### DOI: 10.11779/CJGE201901001

# 河谷场地地震波传播解析模型及放大效应

高玉峰

(河海大学岩土工程科学研究所, 江苏 南京 210024)

摘 要:从形态上看,自然界存在平坦、凸起和凹陷3种常见的地形及场地条件,而河谷场地是一种常见的凹陷地形,且在河谷场地修建了大量工程(如土石坝、桥梁等)。实际震害调查表明地形及场地条件对地震灾害影响很大。针对河谷场地地震波传播解析模型及放大效应,全面总结了笔者及其课题组长期以来的研究成果。主要包括以下4个方面:①提出了近源地形与场地效应的概念,用线源柱面SH波模拟入射地震波,平面波是其远场入射的特例,构造了线源柱面SH波自由场,定义了近源激励下的放大因子,实现了入射波波前弯曲及其地形放大效应,为其它地形和场地引起的近源放大效应研究开启了新的可能。②构建了非对称V形河谷地震波传播解析模型,包括亥姆霍兹运动方程、河谷表面自由边界条件及虚拟辅助边界应力与位移连续条件,提出了区域分解与区域匹配分两步走的策略,首先将整个区域分解成3个符合极坐标系的子区



域,在子区域中对运动方程进行求解获得相应的波场(含有未知系数),然后将各个子区域的波场在边界进行匹配, 利用边界条件求解未知系数,从而获得整个区域的波场解答以及柱面 SH 波的二维散射规律,揭示了非对称 V 形河谷 的差异放大效应,这将对建在非对称 V 形河谷上的长大跨度工程有着不可忽视的影响。③U 形河谷在地球表面是普遍 存在的,由于缺少实际地震记录和理论研究,U形河谷的地形放大效应仍然未知。构建了U形河谷解析模型,本质上 也就是亥姆霍兹方程的边值问题,并得到了这个问题的波函数级数解,发现了U形河谷谷底对地震波的异常放大现象, 改变了学术界以往认为凹陷地形底部地震动一定会衰减的不全面认识,并被用来解释中世纪暖期美国亚利桑那州的大 量山体落石与滑坡现象。④河谷常有沉积物(覆盖层),覆盖层将进一步加剧地震放大效应。构建了线源柱面 SH 波半 圆形沉积谷解析模型,并给出了其解析级数解,发现覆盖层对地震波有明显的放大效应,且覆盖层阻尼比较小时剧烈 放大,这将加剧工程结构的破坏。最后,考虑河谷场地地震放大效应进行河谷两侧边坡地震稳定性分析,及土石坝地 震反应分析与坝坡地震稳定性分析,认为河谷场地地震放大效应对边坡工程与土石坝工程抗震分析有着重要的影响。 关键词:河谷场地;地震波;波函数级数解;放大效应;边坡地震稳定性;土石坝地震反应;坝坡地震稳定性 中图分类号: TU435 文章编号: 1000 - 4548(2019)01 - 0001 - 25 文献标识码: A 作者简介: 高玉峰(1966 - ), 男, 河海大学教授, 教育部长江学者特聘教授, 主要从事土动力学与岩土地震研究工 作。E-mail: yfgao66@163.com。

# Analytical models and amplification effects of seismic wave propagation in canyon sites

#### GAO Yu-feng

(Geotechnical Research Institute, Hohai University, Nanjing 210024, China)

**Abstract**: Morphologically, there are three types of topographic and site conditions in nature: flat, convex and concave sites. The canyon (or valley) is a common concave site, and a large number of structures such as earth-rock dams and bridges have been built in such a site. Investigation of actual earthquake damage shows that the topographic and site conditions have great influences on earthquake disasters. Aiming at the analytical models and amplification effects of seismic wave propagation in canyon sites, the long-term research achievements of the author and his research group are summarized comprehensively. They include four aspects: (1) The concept of near-source topographic and site effects is proposed by simulating the incident seismic

waves with a line source of cylindrical SH waves. The plane wave is a special case of its far field incidence. The free wave field under the line source of cylindrical SH waves is constructed to realize the curvature of the incident wave

基金项目:国家自然科学基金重点项目(41630638);国家重点基础研 究发展计划("973"计划)项目(2015CB057901) 收稿日期:2018-12-06 front. The amplification factor is defined to describe the topographic effects under near-source excitation, which opens new possibilities for studying the near-source amplification effects of other topographies and sites. (2) An analytical model for seismic wave propagation in non-symmetrical V-shaped canyon is constructed, including the Helmholtz equation, traction-free boundary conditions on canyon surface, and continuity conditions of traction and displacement on the auxiliary boundary. A two-step strategy for region decomposition and region matching is proposed. Firstly, the whole region is decomposed into three sub-regions in accordance with the corresponding polar coordinate systems. The corresponding wave fields (including unknown coefficients) are obtained by solving the equation of motion in the sub-regions. Then, the wave fields of each sub-region are matched at the boundary, and the unknown coefficients are solved by using the boundary conditions. The wave-field solutions of the whole region and the two-dimensional scattering patterns of cylindrical SH waves are obtained. The differential amplification effects of the non-symmetrical V-shaped canyon are revealed, which will have an unignorable influence on the large-span projects built in it. (3) U-shaped canyons are ubiquitous on the earth's surface. Due to the lack of actual seismic records and theoretical researches, the topographic amplification effects of the U-shaped canyons are still unknown. The analytical model for a U-shaped canyon is constructed, which is essentially the boundary value problem of Helmholtz equation. The wave function series solution to the problem is obtained. The anomalous amplification of seismic waves at the bottom of U-shaped canyon has been found. It has changed the incomplete understanding that the ground motion at the bottom of a concave topography is bound to attenuate, and has been used to explain the large number of rockfalls and landslides in Arizona during the warm period of the Middle Ages. (4) Sediments (overburden layers) often occur in canyons, which may further aggravate the amplification effects of earthquakes. An analytical model for a partially filled semi-circular alluvial valley under a line source of cylindrical SH waves is constructed, and its analytical series solution is given. It is found that the overburden layers have obvious amplification effects on the seismic waves, especially for those with a small damping ratio, which will aggravate the damage of engineering structures. Finally, the seismic stability analysis of the canyon or valley slopes, the seismic response analysis of earth and rockfill dams as well as the seismic stability analysis of the dam slopes are carried out considering the seismic amplification effects of the canyon or valley sites. It is believed that the seismic amplification effects of canyons or valleys have important influences on the seismic analysis of slope and dam engineering.

Key words: canyon site; seismic wave; wavefunction series solution; amplification effect; seismic stability of slope; seismic response of earth and rockfill dam; seismic stability of dam slope

# 0 引 言

地震灾害造成大量的人员伤亡、经济损失和工程 破坏,实际震害调查表明地形及场地条件对地震灾害 影响很大。从形态上看,自然界存在平坦、凸起和凹 陷3种常见的地形及场地条件,而河谷场地是一种常 见的凹陷地形,且在河谷场地修建了大量工程(如土 石坝、桥梁等),因此迫切需要开展河谷场地地震波传 播模型与散射规律研究。

1971年在美国 Pacoima 坝肩首次观测到地形放大效应<sup>[1]</sup>,从而促进了河谷场地地震放大效应的研究。 为了揭示河谷地形效应的机理,人们开展了关于河谷 地形对地震波散射和衍射的解析研究和数值模拟。解 析研究方法主要指的是波函数展开法。数值方法分为 3 种类型:域方法、边界方法和联合方法。

域方法包括有限差分法<sup>[2-3]</sup>、有限元法<sup>[4-5]</sup>和谱单 元法<sup>[6-7]</sup>。域方法的优势在于对介质材料的精细模拟, 但需要用人工边界把半空间问题限制在一个有限的区 域内解决,因此不能严格满足无穷远处 Sommerfeld

# 辐射条件从而造成误差。

边界方法[8-11]可以轻松满足辐射条件并降低研究 维度,因此更多专家采用这类方法研究地形效应。 Bouchon<sup>[12]</sup>应用 Aki-Larner 方法(离散波数法)系统 研究了凸起和凹陷地形对地震波的放大效应。Geli 等<sup>[13]</sup> 用同样的方法研究了山体在竖直入射 SH 波作用下的 放大效应并考虑了复杂的地质条件。尽管离散波数法 是弹性动力学中最为成功的方法之一,但这种方法收 敛非常慢<sup>[14]</sup>。Wong 等<sup>[15]</sup>推导了边界积分方程方法来 研究 Pacoima 河谷的两个理想断面对任意角度入射 SH 波的放大效应。Sills<sup>[16]</sup>提出了奇异 Fredholm 积分 方程方法研究二维任意形状地形对 SH 波的散射。一 些直接时域边界单元方法也用来研究局部地形对地震 波的散射问题<sup>[17-20]</sup>。Sanchez-Sesma 等<sup>[21]</sup>提出了适用 于二维任意形状河谷地形的非直接边界积分方程方 法。Luzon 等<sup>[22]</sup>提出适用于三维地形的简化非直接边 界积分方程法。上述这些直接或非直接边界积分方程 法(边界元法)都要计算格林函数,这比较耗费时间,

尤其是对于半平面问题。Chen 等<sup>[23-24]</sup>利用无场边界积 分方程方法分别得到了多个半圆河谷和一个半圆山体 的散射问题的半解析解。除了离散波数方法和边界积 分方程法(边界元法),还出现了其他的一些边界方法。 England 等<sup>[25]</sup>使用汉克尔函数的多极展开来解决 SH 波的散射问题,避免了奇异积分方程的引入。Sanchez-Sesma 等<sup>[26]</sup>基于均质方程解提出了一种适用于弹性波 散射的边界方法,因为许多散射问题的解是这种方法 的特例<sup>[27-28]</sup>,因此称之为广义边界法。广义边界法通 常利用点离散和最小二乘法解决边界上的数值积分问 题,作为替代,Lee 等<sup>[29]</sup>利用加权残量法在初始边界 上积分来研究任意形状的二维河谷的散射。此外,复 变函数法也可以用来研究散射问题<sup>[30-31]</sup>。

为了充分利用上述各种方法的优点,人们还发展 了许多联合方法。例如有限元与无限元联合方法<sup>[32]</sup>、 有限元与波函数展开法联合方法<sup>[33]</sup>、离散波数–非直 接边界积分方程法<sup>[34-37]</sup>、离散波数–直接边界积分方 程法<sup>[38-39]</sup>。后两者统称为离散波数边界积分方程法, 因为这种方法使用格林函数的离散波数表示,从而避 免了奇异性。最近,Yao等<sup>[40]</sup>结合波函数与Lamb解 答提出了一种新的求解河谷地形对平面P波、SV波 和 Rayleigh 波散射的级数解。

随着计算机水平的迅速提高,上述许多数值模拟 方法都可以计算任意形状河谷的地震波传播与散射问 题,然而,对区域内介质进行离散化和人工边界的使 用会给域方法带来误差,边界方法需要在边界上离散 化或需要沿着边界进行数值积分。因此,数值方法的 误差需要一个基准来衡量。

