

DOI: 10.11779/CJGE201904008

# 试验设计法在硬岩 PFC<sup>3D</sup> 模型细观参数标定中的应用

邓树新<sup>1,2</sup>, 郑永来<sup>\*2</sup>, 冯利坡<sup>3</sup>, 朱鹏宇<sup>2</sup>, 倪寅<sup>2</sup>

(1. 南京理工大学机械工程学院, 江苏 南京 210094; 2. 同济大学土木工程学院, 上海 200092; 3. 金华市轨道交通投资建设有限公司, 浙江 金华 321017)

**摘要:** 利用试验设计法针对硬质岩体颗粒离散元数值研究中的细观参数标定问题进行了研究。首先利用 Plackett-Burman 试验设计分析了细观参数对宏观响应的敏感性, 并建立了宏观力学指标和细观参数之间的线性关系, 然后利用响应曲面法考查了显著影响参数之间的相互作用, 得到了宏观响应与细观参数之间的非线性关系。最后将问题转化为非线性多目标数学规划问题利用 MATLAB 软件中 FGOALATTAIN 函数进行求解。通过与典型硬岩物理试验结果对比发现, 利用试验设计法标定参数建立的颗粒离散元模型可以很好地反映单轴和低围压下岩石的破坏过程, 但是由于采用了球形颗粒对于高围压下的拟合效果偏弱。利用 PB 设计、响应曲面法并结合数学规划建立的细观参数标定方法可以反映各细观参数对宏观力学响应的敏感性并给出明确的函数表达式, 同时可以通过增加求解过程中的约束条件来体现更多的岩石力学特性。

**关键词:** 试验设计; 岩石力学; 数值模拟; 颗粒流; 参数标定

中图分类号: TU452 文献标识码: A 文章编号: 1000 - 4548(2019)04 - 0655 - 10

**作者简介:** 邓树新(1988 - ), 男, 讲师, 博士, 主要从事岩石细观力学与离散元模拟等方面的教学和科研工作。E-mail: dsx@njjust.edu.cn。

## Application of design of experiments in microscopic parameter calibration for hard rocks of PFC<sup>3D</sup> model

DENG Shu-xin<sup>1,2</sup>, ZHENG Yong-lai<sup>2</sup>, FENG Li-po<sup>3</sup>, ZHU Peng-yu<sup>2</sup>, NI Yin<sup>2</sup>

(1. School of Mechanical Engineering, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China; 2. College of Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 3. Jinhua Rail Transit Investment and Construction Co., Ltd., Jinhua 321017, China)

**Abstract:** The design of experiments (DOE) is used to study the microscopic parameter calibration for hard rocks of PFC<sup>3D</sup> model. Firstly, the sensitivity of microscopic parameters to macroscopic responses is analyzed through the Plackett-Burman design. The linear relationship between microscopic parameters and macroscopic responses is established. Then, the interaction between microscopic parameters is investigated by using the response surface method (RSM) and the nonlinear relationship between microscopic parameters and macroscopic responses is obtained. Finally, the problem is transformed into a nonlinear multiobjective mathematical programming problem, and the FGOALATTAIN function in MATLAB software is utilized to solve the problem. It can be found that when using DOE to calibrate the microscopic parameters, the PFC<sup>3D</sup> model can well reflect the failure process of the rock under uniaxial and low confining compression conditions. However, the fitting results under high confining pressure is unsatisfactory. The method based on the PB design, response surface method and mathematical programming can reflect the sensitivity of the microscopic parameters, and the definite function expressions are obtained. At the same time, it can reflect more characteristics of rock mechanics by adding the constraints condition in the process of solving.

**Key words:** design of experiment; rock mechanics; numerical simulation; particle flow; parameter calibration

## 0 引言

在地下岩石工程中, 硬质岩石很容易发生脆性破坏, 引发顶板破裂、冲击地压和岩爆等灾害, 对地下工程施工人员和工程设备安全造成巨大威胁, 因此对硬岩力学性质研究具有重要的实际意义。由于数值方法具有低成本、易重复等优点, 往往是物理试验和理论分析研究很好的补充。在对硬岩的力学性质进行颗

粒离散元数值模拟研究时, 需要通过对比宏观力学响应来对离散元模型的细观参数进行标定。一般通过试错法来进行细观参数标定, 该过程非常枯燥和耗时。因此国内外学者对此进行了改进。徐小敏等<sup>[1]</sup>通过室内三轴试验的 PFC<sup>3D</sup> 模拟和结果的回归分析, 研究了

收稿日期: 2018 - 03 - 23

\*通讯作者 (E-mail: zy11@tongji.edu.cn)

颗粒材料单元体宏观力学参数和颗粒细观参数间的相关性。尹小涛等<sup>[2]</sup>研究了黏结强度和内摩擦角对岩石破坏的影响。刘新荣等<sup>[3]</sup>以接触黏结模型 (CBM) 中等效微梁的模型为基础, 建立了颗粒流细观强度参数与岩石断裂韧度之间的理论模型。周博等<sup>[4]</sup>利用 PFC<sup>2D</sup> 软件来模拟平面双轴压缩试验, 分析了黏性材料细观参数和材料宏观剪切强度参数之间的相关性。赵国彦等<sup>[5]</sup>利用理论分析与数值模拟相结合的方法, 研究了细观参数与宏观特性的定量关系。丛宇等<sup>[6]</sup>通过大量的 PFC 数值模拟和室内大理岩常规三轴加荷试验以及加轴压、卸围压试验, 建立岩石类材料宏观力学特征与细观参数之间的定量关系。Potyondy 等<sup>[7]</sup>分析了 PFC<sup>2D</sup> 和 PFC<sup>3D</sup> 模型的双轴、三轴、巴西劈裂试验结果对细观参数的敏感性。Yoon 等<sup>[8-9]</sup>基于 DOE 法提出了针对 PFC<sup>2D</sup> 中接触黏结模型 (CBM) 的细观参数标定和优化方法。Coetzee 等<sup>[10]</sup>通过组合的模拟剪切试验和压缩试验来标定颗粒间摩擦系数和黏结刚度。Wang 等<sup>[11]</sup>建立了通过模拟标准室内试验来标定黏结离散元模型细观参数的方法。

上述研究在离散元模型细观参数和宏观力学响应关系的建立, 以及细观参数的标定方法方面都取得了富有成效的研究成果, 然而仍有以下几个方面需要进一步探讨: 首先, 目前大多数研究是针对 PFC<sup>2D</sup>, 在实际岩石工程中, 仅少数工程问题能够简化为平面应力或平面应变问题, 二维数值模型的应用非常有限; 其次, 数值试验多采用正交设计, 该方法不能给出试验因素和响应值之间的一个明确的函数表达式 (即回归方程), 从而无法找到试验因素的最佳组合和响应值的最优值<sup>[12]</sup>; 而且, 大多数研究仅针对应力应变曲线的拟合, 而没有考虑到数值模型更多的岩石力学特性, 如合理的拉压强度比、脆性破坏方式、围压效应等。

