置与内摩擦角通过式 (4) 求得。如图 2 所示, 单元体特征滑动面  $AB$  的位置可表示为  $OA=k \cdot c_1^{1/2}$ ,  $OB=k \cdot c_3^{1/2}$  ( $k$  是任意比例常数), 与水平方向的夹角为  $45^\circ + \psi/2$ 。特征滑动面  $AB$  的外法线向量  $N$  可以通过其几何条件求得

$$N = (n_1, n_3) = \left( \sqrt{\frac{c_3}{c_1 + c_3}}, \sqrt{\frac{c_1}{c_1 + c_3}} \right) \quad (5)$$

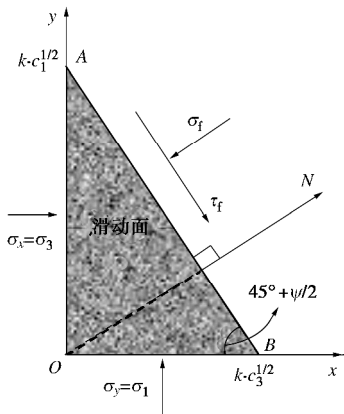


图2 特征滑动面

Fig. 2 Characteristic mobilized plane

根据图 2 所示, 特征滑动面上的剪应力与正应力可以通过单元体上力的平衡条件来求得

$$(s_f, t_f) = \left( \frac{s_1 c_3 + s_3 c_1}{c_1 + c_3}, \frac{(s_1 - s_3) \sqrt{c_1 c_3}}{c_1 + c_3} \right) \quad (6)$$

图 2 中特征滑动面上的应力条件同样也可以通过应力 Mohr 圆及其上的切线条件来表述。如图 3 所示, 黑色圆表示的应力 Mohr 圆与倾斜角为  $\psi$  的直线切于  $P$  点。应力 Mohr 圆反映了材料的受力条件, 而 Mohr 圆上倾角为  $\psi$  的切线条件则被用于描述与材料属性对应的摩擦规律。 $P$  点的应力条件可以通过图 3 中的应力圆与几何条件求出, 其表达式与式 (6) 相同。

综上所述, 点  $P$  所反映的是具有特定摩擦规律的

应力条件, 同时也对应于特征滑动面上的应力条件。因此, 对于无黏性岩土材料, 特征滑动面上的剪正应力比达到材料的强度条件时, 材料发生破坏, 即  $P$  点与应力轴原点连线所反映土体破坏的应力条件:

$$\frac{t_f}{s_f} = \frac{(s_1 - s_3) \sqrt{c_1 c_3}}{s_1 c_3 + s_3 c_1} = M_f \quad (7)$$

利用参数  $\beta$  与破坏时的主应力比  $R$  ( $R = \sigma_1/\sigma_3 = (1 + \sin \varphi)/(1 - \sin \varphi)$ ), 可得式 (7) 中  $M_f$  的表达式:

$$M_f = \frac{(R-1) \sqrt{R^b}}{R + R^b} \quad (8)$$

利用特征应力方法确定的特征滑动面, 其上的应力条件与应力 Mohr 圆上特征摩擦角切点处的应力状态一一对应, 可用于描述材料的强度规律。当  $\beta=1$  时, 特征滑动面退化为 M-C 强度准则滑动面, 与水平方向夹角为  $45^\circ + \varphi/2$ , 图 3 中的应力比破坏线为 Mohr 圆的切线,  $P$  点为过原点切线的切点; 当  $\beta=0$  时, 特征滑动面与水平方向成  $45^\circ$ , 图 3 中的应力比破坏线通过应力 Mohr 圆的顶点; 当  $0 < \beta < 1$  时, 图 2 中的特征滑动面与水平方向夹角在  $45^\circ + \psi/2$ , 图 3 中的  $P$  点是 Mohr 圆过原点切线切点与顶点之间的某一点。

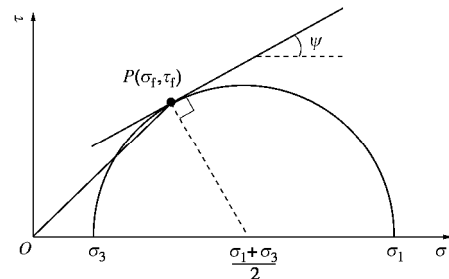


图3 应力 Mohr 圆

Fig. 3 Stress Mohr circle

## 2 横观各向同性土体强度条件

对横观各向同性土体的研究中, 通常采用微观结构张量或组构张量反映和描述土体的组构属性。微观结构张量  $A$  是在微观力学范畴定义的, 可以综合反映土体内部颗粒组成、孔隙分布、颗粒间排列等材料特征导致的各向异性。横观各向同性材料的二维微观结构张量  $A$  可以表示为

$$A = \begin{bmatrix} a_1 & 0 \\ 0 & a_3 \end{bmatrix} = h_0 \left( \begin{bmatrix} W_1 & 0 \\ 0 & W_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right) \quad (9)$$

式中  $a_1$  和  $a_3$  为微观结构张量的主值, 其下标编号与主应力下标编号一致;  $\eta_0 = (a_1 + a_3)/2$ ,  $\eta_0$  为  $A$  的主值平均值;  $W_1$  和  $W_3$  为微观结构偏张量的主值, 且  $W_1 + W_3 = 0$ 。当  $a_1$  与  $a_3$  相等时, 表示垂直的 2 个方向上的组构性质相同, 材料表现为各向同性, 此时  $W_1 = W_3 = 0$ ; 当  $a_1$  和  $a_3$  不相等时, 表示 2 个方向上的组构不同, 材料