波函数展开法不仅可以揭示波散射问题的物理本 质,还可以检验各种数值方法的精度。实际上,经典 的半圆形河谷<sup>[41]</sup>和半椭圆形河谷<sup>[42]</sup>的波函数级数解 常常用来验证各种数值方法。此后,半平面中各种凹 陷地形的 SH 波散射的波函数级数解陆续出现。Lee 研究了半球形谷在 SH 波入射下的三维散射和衍射问 题<sup>[43]</sup>,并利用 Weber 函数解决了二维半抛物线形状河 谷对 SH 波的散射问题<sup>[44]</sup>。这些解属于精确解析解。 对于浅的圆拱形断面河谷, Cao 等<sup>[45]</sup>基于大圆弧假定 和 Graf 加法公式提出了一个近似解析解。Yuan 等<sup>[46]</sup> 去除了大圆弧假定,提出了同样河谷问题的级数解。 刘殿魁等<sup>[47]</sup>研究了各向异性介质中 SH 波与多个半圆 形凹陷地形的相互作用。房营光<sup>[48]</sup>提出了二维地表相 邻多个半圆形沟谷对 SH 波的散射解析解。Liu 等<sup>[49]</sup> 结合了复变函数与波函数展开,提出了含裂缝的半圆 形河谷对平面 SH 波散射的解析解。刘中宪等<sup>[50]</sup>给出 了楔形空间中圆弧形凹陷对平面 SH 波的散射解析

解。

以上解析研究针对均质河谷的几何放大效应,而 河谷常有沉积物(覆盖层),波函数级数解在解释沉积 河谷或盆地放大效应的机理方面同样具有独特的价 值。Trifunac<sup>[51]</sup>提出了经典的半圆形沉积河谷模型, 指出沉积谷场地放大是由于散射波和直接波的叠加干 涉造成的。此后, Wong 等<sup>[52]</sup>在椭圆坐标系内进行分 离变量,成功推导了半椭圆形沉积谷对平面 SH 波散 射的波函数级数解。Todorovska 等<sup>[53]</sup>提出了浅圆弧形 的沉积谷对平面 SH 波散射的近似解析级数解。Yuan 等<sup>[54]</sup>改进了 Todorovska 等的级数解。梁建文等<sup>[55-56]</sup> 推导了圆弧形沉积谷对入射平面 P 波和 SV 波的散射 解析解。李伟华等<sup>[57-58]</sup>基于 Biot 多孔介质理论给出了 圆弧形凹陷饱和土场地对平面 P 波和 SV 波的散射解 析解。杨彩红等<sup>[59]</sup>提出了多层沉积凹陷地形对平面 SH 波散射问题的解析解。Tsaur 等<sup>[60]</sup>利用波函数展开 法提出了部分填充的半圆形沉积谷对平面 SH 波散射 的严格波函数级数解。另外,关于三维沉积谷,董俊 等<sup>[61]</sup>提出了三维半球形凹陷饱和土场地对平面P波散 射问题的解析解。韩铮等<sup>[62]</sup>给出了半球形沉积谷场地 对入射平面 Rayleigh 波的三维散射解析解。

上述解析研究只解决了圆形和椭圆形的简单地形问题,对于更接近实际地形的V形谷问题,直到最近 才由 Tsaur 教授带领的研究小组取得突破。他们首先 利用区域匹配方法解决较浅的对称V形谷的 SH 波散 射问题<sup>[63]</sup>,之后又解决了较深的对称V形谷问题<sup>[64]</sup>。

值得说明的是,只有少数级数解<sup>[41-44]</sup>的系数有解 析表达式,而其它级数解的系数需要通过截断无穷项 级数后求解有限方程组才能得到。然而,SH 波散射问 题的波函数级数解通常被研究者们认为是解析解<sup>[65]</sup>。

从形态上看,非对称 V 形谷与 U 形谷是两种常见 的河谷,一般河流的上游河谷多属于下切很深的非对 称 V 形谷,河流中下游河谷逐渐演变成底部平缓的 U 形谷,这两种河谷场地对地震有特殊的放大效应;此 外,河谷常有沉积物(覆盖层),覆盖层进一步加剧地 震放大效应。下面针对这些河谷场地开展地震波传播 解析模型与散射规律的研究。

# 1 河谷场地近源地形效应

通过对河谷场地地震效应解析研究的文献回顾, 可以发现己有研究多采用平面波假设,亦即没有考虑 入射波波前弯曲的影响。为此,以线源柱面 SH 波作 为入射波,构造线源柱面 SH 波在半空间中的自由场, 定义近源激励下的地震放大因子<sup>[66-67]</sup>,以典型的对称 V 形河谷模型<sup>[68]</sup>为例,研究柱面 SH 波的传播特性与 散射规律,旨在揭示入射波波前曲率对河谷地形效应的影响<sup>[69-70]</sup>。

### 1.1 柱面 SH 波作用下的对称 V 形河谷场地模型

考虑对称 V 形河谷二维模型如图 1 所示,河谷半 宽为 b,深度为 d。模型介质假设为弹性、各向同性、 均质的,即剪切模量 G 和剪切波速 V<sub>s</sub>是常数。



图 1 受线源柱面波激励的对称 V 形河谷模型(引自 Gao 等<sup>[69]</sup>) Fig. 1 2D model for a symmetrical V-shaped canyon subjected to a line source of cylindrical waves (after Gao et al.<sup>[69]</sup>)

对于形状可用极坐标系直接描述的简单河谷地 形,如半圆形河谷<sup>[41]</sup>,考虑边界条件形成定解问题后, 利用一般的分离变量法直接求解齐次亥姆霍兹方程即 可得到问题的解答。而对于对称 V 形河谷,无论用直 角坐标系还是极坐标系,均不能对其进行直接描述。 为了解决这个问题,笔者提出了区域分解与区域匹配 的两步走策略。求解思路是首先将整个区域分解成若 干符合极坐标系的子区域,在子区域中对运动方程进 行求解获得相应的波场(含有未知系数),然后将各个 子区域的波场在边界进行匹配,利用边界条件求解未 知系数,从而获得整个区域的波场解答。具体过程如 下:

采用半径为 a (即河谷侧壁的长度)的圆拱形辅助边界把整个空间分成两个子区域①和②,在这两个子区域①和②,在这两个子区域中定义了两个直角坐标系和两个极(柱)坐标系(图1)。局部坐标系(x, y)和(r,  $\theta$ )的原点设在河谷底部尖端。而整体坐标系( $x_1$ ,  $y_1$ )和( $r_1$ ,  $\theta_1$ )的原点位于局部坐标系正上方的水平地面上。x轴向右为正,角度 $\theta$ 从y轴逆时针转到x轴为正。 $x_1$ 轴与角度 $\theta_1$ 的正方向与之一致。

模型激励是简谐的线源柱面 SH 波,圆频率为 ω, 位移在 z 方向(出平面或反平面)。震源位置在整体极 坐标系  $(r_1, \theta_1)$  中为  $(r_0, \theta_0)$ , 在整体直角坐标系  $(x_1, y_1)$  中为  $(x_0, y_0)$ 。对于本研究的问题, 需使 用镜像法来考虑相对于水平地面处于对称位置的两个 波源<sup>[71]</sup>。对于波源及其镜像分别使用两个极坐标系  $(r_f, \theta_f)$  和  $(r'_f, \theta'_f)$ 。 $x_f$ 轴和 $x'_f$ 轴均取向右为正, 角度  $\theta_f$ 从 $y_f$ 轴逆时针转到 $x_f$ 轴为正, 而角度 $\theta'_f$ 的正方 向是从 $y'_c$ 轴顺时针转到 $x'_f$ 轴。

(1)运动控制方程

为助于理解 SH 波激励下 V 形河谷模型的物理意 义,首先给出运动控制方程的推导过程。在 SH 波的 激励下,对称 V 形河谷所在的半空间中每一点会在出 平面方向振动,以 u 表示任一质点的位移,任取一个 z 方向单位厚度的微元体,其受力状态如图 2 所示, 其中, F<sub>r1</sub>和 F<sub>r2</sub>为径向平面上的剪切力, F<sub>θ1</sub>和 F<sub>θ2</sub>为 角向平面上的剪切力, F<sub>t</sub>为惯性力。



### 图 2 柱坐标系中的单位厚度微元体受力图

Fig. 2 Forces acting on an infinitesimal element with a unit thickness in cylindrical coordinate system

在极坐标系(r, θ)中, 微元体受力的表达式如下:

$$F_{r1} = -G \frac{\partial u}{\partial r} r \mathrm{d}\theta \quad , \tag{1}$$

$$F_{r2} = G \left[ \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\partial u}{\partial r} \right) dr \right] \left[ (r + dr) d\theta \right] \quad , \quad (2)$$

$$F_{\theta 1} = -\frac{G}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} \mathrm{d}r \quad , \tag{3}$$

$$F_{\theta^2} = \frac{G}{r} \left[ \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{\partial u}{\partial \theta} \right) \mathrm{d}\theta \right] \mathrm{d}r \quad , \qquad (4)$$

$$F_t = -\rho(r\mathrm{d}\theta\mathrm{d}r)\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad . \tag{5}$$

根据牛顿第二定律,考虑微元体的动力平衡,即  $F_{r_1} + F_{r_2} + F_{\theta_1} + F_{\theta_2} + F_t = 0$ , (6)

忽略高阶小量后可整理得到在极坐标系下的波动方程:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad . \tag{7}$$

众所周知,任意地震动时程均可以通过傅里叶变 换转化到频域,从而分解成在不同频率下的简谐运动, 据此,只需研究河谷介质在简谐激励下的动力响应, 得到频域传递函数,即可揭示河谷地形对任意地震动时程的放大效应。因此,考虑入射波为单位幅值简谐波,引起介质随时间做简谐运动,则介质位移可以表示为

$$u(r,\theta,t) = u(r,\theta)e^{-i\omega t} \quad . \tag{8}$$

把方程(8)代入波动方程(7)可得亥姆霍兹方程:

 $\frac{\partial^2 u(r,\theta)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u(r,\theta)}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u(r,\theta)}{\partial \theta^2} + k^2 u(r,\theta) = 0, \quad (9)$ 式中,  $k = \omega/V_s$ 为剪切波数。对于平面波入射, 亥姆 霍兹方程即为需要求解的运动方程, 而对于柱面波入 射, 运动方程不再是齐次微分方程 (9), 需要在等式 右端加入激励项。

(2) 定解问题

对于对称 V 形河谷模型,由于采用了区域分解, 且柱面波震源位于外域,内域①和外域②的运动方程 分别为齐次和非齐次亥姆霍兹方程<sup>[72-73]</sup>:

$$\frac{\partial^2 u_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_1}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u_1}{\partial \theta^2} + k^2 u_1 = 0 \quad , \tag{10}$$

$$\frac{\partial^2 u_2}{\partial r_1^2} + \frac{1}{r_1} \frac{\partial u_2}{\partial r_1} + \frac{1}{r_1^2} \frac{\partial^2 u_2}{\partial \theta_1^2} + k^2 u_2 = -\frac{\delta(r_1 - r_0)\delta(\theta_1 - \theta_0)}{r_1},$$
(11)

式中, $\delta(\cdot)$ 为狄拉克 $\delta$ 函数。对于稳态反平面问题,省 略了时间因子 exp( $-i\omega t$ )。

除了运动方程(10)或(11),位移*u<sub>j</sub>*(*j* = 1, 2 分别表示子区域①和②)应该同时满足在河谷表面应 力自由边界条件(12)和水平地表的应力自由边界条 件(13):

$$\tau_{\theta z}^{(1)} = \frac{G}{r} \frac{\partial u_1}{\partial \theta} = 0 \quad (\theta = \pm \beta, \ r \le a) \quad , \qquad (12)$$

$$\tau_{\theta_l z_1}^{(2)} = \frac{G}{r_1} \frac{\partial u_2}{\partial \theta_1} = 0 \qquad (\theta_1 = \pm \pi/2, \ r_1 \ge b) \quad , \quad (13)$$

式中,  $\beta$  为从y轴转至河谷表面的角度, a为河谷侧壁的长度。

区域匹配方法<sup>[46, 63-65, 74-77]</sup>要求两个子区域之间的 位移连续和应力连续:

$$u_1(r,\theta) = u_2(r,\theta) \quad (r = a, -\beta \le \theta \le \beta) , \quad (14)$$

$$\tau_{rz}^{(1)}(r,\theta) = \tau_{rz}^{(2)}(r,\theta) \quad (r = a, \ -\beta \le \theta \le \beta) \quad , \quad (15)$$

式中,  $\tau_{rz}^{(1)}(r,\theta) = G \frac{\partial u_1}{\partial r}$ ,  $\tau_{rz}^{(2)}(r,\theta) = G \frac{\partial u_2}{\partial r}$ .