基于上述考虑, 本文利用数理统计学中的试验设计 (design of experiments, 简称 DOE) 针对硬岩数值模拟研究中的细观参数标定问题进行了探讨。首先利用 Plackett-Burman 设计 (简称 PB 设计) 分析了各个细观参数对宏观响应的敏感性并建立了宏观力学指标和细观参数之间的线性关系。然后利用响应曲面法考查了显著影响参数之间的相互作用, 得到了宏观响应与细观参数之间的非线性关系。最后将问题转化为非线性多目标数学规划问题利用 MATLAB 软件中 FGOALATTAIN 函数进行求解, 并与典型硬岩 (大理岩和花岗岩) 的物理试验结果进行对比验证。

## 1 试验指标及试验因素

### 1.1 指标选取

岩石材料重要的力学参数包括抗压强度、弹性模量、泊松比、抗拉强度等, 因此本文选取单轴抗压强度  $\sigma_u$ 、弹性模量  $E$ 、泊松比  $\nu$  和巴西劈裂强度  $\sigma_t$  作为试验指标。此处弹性模量  $E$  取得是工程上常用的 50% 抗压强度点的割线模量。

### 1.2 试验因素选取

PFC<sup>3D</sup> 将相互独立的颗粒单元黏结在一起, 来模拟连续介质材料的力学行为。黏结模型主要有接触黏结模型 (CBM) 和平行黏结模型 (PBM)。CBM 和 PBM 的区别如图 1 所示, CBM 可视为具有一定法向和切向刚度的弹簧将颗粒单元在接触处黏结起来, PBM 可视为一系列具有法向和切向刚度的弹簧, 均匀分布在一定宽度的接触面上, 可同时抵抗力和力矩作用。由于在 PBM 中, 黏结的破坏会立刻导致宏观刚度的立即减少, 这更符合硬质岩石脆性破坏特点。因此本文选用 PBM 来模拟硬质岩石破坏过程中的力学行为。

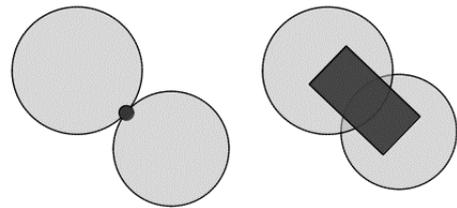


图 1 CBM (左) 和 PBM (右) 示意图<sup>[13]</sup>

Fig. 1 Schematic diagrams of CBM (left) and PBM (right)

根据文献[14], 定义 PBM 需要设定这些参数: 颗粒密度  $\rho$ 、颗粒间的接触模量  $E_c$ 、颗粒的法向刚度与切向刚度之比  $k_n/k_s$ 、颗粒间的摩擦系数  $\mu$ 、平行黏结半径增大系数  $\bar{\lambda}$ 、平行黏结模量  $\bar{E}_c$ 、平行黏结法向刚度与切向刚度之比  $\bar{k}_n/\bar{k}_s$ 、平行黏结法向强度平均值  $\bar{\sigma}_c$ 、平行黏结切向强度平均值  $\bar{\tau}_c$ 、平行黏结强度的变异系数  $\bar{C}_v$ 。定义平行黏结的参数包含平行黏结本身的细观参数及颗粒间接触的细观参数, 为了分析方便, 假定平行黏结和颗粒间的接触具有相同的变形性能,  $E_c = \bar{E}_c$ ,  $k_n/k_s = \bar{k}_n/\bar{k}_s$ 。同时假定平行黏结的半径与相互接触的两个颗粒中较小颗粒的半径一致, 即  $\bar{\lambda} = 1.0$ 。因此, 选取  $\bar{E}_c$  (EC)、 $\bar{k}_n/\bar{k}_s$  (KK)、 $\mu$  (FR)、 $\bar{\sigma}_c$  (NS)、 $\bar{\tau}_c$  (SS)、 $\bar{C}_v$  (CV) 这 6 个细观参数作为试验因素。

### 1.3 试验因素范围

根据文献[14], 材料的单轴压缩强度和黏结的法向及切向强度有关。将除了黏结强度的其余参数设为定值 ( $E_c = \bar{E}_c = 50$  GPa,  $k_n/k_s = \bar{k}_n/\bar{k}_s = 1.0$ ,  $\bar{\lambda} = 1.0$ ,  $\mu = 0.5$ ,  $\bar{C}_v = 0$ ), 将  $\bar{\sigma}_c = \bar{\tau}_c$  的值设定为 20~300 MPa, 进行一系列单轴压缩试验, 得到黏结强度与材

料单轴压缩强度的关系。将数值试验结果进行线性拟合得到： $y = 0.82x + 2.16$ 。根据岩石物理试验结果<sup>[15]</sup>，岩石单轴压缩强度在 70~250 MPa 之间。将  $x = 70$  和  $x = 250$  代入  $y = 0.82x + 2.16$  分别得到  $y = 59.56$  和  $y = 207.16$ ，因此黏结强度  $\overline{\sigma_c}$  和  $\overline{\tau_c}$  的取值范围设定为 60~210 MPa。作类似处理，细观弹性模量  $\overline{E_c}$  的取值范围设定为 18~53 GPa，刚度比  $\overline{k_n}/\overline{k_s}$  的取值范围设定为 0.6~3.6。

在颗粒离散元模型中，黏结破坏后颗粒才开始滑移，因此颗粒间的摩擦系数  $\mu$  只影响材料达到应力峰值之后的力学行为。峰后的力学响应难以定量描述，根据 Potyondy 等<sup>[16]</sup>的建议，对于岩石类材料  $\mu$  可取一个非零值 0.5。为了研究  $\mu$  对宏观响应的影响，设定  $\mu$  的变化范围为 0.25~0.75。

通过改变黏结强度的变异系数来体现颗粒离散元模型的细观不均匀性。变异系数的取值与裂缝初始应力有关。根据 Eberhardt 等<sup>[17-18]</sup>，Yoon 等<sup>[19]</sup>学者的成果，将黏结强度的变异系数的取值范围设定为 0.24~0.4。

## 2 PB 设计

在试验中经常发现对某一现象的影响因素众多，因此需要对其中重要的因素进行筛选。PB 设计是一种从多个因素中选取对试验指标有显著影响因素的方法。该方法由 Plackett 等于 1946 年提出<sup>[20]</sup>，通过对每个因子取两水平来进行分析，通过比较各个因子两水平的差异与整体的差异来确定因子的显著性。PB 设计的主要作用是筛选主要因素，为其他研究提供参考。

### 2.1 PB 设计矩阵

根据需要拟合的 6 个试验因素的取值范围，可以确定 PB 设计中的高低两个水平的取值，见表 1。PB 设计中高低两个水平用编码值 -1 和 +1 表示，表 1 也给出了编码值和实际值的转换公式。