表现为各向异性。

横观各向同性材料在二维受力条件下达到破坏时, 其受力条件、滑动面位置以及材料沉积面方向均会对材料的破坏条件产生影响。如图4(a)所示, 横观各向同性材料受水平与竖直方向的荷载作用发生破坏。材料沉积面外法线方向向量用 $\mathbf{D}$ 表示, 滑动面外法线方向用 $\mathbf{N}$ 表示, 其夹角为 $\zeta$ 。

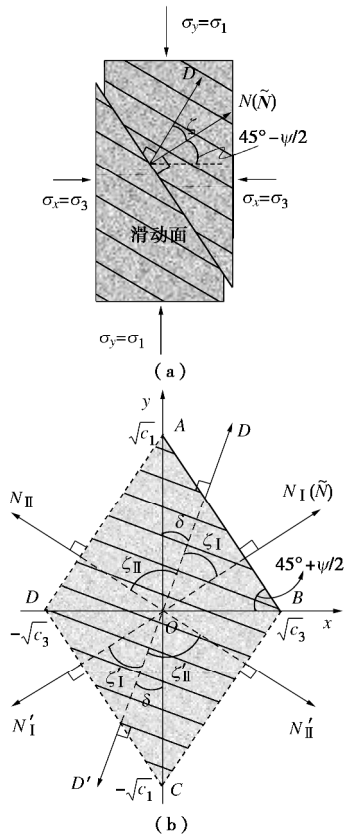


图 4 沉积面法线与特征滑动面法线之间的关系

Fig. 4 Relationship between deposition plane and characteristic parallelogram

从几何与数学角度来看, 沉积面法线方向与大主应力作用面法线的夹角为 $\delta$ 或 $180^\circ - \delta$ , 因此利用 $\mathbf{D}=(\cos\delta, \sin\delta)$  (或 $\mathbf{D}'=(-\cos\delta, \sin\delta)$ ) 表示, 如图4(b)所示。而本文中滑动面位置用特征应力 $c_i$ 来度量, 特征滑动面的外法线向量为 $\mathbf{N}$ , 滑动面外法线相对于沉积面法线 $\mathbf{D}$ 的相对位置向量为 $\tilde{\mathbf{N}}$ , 其中滑动面外法线与水平 $x$ 轴夹角为 $45^\circ - \psi/2$ 。根据对称性可知材料的特征滑动面包括两组: 滑动面I (AB或CD) 与滑动面II (AD或CB), 其外法线向量存在两种可能表达,  $\mathbf{N}_I=(n_1, n_3)$  (或 $\mathbf{N}'_I=(-n_1, -n_3)$ ) 与 $\mathbf{N}_{II}=(-n_1, n_3)$  (或 $\mathbf{N}'_{II}=(n_1, -n_3)$ )。沉积面外法线向量 $\mathbf{D}$ 与两组滑动面外法线 $\mathbf{N}_I$  (或 $\mathbf{N}'_I$ ) 和 $\mathbf{N}_{II}$  (或 $\mathbf{N}'_{II}$ ) 之间的夹角为 $z_I$  (或 $z'_I$ ) 和 $z_{II}$  (或 $z'_{II}$ )。横观各向同性土体的破坏发生在最接近材料强度弱面的特征滑动面上, 此时沉积面与滑

动面夹角最小 $z=\min(z_I, z_{II})=\min(z'_I, z'_{II})$ 。也就是说沉积面与材料滑动面之间的相对位置关系会对材料强度产生直接的影响。以沉积面法线为基准, 图4中滑动面与沉积面的相对位置可以表示为

$$\tilde{\mathbf{N}}=(\tilde{n}_1, \tilde{n}_3)=(\cos z, \sin z) \quad (10)$$

## 2.1 横观各向同性土的特征强度参数与破坏条件

与Pietruszczak等<sup>[11]</sup>和路德春等<sup>[18-19]</sup>对各向异性强度参数的定义类似, 本文将微观结构张量 $\mathbf{A}$ 投影到滑动面与沉积面相对方向向量 $\tilde{\mathbf{N}}$ 上, 从而得到与材料特性及沉积面方向相关的横观各向同性强度参数 $\eta_f$ , 其表达式为

$$h_f=\tilde{\mathbf{N}}\mathbf{A}\tilde{\mathbf{N}}^T=h_0(1+W_1\tilde{n}_1^2+W_3\tilde{n}_3^2) \quad (11)$$

将材料组构条件 $W_1+W_3=0$ 与滑动面方向的几何条件 $\tilde{n}_1^2+\tilde{n}_3^2=1$ 代入式(11)中, 可得

$$h_f=h_0[1+W_3(1-2\tilde{n}_1^2)] \quad (12)$$

当特征滑动面上的剪正应力比达到强度参数时, 材料发生破坏, 即将式(12)与式(7)相结合就可以得到考虑材料特征滑动面与沉积面相对方向角影响的横观各向同性土体的破坏条件:

$$\frac{(s_1-s_3)\sqrt{c_1c_3}}{s_1c_3+s_3c_1}=h_0[1+W_3(1-2\tilde{n}_1^2)] \quad (13)$$

式中,  $\tilde{n}_1=\cos z$  可以通过材料沉积面法线方向与特征滑动面外法线方向来确定, 即

$$\begin{aligned} \tilde{n}_1 &= \frac{\mathbf{N} \cdot \mathbf{D}}{|\mathbf{N}||\mathbf{D}|} = n_1 \cos d + n_3 \sin d \\ &= \cos d \sqrt{\frac{c_3}{c_1+c_3}} + \sin d \sqrt{\frac{c_1}{c_1+c_3}} \end{aligned} \quad (14)$$