### 1.2 波场构造与定解问题的理论解

(1) 外域波场(柱面波自由场与散射场)

在子区域②中,波场可以分为两部分:无河谷地 形时入射SH波激起的自由场和由于地形引起的散射 场。自由场可以用镜像法构造。运动方程(11)右边 震源产生的入射波场为<sup>[73]</sup>

$$u^{\rm inc}(r_{\rm f}) = -\frac{i}{4\mu} H_0^{(1)}(kr_{\rm f})$$
 , (16)

式中, $i = \sqrt{-1}$ ,  $H_0^{(1)}(\cdot)$ 为零阶第一类汉克尔函数。震源的镜像产生的反射波场为

$$u^{\rm ref}(r_{\rm f}') = -\frac{i}{4\mu} H_0^{(1)}(kr_{\rm f}') \quad . \tag{17}$$

采用类似于 Smerzini 等<sup>[71]</sup>和 Iturraran-Viveros 等<sup>[73]</sup>的标准化策略,将入射波场与反射波场叠加之后除以入射波场在整体坐标系原点处的位移 $u^{\text{inc}}(r_0)$ ,即可得到半空间中的标准化自由场:

$$u^{\rm f} = [{\rm H}_0^{(1)}(kr_{\rm f}) + {\rm H}_0^{(1)}(kr_{\rm f}')] / {\rm H}_0^{(1)}(kr_0) \quad . \tag{18}$$

下文的推导中将会用到自由场在局部坐标系中的 表达式,因此需要建立坐标(*r*<sub>f</sub>, θ<sub>f</sub>)和(*r*'<sub>f</sub>, θ'<sub>f</sub>)到 局部坐标系(*r*, θ)的转换公式。首先,推导得到适 用于本文模型的 Graf 加法公式<sup>[78]</sup>:

$$H_0^{(1)}(kr_{\rm f}) = \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n H_n^{(1)}(kL) J_n(kr) \cos[n(\theta + \phi)], \quad (19)$$

$$H_0^{(1)}(kr_{\rm f}') = \sum_{n=0} \varepsilon_n H_n^{(1)}(kL') J_n(kr) \cos[n(\theta - \varphi' - \pi)]$$
 (20)

式中,  $\varepsilon_n$ 为纽曼因子 ( $\varepsilon_0 = 1$ ;  $\varepsilon_n = 2$ ,  $n \ge 1$ ),  $J_n(\cdot)$ 是n阶第一类贝塞尔函数,  $H_n^{(1)}(\cdot)$ 为n阶第一类汉克尔 函数, L为坐标系 (r,  $\theta$ ) 和 ( $r_f$ ,  $\theta_f$ )之间的距离, L'为坐标系 (r,  $\theta$ ) 和 ( $r_f'$ ,  $\theta_f'$ )之间的距离。这些距 离和相应的角度  $\alpha$  和  $\alpha'$ 参见模型图1。然后把方程 (19) 和 (20) 代入方程 (18) 中,即可得到局部极 坐标系下的自由场:

$$u^{\mathrm{f}}(r,\theta) = \sum_{n=0}^{\infty} p_n \mathrm{J}_n(kr) \cos(n\theta) + \sum_{n=0}^{\infty} q_n \mathrm{J}_n(kr) \sin(n\theta)$$
$$(r < L, \quad -\beta \le \theta \le \beta) \quad \circ \tag{21}$$

式中,  $p_n$ 和 $q_n$ 表示如下:

$$p_{n} = \{ \mathrm{H}_{n}^{(1)}(kL') \cos[n(\alpha' + \pi)] + \mathrm{H}_{n}^{(1)}(kL) \cos(n\alpha) \} \cdot \varepsilon_{n} / \mathrm{H}_{0}^{(1)}(kr_{0}) \quad , \qquad (22)$$

$$q_n = \{ \mathbf{H}_n^{(1)}(kL') \sin[n(\alpha' + \pi)] - \mathbf{H}_n^{(1)}(kL) \sin(n\alpha) \} \cdot$$

$$\varepsilon_n / \mathrm{H}_0^{(1)}(kr_0) \quad \circ \tag{23}$$

子区域②中另一部分波场是由于河谷出现引起的 散射场。为了实现深浅河谷解的统一,采用两种方式 构造散射场,表达式如下:

$$u^{s} = \sum_{n=0}^{\infty} A_{n} H_{2n}^{(1)}(kr_{1}) \cos(2n\theta_{1}) + \sum_{n=0}^{\infty} B_{n} H_{2n+1}^{(1)}(kr_{1}) \cdot \\ \sin[(2n+1)\theta_{1}] \quad (d/b \le 1) \quad , \qquad (24)$$
$$u^{s} = \sum_{n=0}^{\infty} A_{n} [H_{n}^{(1)}(kr) \cos(n\theta) + H_{n}^{(1)}(kr') \cos(n\theta')] + \\ \sum_{n=0}^{\infty} B_{n} [H_{n}^{(1)}(kr) \sin(n\theta) + H_{n}^{(1)}(kr') \sin(n\theta')] \quad (d/b > 1), \qquad (25)$$

式中,  $A_n$  和  $B_n$  为未知复系数, 坐标系( $r', \theta'$ ) 是坐标系

 $(r, \theta)$ 相对于水平地表的镜像(参见 Tsaur 等<sup>[64]</sup>)。

为了在同一个坐标系中解决问题,必须推导出 Graf 加法公式的另外两种形式,如下所示:

$$H_{n}^{(1)}(kr_{1}) \begin{cases} \cos(n\theta_{1}) \\ \sin(n\theta_{1}) \end{cases} = \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^{m} H_{m}^{(1)}(kr) \frac{\varepsilon_{m}}{2} \cdot \\
 \begin{cases} [J_{m+n}(kd) + (-1)^{n} J_{m-n}(kd)] \cos(m\theta) \\ -[J_{m+n}(kd) - (-1)^{n} J_{m-n}(kd)] \sin(m\theta) \end{cases}, \quad (26)$$

$$H_{n}^{(1)}(kr') \begin{cases} \cos(n\theta') \\ \sin(n\theta') \end{cases} = \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^{m} J_{m}(kr) \frac{\varepsilon_{m}}{2} \cdot \\ \begin{cases} [(-1)^{n} H_{m+n}^{(1)}(2kd) + H_{m-n}^{(1)}(2kd)] \cos(m\theta) \\ [(-1)^{n} H_{m+n}^{(1)}(2kd) + H_{m-n}^{(1)}(2kd)] \sin(m\theta) \end{cases} \quad (27)$$

根据方程 (26)、(27), 散射波场可以在极坐标系 (*r*, *θ*) 中表达为

$$u^{s}(r,\theta) = \sum_{n=0}^{\infty} A_{n} \sum_{m=0}^{\infty} U_{mn}^{ex} H_{m}^{(1)}(kr) \cos(m\theta) + \sum_{n=0}^{\infty} B_{n} \sum_{m=0}^{\infty} V_{mn}^{ex} H_{m}^{(1)}(kr) \sin(m\theta) \quad (d/b \leq 1) \quad , \quad (28)$$

$$u^{s}(r,\theta) = \sum_{n=0}^{\infty} A_{n} [H_{n}^{(1)}(kr)\cos(n\theta) + \sum_{m=0}^{\infty} U_{mn}^{in} \cdot J_{m}(kr)\cos(m\theta)] - \sum_{n=0}^{\infty} B_{n} [H_{n}^{(1)}(kr)\sin(n\theta) + \sum_{m=0}^{\infty} V_{mn}^{in} J_{m}(kr)\sin(m\theta)] \quad (d/b > 1)_{\circ}$$
(29)

其中

$$U_{mn}^{\text{ex}} = (-1)^m \frac{\varepsilon_m}{2} [\mathbf{J}_{m+2n}(kd) + \mathbf{J}_{m-2n}(kd)] \quad , \quad (30)$$

$$V_{mn}^{\text{ex}} = (-1)^{m+1} \frac{\varepsilon_m}{2} [\mathbf{J}_{m+2n+1}(kd) + \mathbf{J}_{m-2n-1}(kd)] \quad , \quad (31)$$

$$U_{mn}^{\text{in}} = (-1)^m \frac{\varepsilon_m}{2} [(-1)^n \mathcal{H}_{m+n}^{(1)}(2kd) + \mathcal{H}_{m-n}^{(1)}(2kd)] \quad , \quad (32)$$

$$V_{mn}^{\text{in}} = (-1)^m \frac{\varepsilon_m}{2} [(-1)^n \mathcal{H}_{m+n}^{(1)}(2kd) - \mathcal{H}_{m-n}^{(1)}(2kd)] \quad . \quad (33)$$

值得说明的是:公式(24)~(33)采用两种方 式来构造散射场的目的是提高计算效率,它是由坐标 转换效率决定的。利用Graf加法公式(26)、(27)进 行坐标转换时,需要将无穷项级数截断成有限项。公 式(26)中截断值随着形状比d/b的降低而减小,而公 式(27)中的截断值随着形状比d/b的增长而减小。因 此,从计算效率的角度来讲,最好的策略就是当d/b ≤1时选择公式(26)而当d/b > 1时选择公式(27)。 d/b = 1并不是一个理论上的分界线,而是基于数值试 验给出的一个推荐值。

经验证,方程(18)、(24)、(25)满足方程(13), 说明上述外域②的所有波场满足地表应力自由边界条 件。这是因为自由场由两个对称源产生,且散射场波 函数的构造合理。另外,构造的外域波场自然满足无 穷远处Sommerfeld辐射条件。 (2) 内域波场(分数阶波函数)

相对于外域波场,内域波场的构造更为复杂,难 点在于波函数展开的时候须用分数阶波函数取代常规 的整数阶波函数。分数阶波函数的推导过程如下:

对亥姆霍兹方程(10)进行分离变量。首先将位 移函数分解成径向函数和角向函数的乘积

$$u_1(r,\theta) = R(r)\phi(\theta)$$
, (34)  
并代回亥姆霍兹方程,整理可得

$$\frac{r^2}{R(r)}R''(r) + \frac{r}{R(r)}R'(r) + k^2r^2 = -\frac{\phi''(\theta)}{\phi(\theta)} \quad . \tag{35}$$

令方程(35)两端同时等于一个非负常数(nv)<sup>2</sup>,可以得到下面两个方程:

$$r^{2}R''(r) + rR'(r) + [k^{2}r^{2} - (n\upsilon)^{2}]R(r) = 0 , \quad (36)$$
  
$$\phi''(\theta) + (n\upsilon)^{2}\phi(\theta) = 0 , \quad (37)$$

式中,n为一个整数,v为一个整数或者分数,由具体 问题的边界条件确定。对于无限或者半无限空间,v取 值为整数1,可以得到常规的整数阶波函数;而对于楔 形空间,如对称V形河谷中的内域①,v取值为分数, + 这一点对于获得满足河谷倾斜表面应力自由条件的波 场至关重要,其取值是一个关键步骤。