表 1 细观参数及其标定范围

Table 1 Misoscopic parameters and calibration ranges

细观参数	实际取值			转换公式 ( $a$ 表示实际值, $c$ 表示编码值)
	-1	0	+1	
EC/GPa	18	35.5	53	$a=17.5c+35.5$
KK	0.6	2.1	3.6	$a=1.5c+2.1$
FR	0.25	0.5	0.75	$a=0.25c+0.5$
NS/MPa	60	135	210	$a=75c+135$
SS/MPa	60	135	210	$a=75c+135$
CV	0.24	0.32	0.4	$a=0.08c+0.32$

6 个试验因素，可选取  $N = 12$  的 PB 试验设计矩阵，如表 2 所示。表 2 中各个试验因素用编码值表示，编码值可以用表 1 中的转换公式转换为实际值。本文

选取单轴抗压强度  $\sigma_u$ 、弹性模量  $E$ 、泊松比  $\nu$  和巴西劈裂强度  $\sigma_t$  作为试验指标。为了得到这 4 个试验指标，需要对试样进行单轴压缩试验和巴西劈裂试验。

表 2 PB 设计矩阵

Table 2 PB design matrix

编号	EC	KK	FR	NS	SS	CV
1	1	-1	-1	-1	1	-1
2	-1	-1	-1	-1	-1	-1
3	1	1	-1	1	1	1
4	1	1	1	-1	-1	-1
5	-1	-1	-1	1	-1	1
6	1	1	-1	-1	-1	1
7	-1	1	1	-1	1	1
8	1	-1	1	1	-1	1
9	-1	1	1	1	-1	-1
10	-1	1	-1	1	1	-1
11	1	-1	1	1	1	-1
12	-1	-1	1	-1	1	1

### 2.2 岩样生成

将单轴压缩试验的岩石试样尺寸为 50 mm×50 mm×100 mm，而进行巴西劈裂试验的岩石试样尺寸设定为直径 50 mm，厚度为 15 mm。考虑到计算时间和效率的平衡性，选取颗粒单元平均半径的最小值为 2 mm，最大半径与最小半径之比为 1.66，即颗粒单元按照 2~3.32 mm 的粒径范围在指定的空间内按照均匀分布随机生成。Van Mier<sup>[21-22]</sup>和 Van Vliet<sup>[23]</sup>的研究表明能够体现材料统计平均性质的代表性体积单元的尺寸至少应该是颗粒尺寸的 7~8 倍。本文模型中该倍数为 50/6.64=7.53，符合要求。进行单轴压缩试验和进行巴西劈裂试验的岩石试样如图 2 所示。

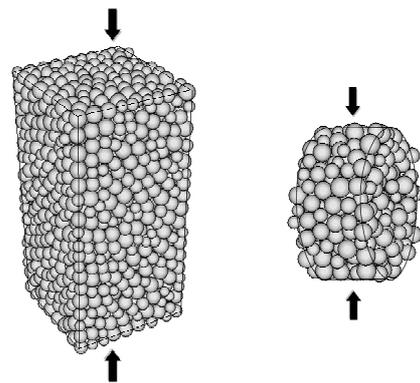


图 2 颗粒离散元模型

Fig. 2 PFC<sup>3D</sup> models

按照上述颗粒半径分布和指定的试样尺寸，生成 12 组单轴压缩试验试样和 12 组巴西劈裂试验试样。然后将表 2 中编码值按表 1 中公式转化为实际值后，依次对 12 组岩石试样的细观参数进行赋值。

## 2.3 数值试验结果

对岩石试样分别进行单轴压缩试验和巴西劈裂试验,记录加载过程中各个方向的应力值和应变值,进而可以得到试验的应力应变曲线。根据数值试验结果,可以计算出单轴抗压强度(UCS)、弹性模量 $E$ 、泊松比 $PR$ 和巴西劈裂强度 $BTS$ 的结果如表3所示。

表3 数值试验结果

Table 3 Numerical test results

编号	UCS /MPa	$E$ /GPa	PR	BTS /MPa
1	110.79	76.405	0.112493	9.6121
2	51.388	27.001	0.100956	4.6693
3	181.95	39.119	0.318418	20.544
4	71.081	44.21	0.274734	7.3226
5	50.015	26.717	0.101557	5.0673
6	51.583	37.973	0.320627	5.8434
7	73.38	15.603	0.284705	10.283
8	56.609	80.502	0.070571	6.5369
9	128.95	15.746	0.287698	16.519
10	233.04	13.911	0.319954	31.148
11	197.27	84.762	0.068951	19.744
12	111.64	30.211	0.112493	10.965

## 2.4 PB设计结果分析

PB设计中用统计量 $F$ 表示来自同一个总体的两个样本的方差之比,用 $P$ 值表示 $F$ 值大于 $F$ 临界值的概率<sup>[24]</sup>。一般认为当 $P$ 值大于5%,样本 $F$ 值大于临界值这一事件是非小概率事件,可以认为是正常抽样误差带来的,因此认为该因素是不显著的。在统计学上,把这一检验结果表述为:各处理总体平均数间距离差异不显著<sup>[25]</sup>。

表4 单轴抗压强度PB设计分析结果

Table 4 PB design results of UCS

影响因素	影响系数	$P$ 值	显著性
常数	109.81	0.00	—
A-EC	1.74	0.8293	不显著
B-KK	13.52	0.1377	不显著
C-FR	-3.32	0.6827	不显著
D-NS	31.50	0.0092	显著
E-SS	41.54	0.0029	显著
F-CV	-22.28	0.0334	不显著

限于篇幅,表4只列出单轴抗压强度 $\sigma_u$ 的PB设计分析结果。表4中,影响系数的绝对值表示影响的相对强度,绝对值越大表示该因素的影响越大。正值表示积极影响,负值表示消极影响。根据4个宏观参数的PB设计分析结果,可以得到宏观参数和细观参

数的线性关系:

$$\left. \begin{aligned} y_1 &= 109.81 + 1.74x_1 + 13.52x_2 - 3.32x_3 + \\ &\quad 31.50x_4 + 41.54x_5 - 22.28x_6, \\ y_2 &= 41.01 + 19.48x_1 - 13.25x_2 + 4.16x_3 + \\ &\quad 2.45x_4 + 2.32x_5 - 2.66x_6, \\ y_3 &= 0.20 - 0.003464x_1 + 0.10x_2 - 0.015x_3 - \\ &\quad 0.003238x_4 + 0.005073x_5 + 0.003632x_6, \\ y_4 &= 12.35 - 0.75x_1 + 2.92x_2 - 0.46x_3 + \\ &\quad 4.24x_4 + 4.69x_5 - 2.48x_6. \end{aligned} \right\} (1)$$

表4中 $P$ 值表示细观参数对宏观响应的影响是否显著,越小表示越显著。取 $\alpha = 1\%$ 作为临界值, $P$ 值低于1%则认为参数对宏观响应的影响是显著的。因此,对单轴抗压强度具有显著影响的细观参数是黏结法向强度 $\overline{\sigma_c}$ 和黏结切向强度 $\overline{\tau_c}$ 。对其余3个力学指标作类似分析,可知:对弹性模量具有显著影响的细观参数是细观弹性模量(包括颗粒接触模量 $E_c$ 和黏结模量 $\overline{E_c}$ )和法向与切向刚度比(包含颗粒接触的刚度比 $k_n/k_s$ 和平行黏结刚度比 $\overline{k_n}/\overline{k_s}$ ),对泊松比具有显著影响的细观参数是法向与切向刚度比(包含颗粒接触的刚度比和平行黏结刚度比),对巴西劈裂强度具有显著影响的细观参数有黏结法向强度 $\overline{\sigma_c}$ 和黏结切向强度 $\overline{\tau_c}$ 。