将式(14)代入式(12)得横观各向同性土强度参数 $\eta_f$ 的最终表达式:

$$h_f=h_0+h_0W_3\left[1-2\left(\cos d \sqrt{\frac{c_3}{c_1+c_3}} + \sin d \sqrt{\frac{c_1}{c_1+c_3}}\right)^2\right] \quad (15)$$

式(15)将与材料特性的相关的特征滑动面方向、土体各向异性程度以及沉积面方向性引入到了横观各向同性强度参数 $\eta_f$ 中。因此, 结合式(13)与式(15)可得考虑沉积面方向的材料破坏条件:

$$\begin{aligned} \frac{(s_1-s_3)\sqrt{c_1c_3}}{s_1c_3+s_3c_1} &= h_0 + \\ &h_0W_3\left[1-2\left(\cos d \sqrt{\frac{c_3}{c_1+c_3}} + \sin d \sqrt{\frac{c_1}{c_1+c_3}}\right)^2\right] \end{aligned} \quad (16)$$

式(16)中包含的3个参数特征指数 $b$  (隐含在 $c_1$ 与 $c_3$ 中)、 $\eta_0$ 以及 $W_3$ 分别用于描述材料破坏时的特征滑动面位置、横观各向同性土的平均强度以及材料的各

向异性程度。参数 $\beta$ 的确定方法与各向同性土的确定方法相同, 可根据土体破坏时得到的滑动面角度 $45^\circ + \psi/2$ 、内摩擦角 $\varphi$ 代入式(4)求得。而 $\eta_0$ 和 $W_3$ 通过沉积面角度 $\delta=0^\circ$ 的试样(图5(a))与沉积面角度 $\delta=90^\circ$ 试样(图5(b))破坏时的内摩擦角 $\varphi_0$ 和 $\varphi_{90}$ 来确定。当土体发生破坏时, 主应力比 $s_1/s_3$ 达到破坏应力比 $R$  ( $R=(1+\sin\varphi)/(1-\sin\varphi)$ ), 对应于图5中的两种试验, 破坏应力比可以表示为 $R_0$ 和 $R_{90}$ 。将试样沉积面角度条件与对应的主应力比代入式(16)可以得到如下方程组:

$$\begin{cases} \frac{(R_0-1)\sqrt{R_0^b}}{R_0+R_0^b} = h_0 \left[ 1 + W_3 \left( 1 - \frac{2}{R_0^b+1} \right) \right] \\ \frac{(R_{90}-1)\sqrt{R_{90}^b}}{R_{90}+R_{90}^b} = h_0 \left[ 1 + W_3 \left( 1 - \frac{2R_{90}^2}{R_{90}^b+1} \right) \right] \end{cases} \quad (17)$$

式(17)为关于 $\eta_0$ 和 $W_3$ 的二元一次方程组, 可以联立求解得出 $\eta_0$ 和 $W_3$ 的值。

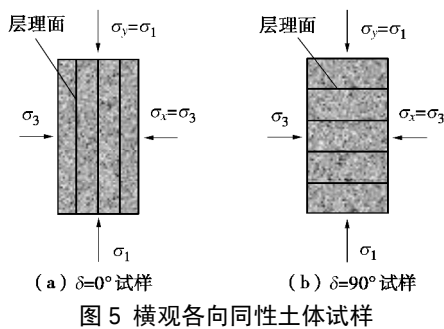


Fig. 5 Transversely isotropic soil specimens

## 2.2 横观同性土的强度方向性效应分析

沉积面的方向是相对于主应力作用方向而言。在水平与竖直的主应力作用下, 沉积面与主应力的相对方向角 $\delta$ 会对土体强度产生显著影响, 其根本原因在于 $\delta$ 影响了滑动面与沉积面之间的相对位置关系。而材料特征指数 $b$ 对材料的摩擦特性有影响, 进一步影响了滑动面的位置, 从而影响土体强度的方向性。

(1)  $b=1$ 条件下横观同性土的强度方向性效应以 $d=0^\circ$ 与 $d=90^\circ$ 试样内摩擦角 $\varphi_0=46^\circ$ 和 $\varphi_{90}=40^\circ$ 为例, 对 $b=1$ 条件下横观各向同性土体的强度条件进行分析。此时,  $c_i$ 退化为 $s_i$ ,  $\psi$ 退化为 $\varphi$ , 根据式(17)可求解得出 $\eta_0=0.932$ 和 $W_3=0.155$ 。将 $\eta_0$ 与 $W_3$ 代入式(13)中即可得出受沉积面与特征滑动面相对方向角 $\zeta$ 影响的内摩擦角的变化规律, 如图6所示。通过式(16)即可得受大主应力方向与沉积面法线相对方向角 $d$ 影响的内摩擦角变化规律, 如图7所示。内摩擦角受到大主应力作用方向、滑动面方向与沉积面方向的相对位置关系的影响, 其 $\varphi-\zeta_1$ 变化规律与 $\varphi-d$ 变化规律是一一对应的, 均符合强度受最弱面控制这一破坏机理。