方程(36)是以kr为变量,以nv为阶的贝塞尔方程,作为一个二阶常微分方程,它必然含有两个线性无关的解,如下:

$$R(r) = J_{nv}(kr) \stackrel{}{\to} Y_{nv}(kr) \quad , \qquad (38)$$

其中,  $J_{w}(\cdot)$ 和 $Y_{w}(\cdot)$ 分别表示第一类和第二类贝塞尔函数。

方程(37)的解为

 $\phi(\theta) = \cos(n\upsilon\theta)$ 或 sin(nυθ) 。 (39) 将方程 (38)、(39)代入方程 (34),就得到了波函数。 对于对称V形河谷的楔形子区域①,取 $\upsilon = \pi/2\beta$ ,由 于 $\beta$ 取值介于 $\pi/2$ 与 $\pi$ 之间, $\upsilon$ 为分数,取值介于1/2与1 之间,从而得到分数阶波函数。因此,利用分数阶波 函数构造子区域①中满足河谷表面应力自由边界条件 (12)的驻波场:

$$u^{c}(r,\theta) = \sum_{n=0}^{\infty} C_{n} J_{2n\nu}(kr) \cos(2n\nu\theta) + \sum_{n=0}^{\infty} D_{n} J_{(2n+1)\nu}(kr) \cdot \\ \sin[(2n+1)\nu\theta] \quad (-\beta \leqslant \theta \leqslant \beta) \quad ,$$
(40)

式中,  $C_n$ 和 $D_n$ 为待求波场系数。需要说明:子区域 ①不会出现无穷大位移,因此舍掉第二类贝塞尔函数  $Y_{nv}(kr)$ ,波场 $u^{c}(r,\theta)$ 的径向波函数只保留第一类贝 塞尔函数 $J_{nv}(kr)$ ;同时,为了满足河谷倾斜表面的应 力自由条件,角向波函数须舍掉奇数余弦项和偶数正 弦项,经验证,方程(40)满足应力自由边界条件方 程(12)。

(3) 定解问题解答(超定方程组法)

在局部坐标系中的内域①和外域②的波场分别  
为:  
$$u_1(r,\theta) = u^c(r,\theta) (-\beta \le \theta \le \beta)$$
, (41)  
 $u_2(r,\theta) = u^f(r,\theta) + u^s(r,\theta) (-\beta \le \theta \le \beta)$ 。(42)  
位移场连续和应力场连续条件方程(14)和(15)  
可用于获得波场未知系数。把方程(41)和(42)分  
别代入方程(14)和(15),可得到如下连续条件:  
 $u^f(a,\theta) + u^s(a,\theta) - u^c(a,\theta) = 0 (-\beta \le \theta \le \beta)$ ,  
(43)  
 $\tau_{r_z}^f(a,\theta) + \tau_{r_z}^s(a,\theta) - \tau_{r_z}^c(a,\theta) = 0 (-\beta \le \theta \le \beta)$ 。  
(44)

$$\psi_{u}(\theta) = \begin{cases} u^{\mathrm{f}}(a,\theta) + u^{\mathrm{s}}(a,\theta) - u^{\mathrm{c}}(a,\theta) & (\theta \in [-\beta,\beta]) \\ 0 & (\theta \in [-\pi,-\beta] \cup [\beta,\pi]) \end{cases} \end{cases}$$
(45)

和

$$\psi_{\tau}(\theta) = \begin{cases} \tau_{rz}^{f}(a,\theta) + \tau_{rz}^{s}(a,\theta) - \tau_{rz}^{c}(a,\theta) & (\theta \in [-\beta,\beta]) \\ 0 & (\theta \in [-\pi,-\beta] \cup [\beta,\pi]) \end{cases},$$
(46)

则

方程 (43) 和 (44) 中的连续条件将分别变成  
$$\psi_u(\theta) = 0 \quad (-\pi \le \theta \le \pi)$$
 (47)

和

$$\psi_{\tau}(\theta) = 0 \quad (-\pi \leq \theta \leq \pi) \quad . \tag{48}$$

为了求出未知数 $A_n$ ,  $B_n$ ,  $C_n$ 和 $D_n$ , 将方程(47) 和(48)在区间[ $-\pi,\pi$ ]内积分。应用余弦和正弦函数 的正交性<sup>[29,64]</sup>,可以获得下面的关系式:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} M_{m,n,j} A_n - \sum_{n=0}^{\infty} J_{2n\nu}(ka) \lambda_{m,2n\nu} C_n$$
$$= -\sum_{n=0}^{\infty} p_n J_n(ka) \lambda_{m,n} \quad (m = 0, 1, 2, \cdots) \quad , \quad (49)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} M'_{m,n,j} A_n - \sum_{n=0}^{\infty} J'_{2n\nu}(ka) \lambda_{m,2n\nu} C_n = -\sum_{n=0}^{\infty} p_n J'_n(ka) \lambda_{m,n}$$

$$(m = 0, 1, 2, \cdots) , \qquad (50)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} N_{m,n,j} B_n - \sum_{n=0}^{\infty} J_{(2n+1)\nu}(ka) \mu_{m,(2n+1)\nu} D_n$$
$$= -\sum_{n=1}^{\infty} q_n J_n(ka) \mu_{m,n} \quad (m = 1, 2, 3, \cdots) \quad , \qquad (51)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} N'_{m,n,j} B_n - \sum_{n=0}^{\infty} \mathbf{J}'_{(2n+1)\nu}(ka) \mu_{m,(2n+1)\nu} D_n$$
$$= -\sum_{n=1}^{\infty} q_n \mathbf{J}'_n(ka) \mu_{m,n} \quad (m = 1, 2, 3, \cdots) \quad , \qquad (52)$$

式中,  $J'_{n}(\cdot)$ 是贝塞尔函数的微分形式,  $\lambda_{m,n}$ ,  $\mu_{m,n}$ ,  $M_{m,n,j}$ ,  $M'_{m,n,j}$ ,  $N_{m,n,j}$ 和 $N'_{m,n,j}$ 的表达式如下:

$$\lambda_{m,n} = \int_{-\beta}^{\beta} \cos(m\theta) \cos(n\theta) d\theta ,$$

$$= \begin{cases} 2\beta & (m = n = 0) \\ \beta + \frac{\sin(2m\beta)}{2m} & (m = n \neq 0) , (53) \\ \frac{\sin(m-n)\beta}{m-n} + \frac{\sin(m+n)\beta}{m+n} & (m \neq n) \end{cases}$$

$$\mu_{m,n} = \int_{-\beta}^{\beta} \sin(m\theta) \sin(n\theta) d\theta$$

$$= \begin{cases} \beta - \frac{\sin(2m\beta)}{2m} & (m = n \neq 0) , \quad (54) \\ \frac{\sin(m-n)\beta}{m-n} - \frac{\sin(m+n)\beta}{m+n} & (m \neq n) \end{cases}$$

$$M_{m,n,j} = \begin{cases} U_{jn}^{ex} H_{j}^{(1)}(ka)\lambda_{m,j} & (d/b \leq 1) \\ \delta_{jn} H_{j}^{(1)}(ka)\lambda_{m,j} + U_{jn}^{in} J_{j}(ka)\lambda_{m,j} & (d/b > 1) \end{cases},$$

$$M'_{m,n,j} = \begin{cases} U_{jn}^{\text{ex}} \mathbf{H}_{j}^{(1)'}(ka)\lambda_{m,j}, & (d/b \leq 1) \\ \delta_{in} \mathbf{H}_{i}^{(1)'}(ka)\lambda_{m,i} + U_{in}^{\text{in}} \mathbf{J}_{i}'(ka)\lambda_{m,i} & (d/b > 1) \end{cases},$$

$$N_{m,n,j} = \begin{cases} V_{jn}^{\text{ex}} \mathbf{H}_{j}^{(1)}(ka) \mu_{m,j} & (d/b \leq 1) \\ \delta_{jn} \mathbf{H}_{j}^{(1)}(ka) \mu_{m,j} + V_{jn}^{\text{in}} \mathbf{J}_{j}(ka) \mu_{m,j} & (d/b > 1) \end{cases},$$
(57)

$$N'_{m,n,j} = \begin{cases} V_{jn}^{\text{ex}} \mathbf{H}_{j}^{(1)'}(ka) \mu_{m,j} & (d/b \leq 1) \\ \delta_{jn} \mathbf{H}_{j}^{(1)'}(ka) \mu_{m,j} + V_{jn}^{\text{in}} \mathbf{J}_{j}'(ka) \mu_{m,j} & (d/b > 1) \end{cases},$$
(58)

式中,  $\delta_{jn}$ 是Kronecker Delta函数 ( $\delta_{jn} = 1$ , j = n;  $\delta_{jn} = 0$ ,  $j \neq n$ )。

最后,在方程(49)~(52)分别取有限项级数 之后,编程进行数值计算。n, m, j分别取为N, M,J项:在方程(49)~(52)中n=0~N-1;方程(49) 和(50)中m=0~M-1,j=0~J-1;方程(51)和 (52)中m=1~M, j=1~J。求解由方程(49)和 (50)组成的方程组,可以得到未知系数 $A_n$ 和 $C_n$ 。 求得收敛解的关键是让M为N的四倍或以上。这样, 方程组变成超定方程组,可以容易地求其最小平方解。 对不同的河谷形状比和入射波频率下的N值应该由收 敛测试确定,J值应该满足 Graf 加法公式(26)和(27)。 一般而言,对于本研究结果, $N \leq 50, J \leq 1100$ 就足够 了。基于同样的矩阵方法,利用方程(51)和(52) 就可以获得系数 $B_n$ 和 $D_n$ 。这样,每个区域的波场可 以通过方程(41)和(42)取有限项级数后计算得到。

# 1.3 理论解的退化验证(远场柱面波与平面波的渐进 等价性)

本研究的理论可以通过退化到无河谷地形的自由

场得到验证。如果河谷深度d = 0 km,则 $\beta = \pi/2$ ,  $\upsilon = \pi/(2\beta) = 1$ ,  $L' = L = r_0$ ,  $\alpha' = \alpha$ ,从而,当n为奇 数时, $p_n = 0$ ,当n为偶数时 $q_n = 0$ 。这时根据方程(49)~ (52) 求得的波场系数为 $A_n = B_n = 0$ ,  $C_n = p_{2n}$ ,  $D_n = q_{2n+1}$ ,意味着当d = 0 km时,半空间中只有自由场存在, 即子区域①中 $u^{(1)}(r,\theta) = u^{f}(r,\theta)$ ,子区域②中 $u^{(2)}(r,\theta) = u^{f}(r,\theta)$ ,从而验证了本研究理论解的正确 性。

下面进一步验证当震源位置无穷远时,本文柱面 波理论解与平面波理论解的渐进等价性。当河谷 d=0km 时,将  $\beta = \pi/2$ ,  $\upsilon = \pi/(2\beta) = 1$ ,  $L' = L = r_0$ ,  $\alpha' = \alpha$ 代入方程 (22)、(23),柱面波自由场系数  $p_n$ 和  $q_n$ 变成