## 3 响应面法

### 3.1 中心复合设计矩阵及数值试验结果

PB设计并没有考虑参数之间的相互影响,得到宏观响应和细观参数之间的关系是线性的。而一旦确定了两个对影响最显著的参数,可以采用响应面法来考虑细观参数之间的相互影响,从而进一步得到宏观响应与显著影响参数之间的非线性关系。响应曲面法(response surface method,简称RSM)是数学方法和统计方法结合的产物,对于感兴趣的响应受多个变量影响的问题进行建模和分析,以优化这个响应。RSM的最终目标是确定系统的最优运行条件或确定因子空间中满足规范的区域。在大多数情况下,采用二阶模型来逼近响应是合适的<sup>[26]</sup>。为了拟合得到二阶模型,可以采用中心复合设计(CCD)来进行试验设计。

由PB设计分析结果可知,单轴抗压强度(UCS)和巴西劈裂强度(BTS)的显著影响细观参数都是黏结法向强度 $\overline{\sigma_c}$ 和黏结切向强度 $\overline{\tau_c}$ 。因此以 $\overline{\sigma_c}$ 、 $\overline{\tau_c}$ 为影响因子进行CCD设计,来分析其与UCS和BTS的非线性关系。CCD设计矩阵及数值计算结果如表5所示。按照设计矩阵结合表1中转换公式转换为实际值,依次赋予13个试样。除 $\overline{\sigma_c}$ 和 $\overline{\tau_c}$ 之外的其他参数则取为固定值, $E_c = \overline{E_c} = 30$  GPa,  $k_n/k_s = \overline{k_n}/\overline{k_s} = 1.0$ ,

$\bar{\lambda} = 1.0, \mu = 0.5, \bar{C}_v = 0$ 。分别对试样进行单轴压缩试验和巴西劈裂试验, 数值试验结果显示在表 5 中。

表 5 UCS 和 BTS 的 CCD 设计矩阵及数值试验结果

Table 5 CCD design matrix and test results of UCS and BTS

编号	NS/MPa	SS/MPa	UCS/MPa	BTS/MPa
1	0.00	0.00	142.60	18.51
2	1.00	-1.00	70.79	9.08
3	0.00	0.00	142.60	18.51
4	1.00	1.00	226.10	29.93
5	0.00	1.41	211.40	27.67
6	-1.00	1.00	116.10	13.83
7	0.00	0.00	142.60	18.51
8	0.00	0.00	142.60	18.51
9	0.00	-1.41	34.11	4.33
10	-1.00	-1.00	64.64	8.33
11	1.41	0.00	161.11	19.20
12	0.00	0.00	142.60	18.51
13	-1.41	0.00	53.95	7.15

表 6 UCS 和 BTS 的 CCD 设计分析结果

Fig. 6 CCD design results of UCS and BTS

影响因素	UCS		BTS	
	影响系数	P 值	影响系数	P 值
常数	142.6	0	18.51	0
A-NS	33.46214	<0.0001	4.235952	<0.0001
B-SS	57.18699	<0.0001	7.419822	<0.0001
AB	25.9625	0.0003	3.837	<0.0001
A <sup>2</sup>	-16.4688	0.0009	-2.49025	0.0003
B <sup>2</sup>	-8.85625	0.0210	-1.07925	0.0216

### 3.2 单轴压缩强度和巴西劈裂强度响应面分析

CCD 设计的结果分析是由 Design-Expert 软件完成。UCS 和 BTS 的 CCD 设计分析结果如表 6 所示。从表 6 中可以看出, 各项影响因素对 UCS 和 BTS 的影响都比较显著。根据表 6 中的影响系数, 可以得到响应面方程为

$$y_1' = 142.6 + 33.46x_4 + 57.19x_5 + 25.96x_4x_5 - 16.47x_4^2 - 8.86x_5^2, \quad (2)$$

$$y_4' = 18.51 + 4.24x_4 + 7.42x_5 + 3.84x_4x_5 - 2.49x_4^2 - 1.08x_5^2, \quad (3)$$

式中,  $y_1'$ ,  $y_4'$  分别表示单轴压缩强度和巴西劈裂强度。

UCS 和 BTS 的响应曲面如图 3 和图 4 所示。响应曲面分析法可以想象成“爬山”的过程<sup>[26]</sup>。图 3 和图 4 中, 法向黏结强度 (NS) 和切向黏结强度 (SS) 增大的方向, 响应曲面高度上升, 这是一个“上山”的过程, 即 NS 和 SS 都对单轴压缩强度和巴西劈裂强度存在积极影响。另外, 注意到 SS 方向的坡度显然要大于 NS 方向的坡度, 说明响应值对 SS 值的变化更为敏感, 这也在表 6 中的影响系数的大小上有所体现。

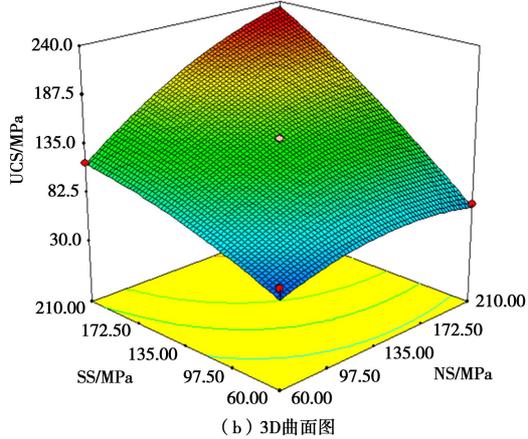
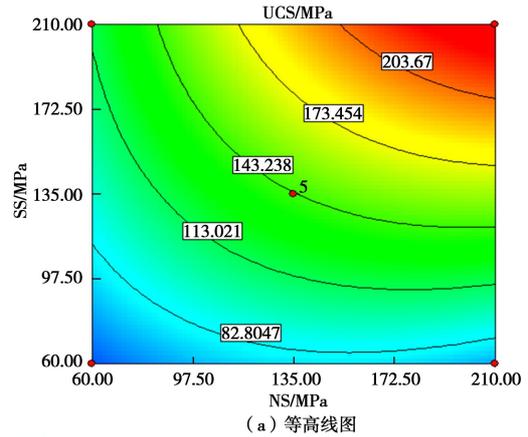