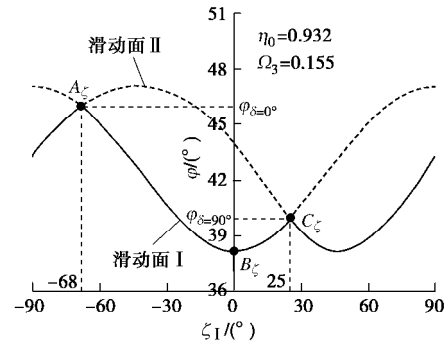


图6 内摩擦角 $\varphi$ 与 $\zeta_1$ 之间的关系

Fig. 6 Relationship between internal friction angle and deposition

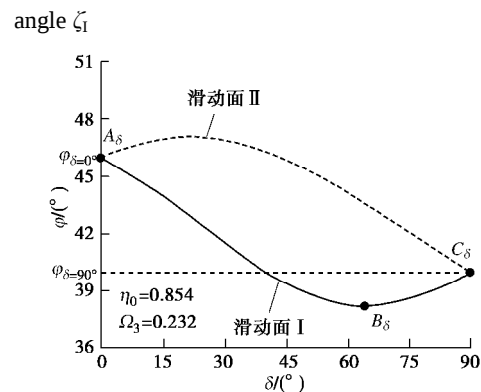


图7 内摩擦角 $\varphi$ 与 $\delta$ 之间的关系

Fig. 7 Relationship between internal friction angle  $\varphi$  and deposition angle  $\delta$

图6所示曲线为沉积面法线向量 $\mathbf{D}$ 与滑动面I的外法线向量 $\mathbf{N}_1$ 之间的夹角 $\zeta_1$ 对材料内摩擦角 $\varphi$ 的影响规律, 图中分别示出了滑动面I与滑动面II上的内摩擦角变化规律。假定 $\mathbf{D}$ 在 $\mathbf{N}_1$ 的逆时针方向时, $\zeta_1$ 为负, 反之为正。当 $\zeta_1=-90^\circ$ 时, 沉积面与滑动面I垂直, 此时滑动面I上抗剪强度最大, 材料不容易沿滑动面I发生破坏; 随着 $\zeta_1$ 增大 ( $|\zeta_1|$ 减小), 沉积面与滑动面I越来越接近, 滑动面I上的抗剪强度逐渐减小; 当 $\zeta_1=0^\circ$ 时, 沉积面与滑动面I重合, 此时AB面上的抗剪强度最小, 材料最容易发生破坏; 随着 $\zeta_1$ 继续增大,  $\mathbf{D}$ 达到 $\mathbf{N}_1$ 的顺时针方向, 滑动面I上的抗剪强度逐渐增大, 直到 $\zeta_1=90^\circ$ 时滑动面I上的抗剪强度达到最大。根据图4中滑动面之间几何关系可以推导得出 $\zeta_{II}=90^\circ + \varphi - \zeta_1$ , 进一步根据式(13)得出滑动面II对应的内摩擦角变化规律, 如图6中滑动面II曲线所示。

横观各向同性土体的实际破坏是由承载能力最弱面控制, 如图6与图7中实线所示的强度规律。而随着 $d$ 从 $0^\circ$ 增加到 $90^\circ$ 过程中, 土体内滑动面与潜在滑动面上内摩擦角 $\varphi$ 与 $\zeta_1$ 变化规律、 $\varphi$ 与 $d$ 变化规律以及对应的滑动面与沉积面相对方向角变化规律如下:

a) 当沉积面法线竖直时,  $\delta=0^\circ$ , 沉积面与2个滑动面之间的夹角相等, 即 $|\zeta_I|=|\zeta_{II}|=68^\circ$ , 土体可以沿

着任一滑动面发生破坏, 对应于图 6 中的  $A_{\zeta}$  点与图 7 中的  $A_{\delta}$  点。

b) 随着沉积面法线方向与大主应力方向夹角  $\delta$  的增加, 滑动面与沉积面之间的相对位置也随之动态变化,  $|\zeta_I|=45^\circ + \varphi/2 - \delta$ ,  $|\zeta_{II}|=45^\circ + \varphi/2 + \delta$ , 且  $|\zeta_{II}| > |\zeta_I|$ , 因此, 横观各向同性土体更倾向于沿着抗剪强度相对较弱的滑动面 I 发生破坏。  $|\zeta_I|$  逐渐减小, 土体的内摩擦角  $\varphi$  逐渐减小, 而  $\zeta_{II}$  逐渐增加, 滑动面 II 上的潜在抗剪强度逐渐增加, 当  $|\zeta_{II}|$  增加到  $90^\circ$  时, 滑动面 II 上的潜在抗剪强度达到最大。随着  $\delta$  继续增加, 沉积面与滑动面 II 之间的夹角变为  $|\zeta_{II}|=135^\circ - \varphi/2 - \delta$ , 此时,  $|\zeta_I|$  与  $|\zeta_{II}|$  均减小, 滑动面 I 和滑动面 II 上的抗剪强度均减小 (但  $|\zeta_{II}| > |\zeta_I|$ , 横观各向同性土体依然倾向于沿着滑动面 I 发生破坏), 直至沉积面与滑动面重合, 此时材料的内摩擦角最小, 对应于图 6 中的强度最低点  $B_{\zeta}$  点与图 7 中的强度最低点  $B_{\delta}$  点。

c) 随着  $\delta$  继续增加,  $|\zeta_I|$  逐渐增加, 而  $|\zeta_{II}|$  逐渐减小, 但  $|\zeta_{II}|$  仍大于  $|\zeta_I|$ , 横观各向同性土体的内摩擦角随着  $|\zeta_I|$  增大而增大, 直至  $\delta$  增加到  $90^\circ$  时,  $|\zeta_I|=|\zeta_{II}|=25^\circ$ , 此时 2 个滑动面上的抗剪强度再次达到相同, 对应于图 6 中的  $C_{\zeta}$  点与图 7 中的  $C_{\delta}$  点。而当  $\delta$  增加超过  $90^\circ$  时, 滑动面 II 将变为抗剪强度弱面, 土体将沿着滑动面 II 发生破坏, 其内摩擦角变化规律与图 7 中  $C_{\delta} - B_{\delta} - A_{\delta}$  的变化规律一致。