 $p_n = H_n^{(1)}(kr_0)[1 + (-1)^n]\cos(n\alpha)\varepsilon_n / H_0^{(1)}(kr_0) \quad , \quad (59)$ 

 $q_n = H_n^{(1)}(kr_0)[(-1)^n - 1]\sin(n\alpha)\varepsilon_n / H_0^{(1)}(kr_0) \quad . \tag{60}$ 这时, 方程 (21) 变为

$$u^{f}(r,\theta) = \sum_{n=0}^{\infty} 2\varepsilon_{n} [H_{2n}^{(1)}(kr_{0})/H_{0}^{(1)}(kr_{0})] \cos(2n\alpha) \cdot J_{2n}(kr) \cos(2n\theta) - \sum_{n=0}^{\infty} 4[H_{2n+1}^{(1)}(kr_{0})/H_{0}^{(1)}(kr_{0})] \cdot J_{2n}^{(1)}(kr_{0}) - \sum_{n=0}^{\infty} 4[H_{2n+1}^{(1)}(kr_{0})/H_{0}^{(1)}(kr_{0})] \cdot J_{2n}^{(1)}(kr_{0}) - \sum_{n=0}^{\infty} 4[H_{2n+1}^{(1)}(kr_{0})/H_{0}^{(1)}(kr_{0})] \cdot J_{2n}^{(1)}(kr_{0}) - J_{2n}^{(1)}(kr_{0})/H_{0}^{(1)}(kr_{0})] \cdot J_{2n}^{(1)}(kr_{0}) - J_{2n}^{(1)}(kr_{0})/H_{0}^{(1)}(kr_{0}) - J_{2n}^{(1)}(kr_{0})/H_{0}^{(1)}($$

$$\sin[(2n+1)\alpha] J_{2n+1}(kr) \sin[(2n+1)\theta]$$
 (61)

方程(61)即为河谷场地柱面波自由场在整体坐标系 中的表达式。

如果震源距离r<sub>0</sub>趋近于无穷大,借助于汉克尔函数的渐进关系<sup>[78]</sup>:

 $\begin{aligned} H_{\upsilon}^{(1)}(kr_{0}) &= \sqrt{2/(\pi kr_{0})} e^{i(kr_{0}-\upsilon\pi/2-\pi/4)} \quad (r_{0}\to\infty), \quad (62) \\ &= \text{可以将柱面波自由场} \quad (61) \\ &= \text{退化为平面波自由场}^{[70]}: \end{aligned}$ 

$$u^{f}(r,\theta) = \sum_{n=0}^{\infty} 2\varepsilon_{n}(-1)^{n} \cos(2n\alpha) J_{2n}(kr) \cos(2n\theta) + \sum_{n=0}^{\infty} 4i(-1)^{n} \sin[(2n+1)\alpha] J_{2n+1}(kr) \sin[(2n+1)\theta] \circ (63)$$

以上退化说明构造的柱面波自由场与平面波自由场具有渐进等价性,这种渐进等价关系从理论上说明 了平面波自由场是柱面波自由场在无穷远震源 ( $r_0 \rightarrow \infty$ )条件下的特例。

前述理论解可以求得不同频率柱面 SH 波激励下 河谷场地任意位置的位移反应  $u(r, \theta, \omega)$ ,它是包含 幅值和相位信息的复数,为考察地形效应,将其幅值 除以无地形的半空间自由场幅值,即得到放大因子  $|u|/|u^{f}|$ 。定义对称 V 形河谷模型的入射波无量纲频率  $\eta$ =  $2b/\lambda_{s}$  ( $\lambda_{s}$ 表示入射波波长),以深度 d = 1 km,半 宽 b = 1 km 的对称 V 形河谷为例,在无量纲频率为  $\eta$ = 1 的不同震源位置( $x_{0}$ ,  $y_{0}$ )产生的柱面波和不同角度  $\alpha$  的平面波激励下,计算得到的地面运动放大因子如 图 3 所示。结果表明:在竖向入射时深度为 100 km 的震源产生的柱面波与平面波结果吻合良好,斜入射时震中距为 50 km,震源深度为 50 km 对应的柱面波与平面波一致,水平入射时震中距为 20 km,震源深度为 1 km 对应的柱面波与平面波一致。而当震源距河谷更近时,柱面波的结果(虚线)与平面波(实线)有所不同。这说明平面波入射下的河谷场地波场是柱面波入射情况的特例。



- 图 3 无量纲频率为 η = 1 的柱面波与平面波激励下深宽比 d/b =
   1 的对称 V 形河谷地表位移幅值放大因子对比(引自 Gao 等<sup>[69]</sup>)
- Fig. 3 Comparison of amplification factors of surface displacement amplitudes between plane and cylindrical wave incidences at  $\eta = 1$  for a symmetrical V-shaped canyon with d/b = 1(after Gao et al. <sup>[69]</sup>)

#### 1.4 台湾翡翠河谷实测地震放大效应简析

台湾翡翠河谷于 1991 年在距离翡翠大坝约 300 m 的一个断面安装了 6 个强震仪组成地震动台阵(图 4)。 1992 年花莲地震触发了这个台阵,震级 *M*<sub>L</sub>为 5.5 级, 震源深度为 50 km,震中距约为 130 km。Huang 等<sup>[79]</sup> 报道了此次地震,发现 6 台地震仪实测地震 SH 波存 在较大差异,其中,强震仪 SC1 位于河谷左侧,距谷 底的高度为 170 m;强震仪 SC4 位于河谷右侧,距离 谷底的高度为 70 m, SC1 记录到的地震动峰值加速度 是 SC4 的 2.69 倍。



图 4 集集地震入射下台湾翡翠河谷 SC1 和 SC4 台站所在位置的地震动加速度模拟时程

Fig. 4 Simulated ground motion accelerations at two stations SC1 and SC4 in Feitsui canyon (Taiwan, China) subjected to Chi-Chi Earthquake

翡翠河谷可以简化为对称 V 形河谷(图4),根 据 Huang 等<sup>[79]</sup>报道的数据,模型参数如下:宽度 2b = 1500 m, 深度 d = 350 m, 介质密度  $\rho = 2.67$  g/cm<sup>3</sup>, 剪切波速  $V_s = 1500 \text{ m/s}$ , 震源位置为 $(x_0, y_0) = (-130)$ km, 50 km).

由于缺乏花莲地震输入,采用附近的集集地震输 入,根据笔者的模型计算得到的翡翠河谷 SC1 与 SC4 处的地震动加速度时程(图4),结果表明SC1峰值加 速度相对于 SC4 放大了 2.48 倍,这和实际观测结果的 2.69 倍是大致吻合的。

本文的地形效应理论可以对这个放大现象进行合 理解释。据 Huang 等研究<sup>[79]</sup>,此次花莲地震波主要频 率在 5 Hz 以内,利用本文模型计算 SC1 和 SC4 所在 位置的地形放大因子,揭示实测峰值加速度存在差异 的原因。两个位置 SC1 和 SC4 的地形放大因子随频率 的变化情况即传递函数如图 5 所示。可以看出:河谷 SC1 处与 SC4 处的放大因子差异非常明显, SC1 处对 频率介于 0.3 Hz 和 3 Hz 的波动均有 1.2 倍以上的放 大,而 SC4 处对于频率介于 1.5 Hz 和 4 Hz 的波动有 约为60%的减小;在很多频率下,二者相差超过2倍, 甚至超过3倍(f=3Hz时,二者差异达到330%)。 这就解释了实测地震动峰值加速度在SC1和SC4处的 差异性: 斜入射地震波在 SC1 处相长干涉, 而在 SC4 处相消干涉,从而导致地震动在河谷SC1处聚焦放大、 在 SC4 处减小。

#### 1.5 河谷地形的地震波前弯曲效应

前述理论解可以求得不同频率柱面 SH 波激励下 河谷场地任意位置的位移放大因子|u|/|u<sup>f</sup>|。将地形放大 因子作为频域传递函数, 取基岩地震动时程作为入射 信号,利用快速傅里叶逆变换技术可以得到考虑河谷 放大效应的场地任意位置的地震动时程。

为了揭示柱面波入射时的波前弯曲效应,时域入 射信号取为雷克子波,其特征频率  $f_c$  = 1.0 Hz。计算 的频率  $f = \omega/(2\pi)$  的范围是 4.0 Hz 以内, 步长是 1/24 Hz。对称 V 形河谷的形状参数取为 b = 1.0 km, d = 0.5 km, 剪切波速假设为  $V_s$  = 1 km/s。图 6 是在  $x_1$  ∈ [-4 km, 4 km],  $y_1$  ∈ [0 km, 4 km]的矩形空间内均匀分 布的81×41个点的地震反应时程。它给出了9.5~13.0 s中的6个时间点的波场,展示了柱面波在对称V形 河谷附近的传播和散射过程。可以看出:当直接波和 水平地表的反射波遇到 V 形河谷时,河谷左上角、右 上角和河谷底部会作为新的波源持续产生散射波,且 波前发生明显的弯曲。



图 5 翡翠河谷 SC1 和 SC4 台站所在位置的地形放大因子随频 率的变化

Fig. 5 Variation of topographic amplification factors as a function of frequency at two stations SC1 and SC4 in Feitsui canyon (Taiwan, China)

#### 非对称 V 形河谷场地地震波传播模 2 型与散射规律

# 2.1 非对称 V 形河谷模型

建立非对称 V 形河谷二维模型<sup>[80]</sup>,如图 7 所示, 其深度为d,半宽为 $b_1$ (左侧)和 $b_2$ (右侧)。模型的 介质假设为弹性、各向同性、均质。介质的密度 ρ、 剪切模量 G 和剪切波速 V。均为常数。对于非对称 V 形河谷,须采用一种新的区域分解策略,采用半径为 d 的半圆形辅助边界把整个区域分解成 3 个子区域, 其中子区域①和②为有限内域,子区域③为半无限外 域。在3个子区域分别建立3个直角坐标系和3个极 坐标系。其中,整体坐标系(x, y)和(r, θ)的原点设置 在半圆形辅助边界的圆心,可以描述子区域③。而两



图 6 对应震源位置(x<sub>0</sub>, y<sub>0</sub>) = (0 km, 10 km)、半宽 b = 1.0 km 和深度 d = 0.5 km 的对称 V 形河谷在不同时刻的快照图(引自 Gao 等<sup>[69]</sup>) Fig. 6 Snapshots for a symmetrical V-shaped canyon with b = 1.0 km and d = 0.5 km subjected to cylindrical waves emitted by a source located at (x<sub>0</sub>, y<sub>0</sub>) = (0 km, 10 km) (after Gao et al.<sup>[69]</sup>)

个局部坐标系(x<sub>1</sub>, y<sub>1</sub>)、(r<sub>1</sub>, θ<sub>1</sub>)和(x<sub>2</sub>, y<sub>2</sub>),(r<sub>2</sub>, θ<sub>2</sub>)的 原点分别放在河谷左右两肩顶点,分别用于描述子区 域①和②。坐标 x 轴向右为正方向,角度 θ 从 y 轴逆 时针转到 x 轴为正。坐标 x<sub>1</sub> 轴向左为正,角度 θ<sub>1</sub> 从水 平 x<sub>1</sub> 轴逆时针转动为正。坐标 x<sub>2</sub> 轴向右为正,角度 θ<sub>2</sub> 从水平 x<sub>2</sub> 轴顺时针转动为正。模型受柱面 SH 波作用, 震源位置在整体极坐标系(r, θ)中为(r<sub>0</sub>, θ<sub>0</sub>),在整体 直角坐标系(x, y)中为(x<sub>0</sub>, y<sub>0</sub>),圆频率为 ω,介质振 动在出平面方向(即 z 方向)。