图 3 单轴压缩强度 (UCS) 的响应曲面

Fig. 3 Response surfaces of UCS

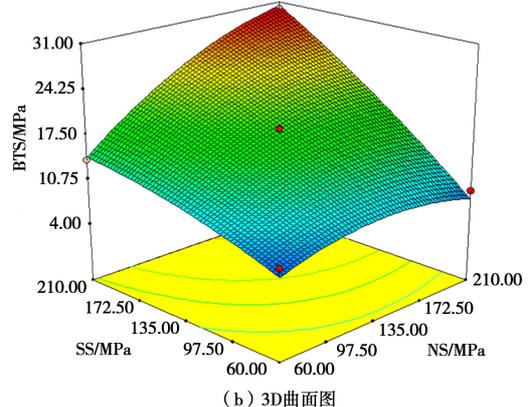
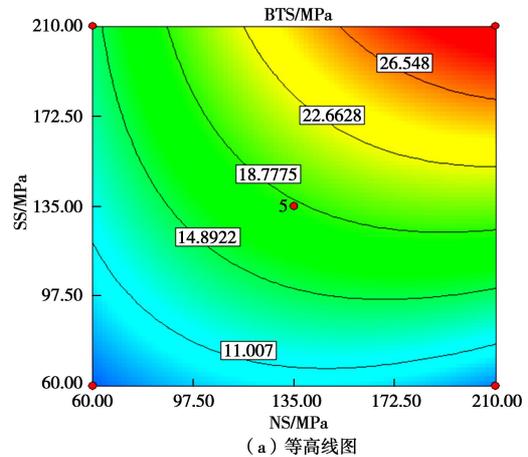


图 4 巴西劈裂强度 (BTS) 的响应曲面

Fig. 4 Response surfaces of BTS

3.3 宏观弹性模量响应面分析

类似地，对宏观弹性模量具有显著影响的因素有细观弹性模量和刚度比，CCD 设计矩阵如表 7 所示。按照设计矩阵结合表 1 中转换公式转换为实际值，依次赋予 13 个试样。其他参数则取为固定值， $\bar{\lambda} = 1.0$ ， $\mu = 0.5$ ， $\bar{\sigma}_c = 100 \text{ MPa}$ ， $\bar{\tau}_c = 100 \text{ MPa}$ ， $\bar{C}_V = 0$ 。对试样进行三轴压缩试验，结果如表 7 所示。

表 7 CCD 设计矩阵及数值试验结果

Fig. 7 CCD matrix and test results

编号	EC/GPa	KK	E/GPa
1	35.50	2.20	34.761
2	18.00	0.80	26.441
3	18.00	3.60	15.518
4	35.50	2.20	34.761
5	53.00	0.80	76.751
6	60.25	2.20	61.818
7	35.50	4.18	27.176
8	10.75	2.20	10.906
9	35.50	2.20	34.761
10	35.50	2.20	34.761
11	35.50	0.22	81.399
12	53.00	3.60	42.049
13	35.50	2.20	34.761

表 8 为宏观弹性模量的 CCD 分析结果。从表 8 中可以看出，细观弹性模量对宏观弹性模量的影响是积极的，而刚度比的响应是消极的。细观弹性模量的二次项的影响并不显著。根据表 8 中的影响系数，得到响应面方程为

$$y_2' = 34.8 + 18.6x_1 - 15.3x_2 - 5.9x_1x_2 - 0.5x_1^2 + 8.5x_2^2, \quad (4)$$

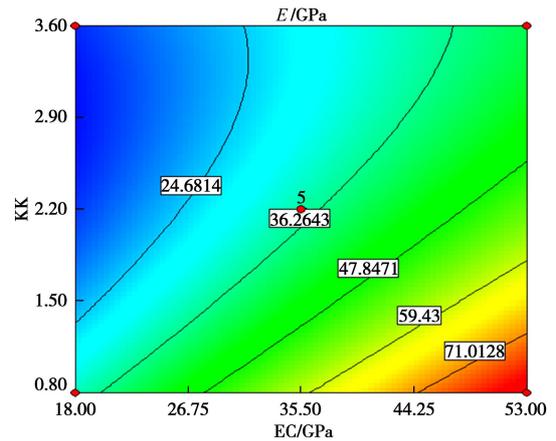
式中， $y_2'$  表示宏观弹性模量。

表 8 宏观弹性模量的 CCD 分析结果

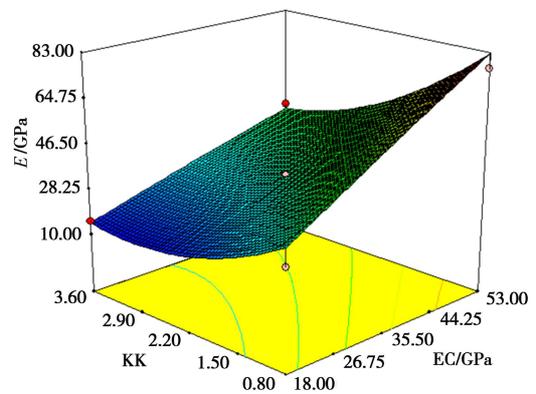
Table 8 CCD design results of macroscopic elastic modulus

影响因素	影响系数	p 值
常数	34.761	0
A-EC	18.60518	<0.0001
B-KK	-15.2885	<0.0001
AB	-5.94475	0.0496
A^2	-0.48325	0.8068
B^2	8.4795	0.0029

图 5 为宏观弹性模量 (EE) 的响应曲面图。从图 5 中可知，细观弹性模量 (EC) 增大方向是一个“上山”的过程，即 EC 对 EE 存在积极影响。当刚度比较小时，沿 EC 方向“上山”的坡度更加“陡峭”。说明 KK 越小，EC 的影响更加显著。而 KK 增大方向是一个“下山”的过程，即 KK 对 EE 存在消极的响应。当 EC 较大时，沿 KK 方向“下山”的方向更加陡峭。说明 EC 越大，KK 的影响越显著。



(a) 等高线图



(b) 3D 曲面图

图 5 宏观弹性模量 (E) 的响应曲面

Fig. 5 Response surfaces of macroscopic elastic modulus (E)

3.4 泊松比与刚度比关系的拟合

泊松比的显著影响因子只有刚度比，所以只需要改变刚度比得到的数值试验结果进行多项式拟合即可。将刚度比设为 0.6, 1.2, 1.8, 2.4, 3.0, 3.6，进行单轴压缩试验后计算得到泊松比分别为 0.0814, 0.1882, 0.2140, 0.2541, 0.2787, 0.2990。用二次曲线进行拟合得到

$$y_3' = 0.242 + 0.1x_2 - 0.0488x_2^2, \quad (5)$$

式中， $y_3'$  表示泊松比。

4 求解方法

4.1 目标函数

为了让数值试验的响应值尽可能地与物理试验结果相符合，并反映物理试验的力学响应规律，本文采用数学规划方法对该问题进行优化求解。物理试验测定的力学参数一般为单轴压缩强度、弹性模量和泊松比。所以，问题的求解目标为由显著的细观参数控制的试验指标和单轴压缩强度、弹性模量、泊松比的物理试验结果尽可能接近。数学规划的目标函数可写为

$$\left. \begin{aligned} |y_1' - y_1^*| &\rightarrow 0 \\ |y_2' - y_2^*| &\rightarrow 0 \\ |y_3' - y_3^*| &\rightarrow 0 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