(2)  $\beta$  对横观同性土的强度方向性的影响规律

特征指数  $\beta$  的取值会影响特征应力的 大小, 使得特征摩擦角  $\psi$  可以从  $\varphi$  变化到 0, 从而 影响材料破坏的特征滑动面的位置。横观 各向同性土的强度特性受滑动面与沉积面 之间的相对位置关系影响显著, 因此, 土 的强度特性也会受到  $\beta$  值大小的影响。

对于  $\varphi_0=46^\circ$  和  $\varphi_{90}=40^\circ$  条件下的土体, 由于材料摩擦特性发生变化, 其各向异性程度也相应地发生了变化。不同  $\beta$  值条件下求得的参数  $\eta_0$  和  $W_3$  以及  $\delta=0^\circ$  与  $\delta=90^\circ$  条件下的沉积面与特征滑动面之间的夹角  $\zeta_I$  列在表 1 中。

表 1 不同  $\beta$  值条件下的参数

| Table 1 Parameters for different $\beta$ -values |          |            |                                       |                                        |
|--------------------------------------------------|----------|------------|---------------------------------------|----------------------------------------|
| $\beta$                                          | $\eta_0$ | $\Omega_3$ | $\zeta_I (\delta=0^\circ) / (^\circ)$ | $\zeta_I (\delta=90^\circ) / (^\circ)$ |
| 1                                                | 0.932    | 0.155      | -68.00                                | 25.00                                  |
| 2/3                                              | 0.895    | 0.196      | -61.50                                | 31.00                                  |
| 1/3                                              | 0.801    | 0.300      | -53.55                                | 37.75                                  |

从表 1 中可以看出,  $\beta$  值越小,  $W_3$  值越大, 材料的各向异性程度越强, 同时  $\zeta_I$  值也随之变化, 这与图 8 中横观同性土体的内摩擦角随着角度  $\zeta_I$  的变化而变化的规律是一致的。而随着  $\delta$  的变化, 不同  $\beta$  值条件下的横观各向同性土体内摩擦角的变化规律, 如图 9

所示。可以看出, 随着  $\beta$  值的减小, 材料内摩擦角最小值逐渐减小, 且点  $B_{\delta}$  对应的  $\delta$  值逐渐减小, 这与土体的滑动面摩擦特性以及特征滑动面的外法线方向是相协调的。

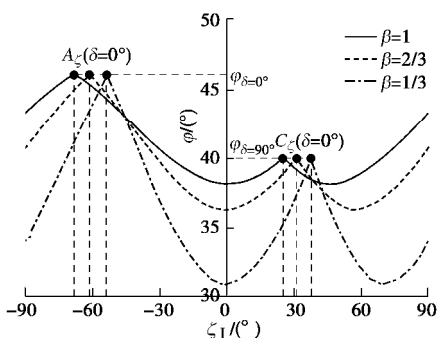


图 8 内摩擦角  $\varphi$  与  $\zeta_I$ ,  $\beta$  之间的关系  
Fig. 8 Relationship among  $\varphi$ ,  $\zeta_I$  and  $\beta$

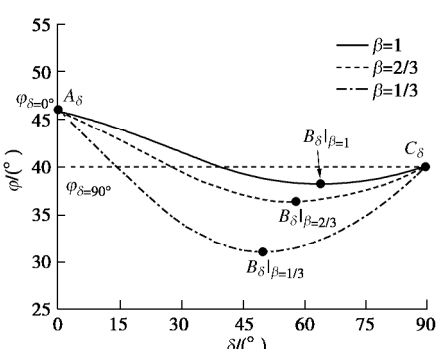


图 9 不同  $\beta$  值条件下内摩擦角  $\varphi$  与  $\delta$  关系  
Fig. 9 Relationship between internal friction angle  $\varphi$  and deposition angle  $\delta$  for different  $\beta$ -values

3 试验验证

本文选用棱角分明的精制石英砂作为试验材料, 通过开发真三轴试样的制样模具, 用“砂雨法”和“冷冻法”结合的方式制备横观各向同性试样, 并对具有不同沉积角  $\delta$  的试样进行  $p$  为常数的三轴压缩试验。利用本文试验结果与文献中试验结果对所提破坏条件进行验证与分析。

3.1 横观各向同性砂土的三轴试验

基于真三轴试验仪器特点, 笔者研发了试样的制样模具来制备具有不同沉积面方向角的试样, 试样尺寸为  $150\text{ mm} \times 75\text{ mm} \times 75\text{ mm}$ 。利用美国 GCTS 公司制造的静动态真三轴仪 SPAX-2000 来研究大主应力与沉积面法线方向夹角  $\delta$  对砂土强度特性的影响。经过制样冷冻套膜, 装进压力室, 闭合试样帽, 密封乳胶膜等操作, 石英砂试样成样完毕, 如图 10 所示。试验通过液压伺服加载系统独立控制三个主应力, 并采用联动控制方式, 保证试样变形及受力均匀。