图 7 非对称 V 形河谷二维模型(修改自 Zhang 等<sup>[80]</sup>)

Fig. 7 2D model for a non-symmetrical V-shaped canyon (after Zhang et al.<sup>[80]</sup>)

内域①和②稳态位移 ui 均须满足各自极坐标系下

的齐次亥姆霍兹方程:

$$\frac{\partial^2 u_j}{\partial r_j^2} + \frac{1}{r_j} \frac{\partial u_j}{\partial r_j} + \frac{1}{r_j^2} \frac{\partial^2 u_j}{\partial \theta_j^2} + k^2 u_j = 0 \quad , \qquad (64)$$

式中, j=1,2分别代表子区域①、②。

而外域③的位移须满足整体极坐标系下的非齐次 亥姆霍兹方程,即

$$\frac{\partial^2 u_3}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_3}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u_3}{\partial \theta^2} + k^2 u_3 = -\frac{\delta(r - r_0)\delta(\theta - \theta_0)}{r}$$
(65)

除了满足亥姆霍兹方程之外,位移*u<sub>j</sub>*应该同时满足在倾斜河谷表面和水平地表的应力自由边界条件:

$$\tau_{\theta_{1}z}^{(1)} = \frac{G}{r_{1}} \frac{\partial u_{1}}{\partial \theta_{1}} = 0 \qquad (\theta_{1} = 0, \ r_{1} \le d - b_{1} \& \theta_{1} = \beta_{1}, r_{1} \le \sqrt{b_{1}^{2} + d^{2}}) \quad ,$$
(66)

$$\tau_{\theta_2 z}^{(2)} = \frac{G}{r_2} \frac{\partial u_2}{\partial \theta_2} = 0 \qquad (\theta_2 = 0, \ r_2 \leq d - b_2 \& \theta_2 = \beta_2,$$

$$r_2 \leqslant \sqrt{b_2^2 + d^2} \quad , \qquad (67)$$

$$\tau_{\theta z}^{(3)} = \frac{G}{r} \frac{\partial u_3}{\partial \theta} = 0 \qquad \left(\theta = \pm \frac{\pi}{2}, \ r \ge d\right) \quad , \qquad (68)$$

以及内、外域之间的虚拟辅助边界上的位移连续和应 力连续条件:

$$u^{\text{inner}}(r,\theta) = u^{\text{outer}}(r,\theta) \quad \left(r = d, -\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}\right) \quad , \quad (69)$$

$$\tau_{rz}^{\text{inner}}(r,\theta) = \tau_{rz}^{\text{outer}}(r,\theta) \quad \left(r = d, -\frac{\pi}{2} \leqslant \theta \leqslant \frac{\pi}{2}\right) \quad (70)$$

以上运动方程(64)、(65)和边界条件(66)~(70) 构成了非对称V形河谷对SH波散射的定解问题。

# 2.2 波场构造与问题求解

(1) 外域波场

在外域,波场 u<sub>3</sub>包含两部分:自由场和散射场。 半空间中的柱面波自由场如公式(61)所示,为了便 于推导,表示为如下形式:

$$u^{f}(r,\theta) = \sum_{n=0}^{\infty} P_{n} J_{2n}(kr) \cos(2n\theta) + \sum_{n=0}^{\infty} Q_{n} J_{2n+1}(kr) \sin[(2n+1)\theta] \quad , \quad (71)$$

其中,

$$P_n = 2\varepsilon_n [\mathrm{H}_{2n}^{(1)}(kr_0) / \mathrm{H}_0^{(1)}(kr_0)] \cos(2n\alpha) \quad , \qquad (72)$$

$$Q_n = -4[\mathrm{H}_{2n+1}^{(1)}(kr_0)/\mathrm{H}_0^{(1)}(kr_0)]\sin[(2n+1)\alpha] \quad . \tag{73}$$

外域中另一部分波场是由于河谷出现引起的散射 场。为了简化问题,已有研究<sup>[63]</sup>常把完整的散射场分 成两部分。本研究中的总散射场也可以类似地分成两 部分: *u*<sup>s1</sup>(*r*,θ)和*u*<sup>s2</sup>(*r*,θ),它们分别代表半圆形河谷 引起的散射场和非对称V形河谷相对于半圆形河谷散 射场的额外贡献,表达式如下:

$$u^{s1}(r,\theta) = \sum_{n=0}^{\infty} P_n \frac{-J'_{2n}(kd)}{H_{2n}^{(1)'}(kd)} H_{2n}^{(1)}(kr) \cos(2n\theta) + \sum_{n=0}^{\infty} Q_n \frac{-J'_{2n+1}(kd)}{H_{2n+1}^{(1)'}(kd)} H_{2n+1}^{(1)}(kr) \sin[(2n+1)\theta], \quad (74)$$
$$u^{s2}(r,\theta) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n H_{2n}^{(1)}(kr) \cos(2n\theta) + \sum_{n=0}^{\infty} B_n H_{2n+1}^{(1)}(kr) \sin[(2n+1)\theta], \quad (75)$$

式中,  $H_n^{(1)'}(\cdot)$ ,  $J_n'(\cdot)$ 代表相应函数 $H_n^{(1)}(\cdot)$ ,  $J_n(\cdot)$ 的微 分,  $A_n \cap B_n$ 为待定波场系数。

值得说明的是,自由场(71)和散射场(74)、(75) 都只含有偶数项余弦角函数和奇数项正弦角函数,从 而自动满足水平地表应力自由边界条件(68)。

(2) 内域波场

对于非对称 V 形河谷,其内域包含两个楔形子区 域①和②,利用前述分数阶波函数展开方法,取 $v_1 = \pi/\beta_1 和 v_2 = \pi/\beta_2$ ,得到内域波场 $u_1 和 u_2$ 分别为

$$u^{c1}(r_{1},\theta_{1}) = \sum_{n=0}^{\infty} C_{n} J_{n\nu_{1}}(kr_{1}) \cos(n\nu_{1}\theta_{1}) \quad , \qquad (76)$$

$$u^{c^{2}}(r_{2},\theta_{2}) = \sum_{n=0}^{\infty} D_{n} J_{n\nu_{2}}(kr_{2}) \cos(n\nu_{2}\theta_{2}) \quad , \quad (77)$$

式中, C, 和 D, 为待求波场系数。需要说明: 子区域

①和②不能接受无穷大位移,因此波场 $u^{c1}(r_1, \theta_1)$ 和 $u^{c2}(r_2, \theta_2)$ 的径向波函数只保留第一类贝塞尔函数 $J_{nv}(kr)$ ;为了满足河谷倾斜表面的应力自由条件,角向波函数须只取余弦项。经验证,方程(76)和(77)分别满足应力自由边界条件(66)和(67)。

要在同一个坐标系解决问题并获得 4 组未知系数  $A_n$ ,  $B_n$ ,  $C_n$ ,  $D_n$ , 需要将局部坐标 $(r_1, \theta_1)$ 和 $(r_2, \theta_2)$ 表达的内域波场变换到整体坐标 $(r, \theta)$ 中。利用 Graf 加法公式<sup>[78, 81]</sup>将内域波场 $u^{c1}$ 和 $u^{c2}$ 用整体坐标 $(r, \theta)$ 表示为

$$u^{c1}(r,\theta) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n \sum_{m=-\infty}^{\infty} U_{mn}^{(1)} \mathbf{J}_{m+n\nu_1}(kr) \cos[(m+n\nu_1)\theta] + \sum_{n=0}^{\infty} C_n \sum_{m=-\infty}^{\infty} V_{mn}^{(1)} \mathbf{J}_{m+n\nu_1}(kr) \sin[(m+n\nu_1)\theta], \quad (78)$$
$$u^{c2}(r,\theta) = \sum_{n=0}^{\infty} D_n \sum_{m=-\infty}^{\infty} U_{mn}^{(2)} \mathbf{J}_{m+n\nu_2}(kr) \cos[(m+n\nu_2)\theta] + \sum_{n=0}^{\infty} D_n \sum_{m=-\infty}^{\infty} U_{mn}^{(2)} \mathbf{J}_{m+n\nu_2}(kr) \cos[(m+n\nu_2)\theta] + \sum_{m=0}^{\infty} D_m \sum_{m=-\infty}^{\infty} D_m \sum_{m=-\infty}^{$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} D_n \sum_{m=-\infty}^{\infty} V_{mn}^{(2)} \mathbf{J}_{m+n\nu_2}(kr) \sin[(m+n\nu_2)\theta] \quad , \quad (79)$$

其中,

$$U_{mn}^{(1)} = \mathbf{J}_m(kb_1)\cos\left[(m+n\upsilon_1)\frac{\pi}{2}\right] \quad , \qquad (80)$$

$$V_{mn}^{(1)} = -\mathbf{J}_m(kb_1)\sin\left[(m+nv_1)\frac{\pi}{2}\right]$$
, (81)

$$U_{mn}^{(2)} = J_m(kb_2)\cos\left[(m+nv_2)\frac{\pi}{2}\right]$$
, (82)

$$V_{mn}^{(2)} = \mathbf{J}_m(kb_2)\sin\left[(m+n\upsilon_2)\frac{\pi}{2}\right] \quad . \tag{83}$$

# (3) 定解问题解答

前文对非对称 V 形河谷进行区域分解,得到了满 足地表应力自由条件的外域波场和满足河谷表面应力 自由条件的内域波场:

$$u^{\text{inner}}(r,\theta) = \begin{cases} u_1 = u^{\text{cl}}(r,\theta) & \left(\theta \in \left[-\frac{\pi}{2},0\right]\right) \\ u_2 = u^{\text{cl}}(r,\theta) & \left(\theta \in \left[0,\frac{\pi}{2}\right]\right) \end{cases}, \quad (84)$$
$$u^{\text{outer}}(r,\theta) = u_3 = u^{\text{f}}(r,\theta) + u^{\text{sl}}(r,\theta) + u^{\text{sl}}(r,\theta)$$
$$\left(\theta \in \left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]\right) \quad \circ \qquad (85)$$

最后,借助于余弦和正弦函数的正交性,利用半圆形辅助边界的位移和应力连续条件列出 4 组方程 组,用标准矩阵方法即可求得四组波场未知系数 *A<sub>n</sub>*, *B<sub>n</sub>*, *C<sub>n</sub>*, *D<sub>n</sub>*。至此,非对称 V 形河谷对 SH 波散射的 定解问题解答完毕,可以计算半空间中任意位置的稳 态位移反应及地形放大因子。

从前文推导可以看出:本方法既不需要在区域内 离散也不需要在任何边界上离散,而且不需要计算格 林函数。由于波场的恰当构造,本方法能够严格满足 无穷远处的辐射条件和河谷表面及水平地表的应力自 由条件。辅助边界的连续条件也得到满足,并且辅助 边界上任意点的位移连续和应力连续都可以方便地进 行检查,从而确定级数解是否收敛到真解。这样,提 出的波函数级数解可以得到精度很高的结果。

#### 2.3 波的散射与地形放大效应

为了方便,在算例计算之前定义非对称 V 形河谷 模型的入射波无量纲频率  $\eta = d/\lambda_s = kd/(2\pi)$ ,其中, $\lambda_s$ 为入射 SH 波的波长, $k = \omega/V_s$ 为剪切波数,d为河谷 的深度。与对称 V 形河谷一致,定义非对称 V 形河谷 的地震放大因子为 $|u|/|u^f|$ ,它是无量纲频率的函数,放 大因子大于 1 表示该频率的运动会被放大,小于 1 说 明减小。