4.2 求解上下限

为了求解方便并和前文一致,  $x_1 \sim x_6$  的均取编码值。由前文可知, 6 个试验因素  $x_1 \sim x_6$  的取值区间为  $[-1,1]$ 。

4.3 约束条件

数值模拟的力学响应由细观参数决定, 所以应该尽可能保证数值模拟的宏观响应力学参数和物理试验的结果相等。根据 PB 设计的分析结果, 有

$$\left. \begin{aligned} y_1 - y_1^* &= 0, \\ y_2 - y_2^* &= 0, \\ y_3 - y_3^* &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

式中,  $y_1^*, y_2^*, y_3^*$  分别为单轴压缩强度、弹性模量和泊松比的物理试验值。

根据文献[9]的建议, 岩石单轴抗压强度与巴西劈裂强度(抗拉强度)之比可以设定为 3~10 之间。因此, 可以增加约束条件

$$\left. \begin{aligned} 3y_4 - y_1 &\leq 0, \\ y_1 - 10y_4 &\leq 0, \\ 3y_4' - y_1' &\leq 0, \\ y_1' - 10y_4' &\leq 0. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

颗粒离散元黏结的切向强度与法向强度之比与材料的破坏形式密切相关<sup>[14]</sup>。比值越大, 细观层面表现为拉破坏为主导, 材料宏观上表现为脆性更加明显。该比值越小时, 细观层面表现为剪切破坏为主, 材料宏观上表现为岩性现象更加明显。结合文献[27~29]对岩石破坏模式的研究, 将该比值的范围限定在 1~3 之间。

$$\left. \begin{aligned} (75x_4 + 135) - (75x_5 + 135) &\leq 0, \\ -3(75x_4 + 135) + (75x_5 + 135) &\leq 0. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

4.4 问题求解

根据上述分析可知, 该规划问题有 3 个目标函数, 9 个约束条件, 同时式中带有二次项。这是一个多目标的非线性约束规划问题, 可以采用 Matlab 中的 FGOALATTAIN 函数进行求解。将初始值设置为  $x_0 = [0,0,0,0,0,0]^T$ , 即要求解 6 个变量。所有变量的上下限均为  $[-1,1]$ 。为了实现 3 个目标函数取最小值, 可以将目标矩阵设为  $[0,0,0]^T$ 。同时设定目标函数的权重。将物理试验结果  $y_1^*, y_2^*, y_3^*$  代入目标函数, 同时依次将约束条件输入即可求解。

5 计算结果

取典型硬岩的物理试验结果来进行细观参数的标

定。根据花岗岩<sup>[30]</sup>和大理岩<sup>[31]</sup>的单轴压缩试验结果, 有:  $y_1^* = 161, y_2^* = 61, y_3^* = 0.15$  (花岗岩);  $y_1^* = 113.89, y_2^* = 49.79$  (大理岩)。根据前文所述求解方法, 可以求解得到花岗岩和大理岩的细观参数。

花岗岩:

$$x = [0.83 \quad -0.24 \quad -1 \quad -0.57 \quad 0.53 \quad 0.07], \quad (10)$$

大理岩:

$$x = [0.60 \quad -0.63 \quad -1 \quad -0.57 \quad 0.70 \quad -0.37]. \quad (11)$$

式(10)和式(11)表示的是细观参数的编码值, 可由表 1 中公式转为为实际值, 得到花岗岩和大理岩细观参数如表 9 所示。

表 9 颗粒离散元模型细观参数  
Table 9 Misoscopic parameters of PFC<sup>3D</sup> model

细观参数	花岗岩	大理岩
颗粒间接触模量 $E_c$ /GPa	46.06	49.94
颗粒法向刚度与切向刚度比 $k_n/k_s$	1.15	1.74
颗粒摩擦系数 $\mu$	0.25	0.25
黏结模量 $\bar{E}_c$ /GPa	46.06	49.94
黏结法向刚度与切向刚度比 $\bar{k}_n/\bar{k}_s$	1.15	1.74
黏结法向强度 $\bar{\sigma}_c$ /MPa	178.11	92.21
黏结切向强度 $\bar{\tau}_c$ /MPa	187.52	175.07
黏结法向强度标准差 /MPa	51.77	30.04
黏结切向强度标准差 /MPa	54.50	57.03

将表 9 中细观参数输入到 PFC<sup>3D</sup> 中, 得到花岗岩和大理岩在单轴压缩条件下应力应变曲线, 如图 6 和图 7 所示。通过对比发现, 本文数值模拟结果和物理试验曲线符合得很好。尤其图 7 中只拟合单轴压缩强度和弹性模量两个力学指标时, 相对误差在 1% 以内。

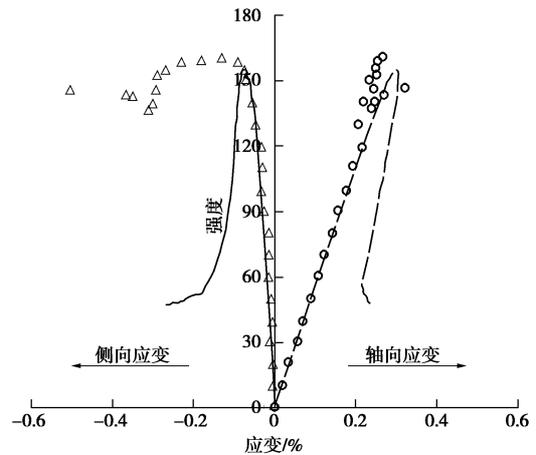


图 6 花岗岩单轴压缩数值试验和物理试验结果对比(实线: 数值试验结果; 散点: 物理试验结果)

Fig. 6 Comparison between numerical and test results of granite uniaxial compression (solid line: numerical results; scatter: test results)

### 6 讨 论

图 8 给出了不同围压条件下，大理岩三轴压缩数值试验和物理试验强度包络线的对比。由图 7 和图 8 可知，围压较小时，数值模型预测的单轴压缩强度和物理试验结果较为接近，而随着围压的增大，误差逐渐增大。这可能是因为黏结破坏后球形颗粒之间的咬合作用会比楔形块体更弱，从而高围压时颗粒离散元试样的抗剪强度会比实际材料更低。文献[16]也指出颗粒离散元法在强度包络线的拟合上存在一定困难。

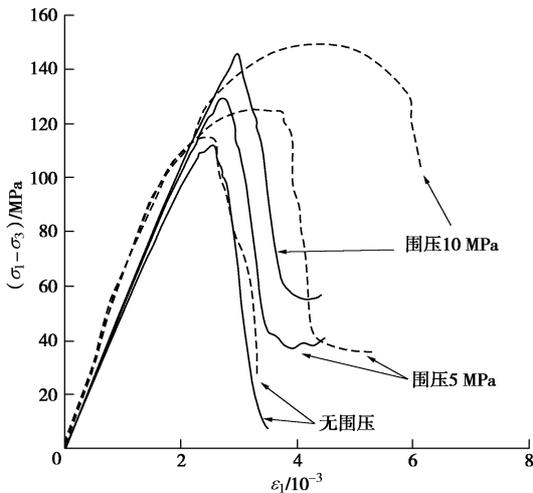


图 7 大理岩三轴压缩数值试验和物理试验结果对比 (实线: 数值试验结果; 虚线: 物理试验结果)