(1) 试样制备

基于真三轴试验仪器的特点和横观同性砂土试样

的特性，试验中采用“砂雨法”和“冷冻法”相结合的方式制备横观同性砂土试样。“砂雨法”模拟砂土的自然沉积过程，撒砂高度控制为 20 cm，借助模具完成不同沉积角度试样的制备。“冷冻法”保证试样整体完整可移动，在不干扰砂土沉积状态条件下，完成真三轴试验的装样套膜步骤，使试验顺利进行。试验材料选用北京开碧源公司生产的精制石英砂，如图 11 所示。所选砂土棱角分明，长细比较大，粒径范围 0.5~1 mm，通过室内试验测得不均匀系数  $C_u=2$ ，最大、最小干密度分别为  $\rho_{dmax}=1.91\text{ g/cm}^3$ ， $\rho_{dmin}=1.35\text{ g/cm}^3$ ，相对密度  $G_s=2.83$ ，计算得最大、最小孔隙比分别为  $e_{max}=1.10$ ， $e_{min}=0.48$ 。其颗粒级配曲线如图 12 所示。

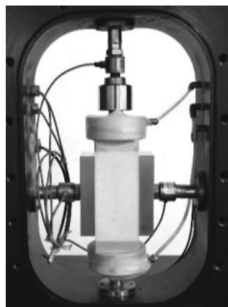


图 10 压力室内的试样

Fig. 10 Specimen in pressure chamber

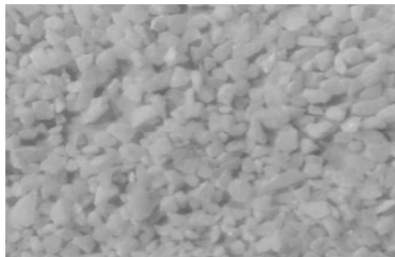


图 11 石英砂

Fig. 11 Quartz sand

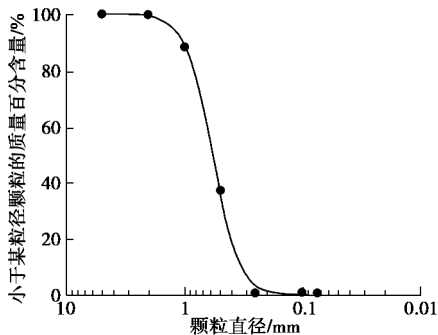
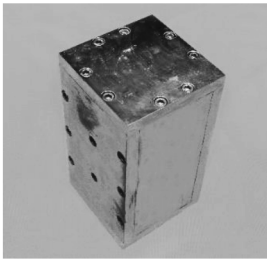


图 12 石英砂级配曲线

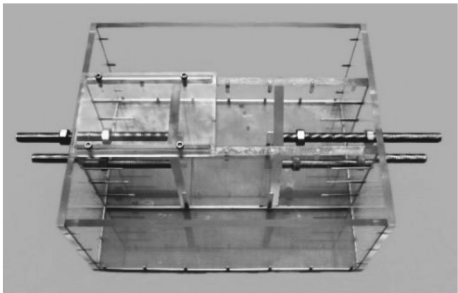
Fig. 12 Gradation curve of quartz sand

借鉴已有不同沉积角度试样的制作方式<sup>[6]</sup>，作者设计了适用于真三轴试验的试样模具以及辅助外箱。如图13所示，模具六面可独立拆卸组装，辅助外箱中间两块隔板可自由移动，上方盖板用于倾斜外箱过程中，遮挡覆盖在试样模具上方的砂子，防止颗粒下滑

流失造成试样不完整。外箱用于将组装好的试样模具按照倾斜控制角度 $\delta_a$  ( $\delta_a=90^\circ-\delta$ ) 进行固定并辅助完成试样制备，沉积角度的控制方式如图14所示。



(a) 试样模具



(b) 辅助外箱

图 13 辅助外箱和试样模具

Fig. 13 Auxiliary box and sample preparing mold

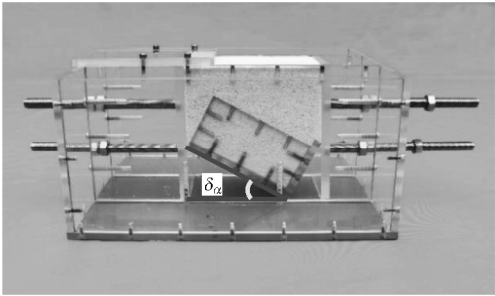


图 14 制样过程示意图

Fig. 14 Schematic diagram of sample preparation

首先将组装好的四面模具倾斜放置在辅助外箱内，按照倾斜控制角度 $\delta_a$ 固定。以固定撒砂高度自然垂直撒砂至完全覆盖模具，并依次进行将辅助外箱倾斜角度 $\delta_a$ 、清理水平面多余石英砂并组装此面所需模具、反向倾斜 $\delta$  (即 $90^\circ-\delta_a$ )、继续清理水平面多余石英砂并组装模具等操作，从而完成沉积面角度为 $\delta$ 的试样初步制备，试验中试样的孔隙比 $e$ 范围为0.79~0.86。将初步制备好的试样依次经过无气水水头饱和、无气水中浸泡10 h，-8℃冷冻9 h等过程，即可得到沉积面倾斜角度为 $\delta_a$ 的冷冻试样，且可以整体移动，不干扰试样的沉积状态。将制备的冷冻试样依次进行套膜、安装到真三轴仪围压室内以及常温条件下静置6 h充分化冻等操作后，开始进行真三轴试验。

(2) 试验方案与试验结果

选取沉积角度 $\delta$ 分别为 $0^\circ$ ， $15^\circ$ ， $30^\circ$ ， $45^\circ$ ， $60^\circ$ ， $75^\circ$ ， $90^\circ$ 的7种试样进行初始固结压力 $p_0=196$

kPa 条件下的等  $p$  三轴压缩试验。为保证试验剪切过程的完整性, 以大主应变  $\varepsilon_1$  达到 10% 作为试验结束条件。不同沉积方向角的横观各向同性砂土试样在等  $p$  三轴压缩条件下的峰值内摩擦角列于表 2 中。