对于竖向入射情况(α=0°),如图8所示,同 一频率下不同位置的地面运动放大因子在1上下变 化,意味着交替放大与衰减。一般而言,河谷两肩地 面运动放大最为强烈,由于河谷的形状不对称,左肩 (x/d=1/2)的放大比右肩(x/d=1/4)更加明显,最 大地形放大因子超过1.5倍;河谷谷底地面运动在多 数频率下比自由场有所减小;河谷谷壁的地面运动随 着位置交替放大和减小。对于斜入射情况(α=20°), 如图9所示,迎波侧地面运动放大相比竖向入射更为 强烈,最大放大因子超过2倍,背波侧河谷表面以及 水平地表的地面运动幅值常略低于自由场,这是由于 非对称 V 形河谷的过滤而产生了地震波的阴影区。观 察图8和图9中地面运动可以看出河谷的非对称性导 致地震放大效应的非对称性,且随着无量纲频率越大, 地面运动的放大和衰减交替越频繁,非对称性越明显。



- 图 8 左侧半宽为 b<sub>1</sub>/d = 1/2,右侧半宽为 b<sub>2</sub>/d = 1/4 的非对称 V
   形河谷在竖向入射 SH 波作用下(α = 0°)的地表位移放大
   因子随位置 x/d 与无量纲频率 η 的变化情况 (修改自 Zhang 等<sup>[80]</sup>)
- Fig. 8 Amplification factors for surface displacement amplitudes as a function of x/d and  $\eta$  for a non-symmetrical V-shaped canyon with  $b_1/d=1/2$ ,  $b_2/d=1/4$  under vertically incident SH waves at  $\alpha=0^{\circ}$  (after Zhang et al.<sup>[80]</sup>)



- 图 9 左侧半宽为 b<sub>1</sub>/d = 1/2,右侧半宽为 b<sub>2</sub>/d = 1/4 的非对称 V
   形河谷在斜入射 SH 波作用下(α = 20°)的地表位移放大因
   子随位置 x/d 与无量纲频率 η 的变化情况 (修改自 Zhang 等<sup>[80]</sup>)
- Fig. 9 Amplification factors of surface displacement amplitudes as a function of x/d and  $\eta$  for a non-symmetrical V-shaped canyon with  $b_1/d=1/2$ ,  $b_2/d=1/4$  under obliquely incident SH waves at  $\alpha = 20^\circ$  (after Zhang et al.<sup>[80]</sup>)

# 3 U 形河谷场地地震波传播模型与散射规律

### 3.1 U形河谷场地 SH 波传播模型

采用新的区域分解策略建立了U形河谷模型,如 图 10 所示,深度为 d,半宽为 b<sub>1</sub>(左侧)和 b<sub>2</sub>(右侧)。 模型的介质假设为弹性、各向同性、均质,介质的剪 切模量 G 和剪切波速 V<sub>s</sub>为常数。U形河谷受柱面 SH 波作用,与非对称 V 形河谷完全一致。



图 10 U 形河谷二维模型图(修改自 Gao 等<sup>[82]</sup>)

Fig. 10 2D model for a U-shaped canyon (after Gao et al.<sup>[82]</sup>)

通过多坐标的联合使用,克服了河谷形状不符合 单一坐标系的难题,所选择的区域分解策略使分离变 量法在多坐标模型上得到了应用,发展了传统的波函 数展开法,获得了U形河谷场地地震波传播模型的理 论解答<sup>[82]</sup>。具体过程如下:首先采用半径为d的半圆 辅助边界把整个区域分解成3个子区域,子区域①和② 构成内域,子区域③构成外域。子区域①、②和③的 运动控制方程与非对称V形河谷完全一致,参见方程 (64)、(65)。类似于非对称V形河谷,各区域的波场 还需要满足河谷表面和水平地表的应力自由边界条件、以及内域同外域之间的位移连续和应力连续条件。 运动方程和边界条件构成了U形河谷模型的定解问题,具体表达式不再赘述。

由于U形河谷相对于非对称V形河谷多了弧形底 部边界,解析解推导过程难点在于所构造的波场需要 额外满足河谷底部的应力自由条件。为此,联合角度 $\theta$ 在[ $-\beta_0$ , $\beta_0$ ]区间的河谷底部应力自由条件和[ $-\pi/2$ ,  $-\beta_0$ ]&[ $\beta_0$ , $\pi/2$ ]区间的辅助边界上的应力连续条件,应 用余弦和正弦函数的正交性,对其在合并区间[ $-\pi/2$ ,  $\pi/2$ ]积分,可以获得关键的两个波场系数求解方程:

$$\begin{split} A_{q} &= \sum_{n=0}^{\infty} C_{n} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{\mathcal{E}_{q}}{\pi \mathrm{H}_{2q}^{(1)'}(kd)} [U_{mn}^{(1)} \mathbf{J}_{m+m\nu_{1}}^{\prime}(kd) \lambda_{m,n,q}^{\mathrm{cl}} + \\ V_{mn}^{(1)} \mathbf{J}_{m+n\nu_{1}}^{\prime}(kd) \lambda_{m,n,q}^{\mathrm{sl}}] + \sum_{n=0}^{\infty} D_{n} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{\mathcal{E}_{q}}{\pi \mathrm{H}_{2q}^{(1)'}(kd)} \cdot \\ &[U_{mn}^{(2)} \mathbf{J}_{m+n\nu_{2}}^{\prime}(kd) \lambda_{m,n,q}^{\mathrm{c2}} + V_{mn}^{(2)} \mathbf{J}_{m+n\nu_{2}}^{\prime}(kd) \lambda_{m,n,q}^{\mathrm{s2}}], \quad (86) \\ B_{q} &= \sum_{n=0}^{\infty} C_{n} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{2}{\pi \mathrm{H}_{2q+1}^{(1)}{}'(kd)} [U_{mn}^{(1)} \mathbf{J}_{m+n\nu_{1}}^{\prime}(kd) \mu_{m,n,q}^{\mathrm{c1}} + \\ &V_{mn}^{(1)} \mathbf{J}_{m+n\nu_{1}}^{\prime}(kd) \mu_{m,n,q}^{\mathrm{s1}}] + \sum_{n=0}^{\infty} D_{n} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{2}{\pi \mathrm{H}_{2q+1}^{(1)}{}'(kd)} \cdot \\ &[U_{mn}^{(2)} \mathbf{J}_{m+n\nu_{2}}^{\prime}(kd) \mu_{m,n,q}^{\mathrm{c2}} + V_{mn}^{(2)} \mathbf{J}_{m+n\nu_{2}}^{\prime}(kd) \mu_{m,n,q}^{\mathrm{s2}}], \quad (87) \\ &\mathbb{K} \oplus, \lambda_{m,n,q}^{\mathrm{c1}}, \lambda_{m,n,q}^{\mathrm{s1}}, \lambda_{m,n,q}^{\mathrm{c2}}, \lambda_{m,n,q}^{\mathrm{s2}}, \mu_{m,n,q}^{\mathrm{c1}}, \mu_{m,n,q}^{\mathrm{s1}}, \mu_{m,n,q}^{\mathrm{c2}}, \\ &\mu_{m,n,q}^{\mathrm{s2}} \oplus \mathbb{K} \,\mathbb{K} \,\mathbb{K} \,\mathrm{ID} \,\mathbb{F} \,\mathrm{ID} \,\mathbb{K} \,\mathbb{K} \,\mathbb{K} \,\mathrm{ID} \,\mathbb{K} \,\mathbb{K} \,\mathbb{K} \,\mathrm{ID} \,\mathbb{K} \,\mathbb{K} \,\mathbb{K} \,\mathrm{ID} \,\mathbb{K} \,\mathbb{K}$$

$$\lambda_{m,n,q}^{c1} = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{-\frac{\beta_{0}}{2}} \cos[(m+n\upsilon_{1})\theta] \cos(2q\theta) d\theta$$

$$= \begin{cases} \pi/2 - \beta_{0} & (m+n\upsilon_{1} = 2q = 0) \\ \frac{\pi - 2\beta_{0}}{4} - \frac{\sin(4q\beta_{0})}{8q} & (m+n\upsilon_{1} = \pm 2q \neq 0) \\ \frac{1}{2} \left\{ \frac{\sin[(m+n\upsilon_{1} - 2q)\pi/2] - \sin[(m+n\upsilon_{1} - 2q)\beta_{0}]}{m+n\upsilon_{1} - 2q} + \frac{\sin[(m+n\upsilon_{1} + 2q)\pi/2] - \sin[(m+n\upsilon_{1} + 2q)\beta_{0}]}{m+n\upsilon_{1} + 2q} \right\} \quad (m+n\upsilon_{1} \neq \pm 2q) \end{cases}$$
(88)

$$= \begin{cases} 0 & (m+n\upsilon_{1}=2q=0) \\ \frac{1-\cos(4q\beta_{0})}{8q} & (m+n\upsilon_{1}=2q\neq0) \\ -\frac{1-\cos(4q\beta_{0})}{8q} & (m+n\upsilon_{1}=-2q\neq0) \\ \frac{1}{2} \left\{ \frac{\cos[(m+n\upsilon_{1}-2q)\pi/2] - \cos[(m+n\upsilon_{1}-2q)\beta_{0}]}{m+n\upsilon_{1}-2q} + \frac{\cos[(m+n\upsilon_{1}+2q)\pi/2] - \cos[(m+n\upsilon_{1}+2q)\beta_{0}]}{m+n\upsilon_{1}+2q} \right\} (m+n\upsilon_{1}\neq\pm2q) \\ \end{cases}$$
(90)

$$\lambda_{m,n,q}^{s2} = \int_{\beta_0}^{\frac{\pi}{2}} \sin[(m+n\nu_2)\theta] \cos(2q\theta) d\theta$$

$$= \begin{cases} 0 & (m+n\nu_2 = 2q = 0) \\ -\frac{1-\cos(4q\beta_0)}{8q} & (m+n\nu_2 = 2q \neq 0) \\ \frac{1-\cos(4q\beta_0)}{8q} & (m+n\nu_2 = -2q \neq 0) \\ -\frac{1}{2} \left\{ \frac{\cos[(m+n\nu_2 - 2q)\pi/2] - \cos[(m+n\nu_2 - 2q)\beta_0]}{m+n\nu_2 - 2q} + \frac{\cos[(m+n\nu_2 + 2q)\pi/2] - \cos[(m+n\nu_2 + 2q)\beta_0]}{m+n\nu_2 + 2q} \right\} (m+n\nu_2 \neq \pm 2q) \end{cases}$$
(91)

$$\mu_{m,n,q}^{c_1} = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{-\beta_0} \cos[(m+n\nu_1)\theta] \sin[(2q+1)\theta] d\theta$$

$$= \begin{cases} -\frac{1+\cos[2(2q+1)\beta_0]}{4(2q+1)} & (m+n\nu_1 = \pm(2q+1)) \\ \frac{1}{2} \left\{ \frac{-\cos[(m+n\nu_1 - 2q-1)\pi/2] + \cos[(m+n\nu_1 - 2q-1)\beta_0]}{m+n\nu_1 - 2q-1} + \frac{\cos[(m+n\nu_1 + 2q+1)\pi/2] - \cos[(m+n\nu_1 + 2q+1)\beta_0]}{m+n\nu_1 + 2q+1} \right\} (m+n\nu_1 \neq \pm(2q+1)) \end{cases}$$
(92)