Fig. 7 Comparison between numerical and test results of marble triaxial compression (solid line: numerical results; dotted line: test results)

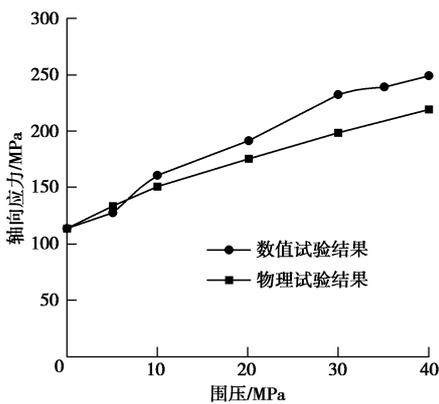


图 8 大理岩强度包络线对比

Fig. 8 Comparison of marble strength envelopes

需要注意的是，颗粒的尺寸对模拟结果是有影响的。图 9 给出了不同颗粒尺寸时，花岗岩应力应变曲线。由图 9 可知，当颗粒尺寸增大时，单轴抗压强度降低。颗粒尺寸每增大或降低 0.5 mm，对单轴抗压强度和泊松比的影响幅度约为 5%，而对弹性模量的影

响小一些，约为 3%。

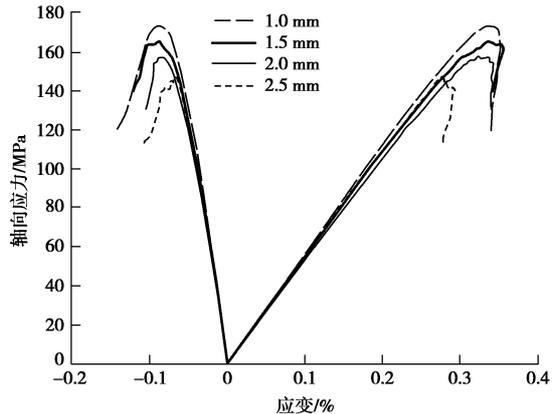


图 9 颗粒尺寸对应力应变曲线影响

Fig. 9 Effects of particle sizes on stress-strain curves

### 7 结 论

利用试验设计法针对硬质岩体数值模拟研究中的细观参数标定问题进行了探讨，得到主要结论如下：

(1) 通过 PB 设计分析了岩石宏观力学指标与细观参数之间线性关系以及细观参数的敏感性。岩石单轴压缩强度和巴西劈裂强度主要受黏结的切向和法向强度的影响，黏结强度越大，岩石宏观抗压强度越大；岩石弹性模量主要受细观弹性模量和刚度比的影响，其中细观弹性模量对宏观弹性模量产生积极的影响，而刚度比则产生消极影响；岩石泊松比主要受刚度比的影响，刚度比越大，岩石泊松比越大。

(2) 通过 CCD 设计对显著影响的细观参数进行了响应面分析，考虑了细观参数之间的相互影响，进一步建立了岩石宏观力学指标与细观参数之间非线性关系。

(3) 利用数学规划方法对问题进行了求解。通过增加约束条件，使得数值试验结果不仅岩石宏观力学指标和物理试验一致，还可以反映岩石压拉强度比、破坏模式等宏观力学现象。

(4) 由于采用球形颗粒，颗粒离散元模型对强度包络线的拟合效果较弱。

#### 参考文献：

[1] 徐小敏, 凌道盛, 陈云敏, 等. 基于线性接触模型的颗粒材料细-宏观弹性常数相关关系研究[J]. 岩土工程学报, 2010, 32(7): 991 - 998. (XU Xiao-min, LING Dao-sheng, CHEN Yun-min, et al. Correlation of microscopic and macroscopic elastic constants of granular materials based on linear contact model[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2010, 32(7): 991 - 998. (in Chinese))

[2] 尹小涛, 李春光, 王水林, 等. 岩土材料细观、宏观强度参

- 数的关系研究[J]. 固体力学学报, 2011, **32**(增刊 1): 343 - 351. (YIN Xiao-tao, LI Chun-guang, WANG Shui-lin, et al. Study on relationship between micro-parameters and macro-parameters of rock and soil material[J]. Chinese Journal of Solid Mechanics, 2011, **32**(S1): 343 - 351. (in Chinese))
- [3] 刘新荣, 傅 晏, 郑颖人, 等. 颗粒流细观强度参数与岩石断裂韧度之间的关系[J]. 岩石力学与工程学报, 2011, **30**(10): 2084 - 2089. (LIU Xin-rong, FU Yan, ZHENG Ying-ren, et al. Relation between meso-parameters of particle flow code and fracture toughness of rock[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2011, **30**(10): 2084 - 2089. (in Chinese))
- [4] 周 博, 汪华斌, 赵文锋, 等. 黏性材料细观与宏观力学参数相关性研究[J]. 岩土力学, 2012, **33**(10): 3171 - 3175+3177 - 3178. (ZHOU Bo, WANG Hua-bin, ZHAO Wen-feng, et al. Analysis of relationship between particle mesoscopic and macroscopic mechanical parameters of cohesive materials[J]. Rock Soil Mechanics, 2012, **33**(10): 3171 - 3178. (in Chinese))
- [5] 赵国彦, 戴 兵, 马 驰. 平行黏结模型中细观参数对宏观特性影响研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2012, **31**(7): 1491 - 1498. (ZHAO Guo-yan, DAI Bing, MA Chi. Study of effects of microparameters on macroproperties for parallel bonded model[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2012, **31**(7): 1491 - 1498. (in Chinese))
- [6] 丛 宇, 王在泉, 郑颖人, 等. 基于颗粒流原理的岩石类材料细观参数的试验研究[J]. 岩土工程学报, 2015, **37**(6): 1031 - 1040. (CONG Yu, WANG Zai-quan, ZHENG Ying-ren, et al. Experimental study on microscopic parameters of brittle materials based on particle flow theory[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2015, **37**(6): 1031 - 1040. (in Chinese))
- [7] POTYONDY D O, CUNDALL P A. A bonded-particle model for rock[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2004, **41**(8): 1329 - 1364.
- [8] YOON J, STEPHANSSON O, DRESEN G. Application of design of experiments to process improvement of PFC model calibration in uniaxial compression simulation[C]// Proceedings of the 4th Asian Rock Mechanics Symposium (ARMS-4). Singapore, 2004.
- [9] YOON J. Application of experimental design and optimization to PFC model calibration in uniaxial compression simulation[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2007, **44**(6): 871 - 889.
- [10] COETZEE C J, ELS D N J. Calibration of discrete element parameters and the modelling of silo discharge and bucket filling[J]. Computers and Electronics in Agriculture, 2009, **65**(2): 198 - 212.
- [11] WANG Y, TONON F. Calibration of a discrete element model for intact rock up to its peak strength[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2010, **34**(5): 447 - 469.
- [12] 王永菲, 王成国. 响应面法的理论与应用[J]. 中央民族大学学报: 自然科学版, 2005, **14**(3): 236 - 240. (WANG Yong-fei, WANG Cheng-guo. The application of response surface methodology[J]. Journal of The Central University For Nationalities (Natural Science Edition), 2005, **14**(3): 236 - 240. (in Chinese))
- [13] CHEN X, MIEDEMA S A, RHEE C V. Application of parallel bond method in rock compression simulation[C]// Proceedings of the 5th International Dredging Technology Development Conference of China. Tianjin, 2017.
- [14] PFC3D U M. Itasca consulting group[M]. Minneapolis: Inc, 2005.
- [15] 尤明庆. 岩石试样的强度及变形破坏过程[M]. 北京: 地质出版社, 2000. (YOU Ming-qing. The strength and deformation process of rock specimen[M]. Beijing: Geological Publishing House, 2000. (in Chinese))
- [16] POTYONDY D O, CUNDALL P A. A bonded-particle model for rock[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2004, **41**(8): 1329 - 1364.
- [17] EBERHARDT E, STEAD D, STIMPSON B. Quantifying progressive pre-peak brittle fracture damage in rock during uniaxial compression[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 1999, **36**(3): 361 - 380.
- [18] EBERHARDT E. Brittle rock fracture and progressive damage in uniaxial compression[D]. Saskatoon: University of Saskatchewan, 1998.
- [19] YOON K. Deformation and fracturing of rock by acoustic emission measurement and bonded-particle model analysis[D]. Seoul: School of Civil, Urban and Geosystem Engineering, Seoul National University, 2002.
- [20] PLACKETT R L, BURMAN J P. The design of optimum multifactorial experiments[J]. Biometrika, 1946, **33**(4): 305 - 325.
- [21] VAN MIER J G. Microstructural effects on fracture scaling in concrete, rock and ice[C]// IUTAM Symposium on Scaling Laws in Ice Mechanics and Ice Dynamics. Springer, 2001.