表 2 试样峰值内摩擦角  
Table 2 Peak internal friction angles of samples (°)

| 沉积角度<br>$\delta$ | 试样峰值内摩擦角 $\varphi$ |       |       |
|------------------|--------------------|-------|-------|
|                  | 第 1 组              | 第 2 组 | 第 3 组 |
| 0                | 48.71              | 50.05 | 50.44 |
| 15               | 47.47              | 49.15 | 48.56 |
| 30               | 45.57              | 45.89 | 47.70 |
| 45               | 47.06              | 44.27 | 46.56 |
| 60               | 43.17              | 42.34 | 43.37 |
| 75               | 43.42              | 44.34 | 45.27 |
| 90               | 44.86              | 44.38 | 44.81 |

3.2 三轴试验验证

利用本文中石英砂的试验结果对所提理论进行验证。试验过程中石英砂试样未出现明显的剪切滑动面, 不能得到  $\psi$ , 因此根据  $\delta=0^\circ$ ,  $60^\circ$  与  $90^\circ$  条件下的试验数据进行拟合得出  $\beta=0.9$ ,  $\eta_0=1.0756$  和  $W_3=0.1281$ 。根据式 (16), 即可得出对不同  $\delta$  条件下石英砂峰值内摩擦角  $\varphi$  的预测曲线, 如图 15 所示。可以看出理论值与试验结果表现出的石英砂的峰值内摩擦角随  $\delta$  的变化规律一致。本文所提理论可以很好地描述石英砂试样的峰值内摩擦角  $\varphi$  随着  $\delta$  的增加先减小后增大的趋势。

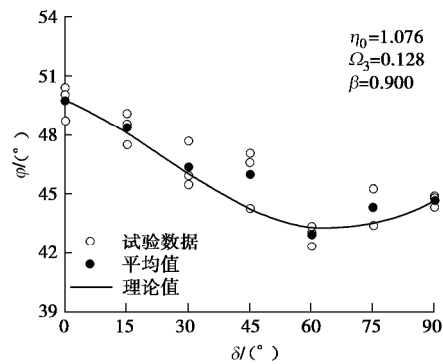


图 15 试样内摩擦角预测值与实测值对比

Fig. 15 Comparison between predictions and test data

另外, 选取其他学者进行的横观同性土体试验结果对本文所提理论进行验证, 如 Oda 等<sup>[22]</sup>、Matsuoka 等<sup>[23]</sup>进行的丰蒲砂试验, Park<sup>[24]</sup>进行的石英砂试验 (试验数据取自文献[26]), 试验中试样的孔隙比范围为  $e=0.65\sim0.67$ 。基于现有  $\delta=0^\circ$ ,  $60^\circ$  与  $90^\circ$  条件下的试验数据确定  $\beta$ ,  $\eta_0$  和  $W_3$ , 并列于图 16 中。试验结果与预测结果的对比表明, 本文所提理论能够对不同横观砂土的峰值内摩擦角做出较为合理的预测。

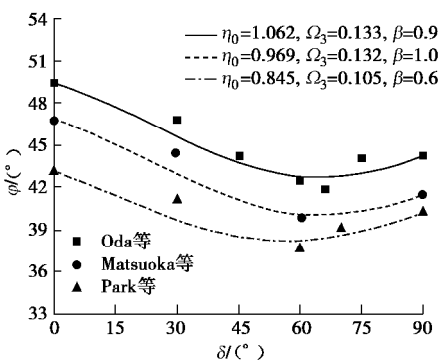


图 16 试样内摩擦角实测值对比

Fig. 16 Comparison between predictions and test data

4 结 语

特征应力可以用于描述土体等材料的强度特性, 微观组构张量反映材料内部微观结构的各向异性程度及其方向性, 将二者合理结合, 可以得到横观各向同性砂土的强度参数与破坏条件, 并对横观各向同性土体的破坏特性进行分析。

本文从特征应力概念出发提出了二维应力条件下的特征滑动面, 给出了特征滑动面上的土体破坏条件及其与 Mohr 应力圆之间的对应关系。通过特征滑动面的概念与微观组构张量相结合, 提出了二维应力条件下考虑材料属性与横观各向同性砂土沉积面方向性效应的强度参数与破坏条件。横观各向同性土体破坏时会选择抗剪强度更小的特征滑动面发生破坏, 即通过沉积面与滑动面之间的动态变化与优选过程选择与沉积面的夹角最小的特征滑动面发生破坏。这一过程与荷载与沉积面的相对方向以及材料本身摩擦性与各向异性程度均相关。

通过制作与真三轴试验仪器相适配的制样模具, 并结合采用“砂雨法”和“冷冻法”, 给出了制备  $\delta=0^\circ\sim90^\circ$  范围内具有不同沉积角度的石英砂试样的方法。本文试验数据与预测值的对比以及文献中的试验数据与预测值的对比均表明, 所提基于特征滑动面所提出的横观各向同性土体的破坏认识能够反映横观各向同性土体的强度变化规律。

参考文献:

[1] 童朝霞, 周少鹏, 姚仰平, 等. 测定各向异性砂土抗剪强度特性的新型直剪装置及初步应用[J]. 岩石力学与工程学报, 2012, 31(12): 2579 - 2584. (TONG Zhao-xia, ZHOU Shao-peng, YAO Yang-ping, et al. An improved direct shear apparatus for shear strength of anisotropic sands and its primary application[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2012, 31(12): 2579 - 2584. (in Chinese))

[2] LADE P V, RODRIGUEZ N M, VAN DYCK E J. Effects of principal stress directions on 3D failure conditions in

- cross-anisotropic sand[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 2014, **140**(2): 1 - 12.
- [3] YANG L T, LI X, YU H S, et al. A laboratory study of anisotropic geomaterials incorporating recent micromechanical understanding[J]. Acta Geotechnica, 2016, **11**(5): 1111 - 1129.
- [4] LAM W, TATSUOKA F. Effects of initial anisotropic fabric and  $s_2$  on strength and deformation characteristics of sand[J]. Soils and Foundations, 1988, **28**(1): 89 - 106.
- [5] GUO P. Modified direct shear test for anisotropic strength of sand[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 2008, **134**(9): 1311 - 1318.
- [6] TONG Z X, FU P C, ZHOU S P, et al. Experimental investigation of shear strength of sands with inherent fabric anisotropy[J]. Acta Geotechnica, 2014, **9**(2): 257 - 275.
- [7] 于艺林, 童朝霞, 张建民. 应力主轴旋转条件下各向异性云母砂变形的试验研究[J]. 世界地震工程, 2010, **26**(增刊1): 85 - 89. (YU Yi-lin, TONG Zhao-xia, ZHANG Jian-min. Experiments study on anisotropy sands subjected to rotation of principal stress axes[J]. World Earthquake Engineering, 2010, **26**(S1): 85 - 89. (in Chinese))
- [8] MIRGHASEMI A A N M. The effect of initial elongation of elliptical particles on macro-micromechanical behavior during direct shear test[J]. Procedia Engineering, 2015(102): 1476 - 1483.
- [9] FU P C, DAFALIAS Y F. Study of anisotropic shear strength of granular materials using DEM simulation[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2011, **35**(10): 1098 - 1126.
- [10] GAO Z W, ZHAO J D, YAO Y P. A generalized anisotropic failure criterion for geomaterials[J]. International Journal of Solids and Structures, 2010, **47**(22/23): 3166 - 3185.
- [11] PIETRUSZCZAK S, MROZ Z. Formulation of anisotropic failure criteria incorporating a microstructure tensor[J]. Computers and Geotechnics, 2000, **26**(2): 105 - 112.
- [12] KONG Y X, ZHAO J D, YAO Y P. A failure criterion for cross-anisotropic soils considering microstructure[J]. Acta Geotechnica, 2013, **8**(6): 665 - 673.
- [13] LÜ X L, HUANG M S, ANDRADE J E. Strength criterion for cross-anisotropic sand under general stress conditions[J]. Acta Geotechnica, 2016, **11**(6): 1339 - 1350.
- [14] YAO Y P, TIAN Y, GAO Z W. Anisotropic UH model for soils based on a simple transformed stress method[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2017, **41**(1): 54 - 78.
- [15] 曹威, 王睿, 张建民. 横观各向同性砂土的强度准则[J]. 岩土工程学报, 2016, **38**(11): 2026 - 2032. (CAO Wei, WANG Rui, ZHANG Jian-min. New strength criterion for sand with cross-anisotropy[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2016, **38**(11): 2026 - 2032. (in Chinese))
- [16] 张连卫, 张建民, 张嘎. 基于 SMP 的粒状材料各向异性强度准则[J]. 岩土工程学报, 2008, **30**(8): 1107 - 1111. (ZHANG Lian-wei, ZHANG Jian-min, ZHANG Ga. SMP-based anisotropic strength criteria of granular materials[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2008, **30**(8): 1107 - 1111. (in Chinese))
- [17] 姚仰平, 孔玉侠. 横观各向同性土强度与破坏准则的研究[J]. 水利学报, 2012, **39**(1): 43 - 50. (YAO Yang-ping, KONG Yu-xia. Study on strength and failure criterion of cross-anisotropic soil[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2012, **39**(1): 43 - 50. (in Chinese))
- [18] 路德春, 梁靖宇, 王国盛, 等. 横观各向同性土的三维强度准则[J]. 岩土工程学报, 2018, **40**(1): 54 - 63. (LU De-chun, LIANG Jing-yu, WANG Guo-sheng, et al. Three-dimensional strength criterion for transverse isotropic geomaterials[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2018, **40**(1): 54 - 63. (in Chinese))
- [19] LU D C, LIANG J Y, DU X L, et al. A novel transversely isotropic strength criterion for soils based on a mobilised plane approach[J]. Géotechnique, 2019, **69**(3): 234 - 250.
- [20] LU D C, MA C, DU X L, et al. Development of a new nonlinear unified strength theory for geomaterials based on the characteristic stress concept[J]. International Journal of Geomechanics, 2017, **17**(2): 4016058.
- [21] LU D C, LIANG J Y, DU X L, et al. Fractional elastoplastic constitutive model for soils based on a novel 3D fractional plastic flow rule[J]. Computers and Geotechnics, 2019, **105**: 277 - 290.
- [22] ODA M, KOISHIKAWA I, HIGUCHI T. Experimental study of anisotropic shear strength of sand by plane strain test[J]. Soils and Foundations, 1978, **18**(1): 25 - 38.
- [23] MATSUOKA H, JUNICHI H, KIYOSHI H. Deformation and failure of anisotropic sand deposits[J]. Soil Mechanics and Foundation Engineering, 1984, **32**(11): 31 - 36.
- [24] PARK C S T F. 1994 Anisotropic strength and deformation of sands in plane strain compression[C]// Proc XIII ISCMFE(Vol I). New Delhi, India, 1994: 1 - 4.
- [25] LIU M D, INDRARATNA B N. General strength criterion for geomaterials including anisotropic effect[J]. International Journal of Geomechanics, 2011, **11**(3): 251 - 262.