- [22] VAN MIER J G. Fracture processes of concrete[M]. Florida: CRC Press, 1996.
- [23] VAN VLIET M R A. Size effect in tensile fracture of concrete and rock[M]. Delft: Delft University of Technology, 2000.
- [24] 刘振学, 黄仁和, 田爱民. 实验设计与数据处理[M]. 北京: 化学工业出版社, 2005. (LIU Zhen-xue, HUANG Ren-he, TIAN Ai-min. Experimental design and data processing[M]. Beijing: Chemical Industry Press, 2005. (in Chinese))
- [25] 徐向宏, 何明珠. 试验设计与 Design-Expert, SPSS 应用[M]. 北京: 科学出版社, 2010. (XU Xiang-hong, HE Ming-zhu. Experimental design and design-expert, SPSS application[M]. Beijing: Science Press, 2010. (in Chinese))
- [26] 傅珏生, 张健, 王振羽, 等. 实验设计与分析[M]. 北京: 人民邮电出版社, 2009. (FU Yu-sheng, ZHANG Jian, WANG Zhen-yu, et al. Experimental design and analysis[M]. Beijing: People's Posts and Telecommunications Press, 2009. (in Chinese))
- [27] AL-SHAYEA N, KHAN K, ABDULJAUWAD S. Effects of confining pressure and temperature on mixed-mode (I-II) fracture toughness of a limestone rock[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2000, **37**(4): 629 - 643.
- [28] RAO Q, SUN Z, STEPHANSSON O, et al. Shear fracture (Mode II) of brittle rock[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2003, **40**(3): 355 - 375.
- [29] BACKERS T. Fracture toughness determination and micromechanics of rock under mode I and mode II loading[D]. Potsdam: Universität Potsdam, 2005.
- [30] 陈亮, 刘建锋, 王春萍, 等. 北山深部花岗岩弹塑性损伤模型研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2013, **32**(2): 289 - 298. (CHEN Liang, LIU Jian-feng, WANG Chun-ping. Elastoplastic damage model of Beishan deep granite[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2013, **32**(2): 289 - 298. (in Chinese))
- [31] 杨圣奇, 苏承东, 徐卫亚. 大理岩常规三轴压缩下强度和变形特性的试验研究[J]. 岩土力学, 2005, **26**(3): 475 - 478. (YANG Sheng-qi, SU Cheng-dong, XU Wei-ya. Experimental investigation on strength and deformation properties of marble under conventional triaxial compression[J]. Rock Soil Mechanics, 2005, **26**(3): 475 - 478. (in Chinese))

## 黄文熙讲座学术报告会 暨《岩土工程学报》创刊四十周年活动通知

第 22 讲黄文熙讲座学术报告会(2019 年)暨《岩土工程学报》创刊四十周年活动将于 2019 年 4 月 21 日在南京水利科学研究院举办。第 22 讲黄文熙讲座主讲人为河海大学高玉峰教授和天津大学/同济大学蒋明镜教授。讲座题目分别为“河谷场地地震波传播解析模型及放大效应”和“现代土力学研究的新视野——宏微观土力学”。讲座文稿已刊登在《岩土工程学报》2019 年第 1 期和第 2 期黄文熙讲座栏目。2019 年正值学报创刊四十周年, 讲座期间将召开《岩土工程学报》编委会会议, 并邀请有关学者专家做学术报告。热烈邀请学报编委参加编委会会议及相关活动, 热忱欢迎全国岩土工程界的专家学者及各有关单位的代表参加黄文熙讲座学术报告会等学术活动。

第 22 讲黄文熙讲座学术报告会将于 2019 年 4 月 21 日上午在南京市广州路 225 号南京水利科学研究院水文水资源大楼

12 楼综合会议厅举行, 会前会议现场报到注册, 具体议程请关注南京水利科学研究院网站(www.nhri.cn)和岩土工程学报网站(www.cgejournal.com)发布的会议消息。

《岩土工程学报》编委会议于 2019 年 4 月 20 日下午 14:00~19:30 在南京市广州路 223 号南京瑞迪大酒店报到, 编委会议于 4 月 20 日晚 20:00 在瑞迪大酒店 3 楼会议室召开。

请有意参会者填写会议回执, 并于 2019 年 4 月 9 日前通过电子邮件或传真发送至会务组。根据惯例, 会务组为《岩土工程学报》编委预定住宿。其他参会人员请提前自行预定住宿, 南京水利科学研究院附近有瑞迪大酒店、金盾饭店、隽恒酒店、南京古南都饭店等宾馆。联系人: 关云飞: 13770938628, yfguan@nhri.cn; 钱亚俊: 13813954155, yjqian@nhri.cn; 明经平: 13705182312, jpming@nhri.cn。会务联系邮箱: yjqian@nhri.cn。

《岩土工程学报》编辑部