$$\mu_{m,n,q}^{c^{2}} = \int_{\beta_{0}}^{\frac{\pi}{2}} \cos[(m+n\nu_{2})\theta] \sin[(2q+1)\theta] d\theta$$

$$= \begin{cases} \frac{1+\cos[2(2q+1)\beta_{0}]}{4(2q+1)} & (m+n\nu_{2}=\pm(2q+1)) \\ \frac{1}{2} \left\{ \frac{\cos[(m+n\nu_{2}-2q-1)\pi/2] - \cos[(m+n\nu_{2}-2q-1)\beta_{0}]}{m+n\nu_{2}-2q-1} + \frac{-\cos[(m+n\nu_{2}+2q+1)\pi/2] + \cos[(m+n\nu_{2}+2q+1)\beta_{0}]}{m+n\nu_{2}+2q+1} \right\} (m+n\nu_{2}\neq\pm(2q+1)) \end{cases}$$
(93)

$$\mu_{m,n,q}^{s1} = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{-\frac{\beta_{0}}{2}} \sin[(m+n\upsilon_{1})\theta] \sin[(2q+1)\theta] d\theta$$

$$= \begin{cases} \frac{\pi - 2\beta_{0}}{4} + \frac{\sin[2(2q+1)\beta_{0}]}{4(2q+1)} & (m+n\upsilon_{1} = 2q+1) \\ -\frac{\pi - 2\beta_{0}}{4} - \frac{\sin[2(2q+1)\beta_{0}]}{4(2q+1)} & (m+n\upsilon_{1} = -(2q+1)) \\ \frac{1}{2} \left\{ \frac{\sin[(m+n\upsilon_{1} - 2q-1)\pi/2] - \sin[(m+n\upsilon_{1} - 2q-1)\beta_{0}]}{m+n\upsilon_{1} - 2q-1} + \frac{\sin[(m+n\upsilon_{1} + 2q+1)\pi/2] + \sin[(m+n\upsilon_{1} + 2q+1)\beta_{0}]}{m+n\upsilon_{1} + 2q+1} \right\} (m+n\upsilon_{1} \neq \pm(2q+1)) \end{cases}$$

$$(94)$$

$$\mu_{m,n,q}^{s2} = \int_{\beta_0}^{\frac{\pi}{2}} \sin[(m+n\upsilon_2)\theta] \sin[(2q+1)\theta] \mathrm{d}\theta$$

$$= \begin{cases} \frac{\pi - 2\beta_0}{4} + \frac{\sin[2(2q+1)\beta_0]}{4(2q+1)} & (m+n\nu_2 = 2q+1) \\ -\frac{\pi - 2\beta_0}{4} - \frac{\sin[2(2q+1)\beta_0]}{4(2q+1)} & (m+n\nu_2 = -(2q+1)) \\ \frac{1}{2} \left\{ \frac{\sin[(m+n\nu_2 - 2q-1)\pi/2] - \sin[(m+n\nu_2 - 2q-1)\beta_0]}{m+n\nu_2 - 2q-1} + \frac{\sin[(m+n\nu_2 + 2q+1)\pi/2] + \sin[(m+n\nu_2 + 2q+1)\beta_0]}{m+n\nu_2 + 2q+1} \right\} (m+n\nu_2 \neq \pm (2q+1)) \end{cases}$$

(95)

然后,对位移连续条件在[ $-\pi/2$ ,  $-\beta_0$ ]&[ $\beta_0$ ,  $\pi/2$ ] 区间积分,可得到另外2个方程,最后将这4组方程联 立可以求出4组波场系数 $A_n$ ,  $B_n$ ,  $C_n$ ,  $D_n$ , 至此,完成 了U形河谷SH波传播模型的解答。

# 3.2 直下型地震作用下 U 形河谷谷底的放大效应

图 11 给出了竖向入射 SH 波作用下形状参数为  $b_1/d$ ,  $b_2/d$ ,  $d_0/d=0.5$ , 0.5, 0.9 的 U 形河谷地表位移 幅值随着无量纲距离 x/d 和无量纲频率  $\eta$  的变化情况。 无量纲频率的定义同非对称 V 形河谷, 即  $\eta = d/\lambda_s = kd/(2\pi)$ 。对于这种侧壁近竖直的 U 形河谷 ( $\beta_1 = \beta_2 \approx$ 94°),  $\eta = 1$  对应于入射波长与河谷宽度 ( $b_1+b_2$ ) 相 当的情况。注意到由于对称的几何形状和竖直入射的 SH 波,表面位移幅值也是对称的。在大部分的计算 频率上最大位移幅值发生在河谷底部。这与之前人们 认为的在竖直入射地震波作用下凹陷地形底部产生明 显的衰减或很小的放大不同<sup>[12,83]</sup>。这个结果补充了前 人对地形效应的认识,提示人们注意凹陷地形底部对 地面运动的异常放大,谷底的放大效应已被亚利桑那 州立大学 Ronald Dorn 教授用于解释中世纪暖期亚利 桑那州的大量山体落石与滑坡现象<sup>[84]</sup>。



- 图 11 竖向入射条件下形状参数为 b1/d= 0.5, b2/d= 0.5, d0/d =0.9 的 U 形河谷地表位移幅值放大因子(修改自 Gao 等<sup>[82]</sup>)
- Fig. 11 Amplification factors of surface displacement amplitudes for a U-shaped canyon with  $b_1/d = 0.5$ ,  $b_2/d = 0.5$ ,  $d_0/d = 0.9$ under vertically incident SH waves ( $\alpha = 0^\circ$ ) (after Gao et al.<sup>[82]</sup>)

# 4 半圆形沉积河谷场地地震波传播模型与散射规律

河谷常有沉积物(覆盖层)<sup>[85-88]</sup>,在部分填充半

圆形沉积谷的弹性模型<sup>[60,89]</sup>基础上,可以建立考虑覆 盖层阻尼特性的部分填充半圆形沉积谷的黏弹性解析 模型,从而揭示覆盖层对沉积谷场地效应的影响。二 维沉积谷模型如图 12 所示,表示半空间中半径为 a 的部分填充半圆形沉积谷。沉积谷表面半宽为 b, 沉 积谷表面到水平地面的距离为 d, 沉积物填充厚度为 h。整个空间分成两个子区域,沉积谷覆盖层和基岩, 分别以①和②表示。覆盖层介质假设成黏弹性、均质、 各向同性,根据弹性--黏弹性对应原理<sup>[90]</sup>,材料特性 以复剪切模量  $G_1^* = G_1(1-2i\xi)$  和复剪切波速  $V_{s1}^* = V_{s1}\sqrt{1-2i\xi}$ 表示,其中  $\xi$  为覆盖层材料阻尼比; 基岩介质假设成弹性、均质、各向同性,材料特性以 剪切模量 G2和剪切波速 Vs2表示。首先在沉积谷圆形 边界的曲率中心即圆心处建立一个整体直角坐标系 (x, y)和一个整体极坐标系 $(r, \theta)$ 。x 轴的正方向向右, 角度 $\theta$ 从竖向的v轴逆时针转向x轴为正。然后在子 区域①即沉积谷中,定义一个局部直角坐标系(x1, y1) 和一个局部极坐标系( $r_1$ ,  $\theta_1$ )。这两个坐标系的原点都 设在沉积谷表面中点处。 $x_1$ 轴的正方向向右,角度 $\theta_1$ 



从竖向的 y1 轴逆时针转向 x1 轴为正。

- 图 12 部分填充半圆形黏弹性沉积谷二维模型(修改自 Zhang 等<sup>[89]</sup>)
- Fig. 12 2D model for a partially filled visco-elastic semi-circular alluvial valley (after Zhang et al.<sup>[89]</sup>)

与对称 V 形河谷、非对称 V 形河谷和 U 形河谷 以实系数亥姆霍兹方程为运动控制方程不同,沉积河 谷模型中的黏弹性覆盖层介质位移 *u*<sub>1</sub> 应该满足如下 复系数亥姆霍兹方程:

$$\frac{\partial^2 u_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_1}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u_1}{\partial \theta^2} + (k_1^*)^2 u_1 = 0 \quad , \quad (96)$$

式中, $k_1^* = \omega / V_{s1}^*$ 为黏弹性覆盖层的复波数。由于是稳态情况,时间因子 exp( $-i\omega t$ )省略。

除了运动方程, 黏弹性覆盖层位移u<sub>1</sub>还应满足沉 积谷表面的剪应力自由条件:

$$\tau_{\theta_{l}\bar{z}_{1}}^{(1)} = \frac{G_{1}^{*}}{r_{1}} \frac{\partial u_{1}}{\partial \theta_{1}} = 0 \qquad \left(\theta_{1} = \pm \frac{\pi}{2}, \ r_{1} \leq b\right) \quad , \quad (97)$$

另外,沉积谷覆盖层与基岩的完美连接假设要求两个

子区域的位移场和应力场都要连续:

$$u_1(r,\theta) = u_2(r,\theta) \quad (r = a, |\theta| \le \gamma) \quad , \qquad (98)$$

$$\tau_{rz}^{(1)}(r,\theta) = \tau_{rz}^{(2)}(r,\theta) \quad (r = a, \ |\theta| \le \gamma) \ , \ (99)$$

其中,  $\tau_{rz}^{(1)}(r,\theta) = G_1^* \frac{\partial u_1}{\partial r}$ 。

在子区域②中,基岩波场u<sub>2</sub>包括两部分:自由场 和散射场,表达式如下:

$$u^{f}(r,\theta) = \sum_{n=0}^{\infty} P_{n} J_{2n}(k_{2}r) \cos(2n\theta) + \sum_{n=0}^{\infty} Q_{n} J_{2n+1}(k_{2}r) \cdot \sin[(2n+1)\theta] , \qquad (100)$$

$$u^{s}(r,\theta) = \sum_{n=0}^{\infty} A_{n} H_{2n}^{(1)}(k_{2}r) \cos(2n\theta) + \sum_{n=0}^{\infty} B_{n} H_{2n+1}^{(1)}(k_{2}r) \cdot \sin[(2n+1)\theta] , \qquad (101)$$

式中, *P<sub>n</sub>*和 *Q<sub>n</sub>*的表达式见方程(72)和(73), *A<sub>n</sub>*和 *B<sub>n</sub>*为待求的波场系数。

构造子区域①即沉积谷覆盖层的驻波场来满足运动方程(96)和应力自由条件(97),写为

$$u^{c}(r_{1},\theta_{1}) = \sum_{n=0}^{\infty} C_{n} J_{2n}(k_{1}^{*}r_{1})\cos(2n\theta_{1}) + \sum_{n=0}^{\infty} D_{n} J_{2n+1}(k_{1}^{*}r_{1})\sin[(2n+1)\theta_{1}] , \quad (102)$$

式中, C<sub>n</sub>和D<sub>n</sub>为待求的波场系数。

为了在整体坐标系(*r*, *θ*)中解决问题,需要基于 Graf加法理论<sup>[78,91]</sup>推导出一个坐标转换公式:

$$J_{n}(k_{1}^{*}r_{1})\begin{cases} \cos(n\theta_{1})\\ \sin(n\theta_{1}) \end{cases} = \sum_{m=0}^{\infty} J_{n}(k_{1}^{*}r)\frac{\varepsilon_{m}}{2} \cdot \\ \begin{cases} [(-1)^{n} J_{m+n}(k_{1}^{*}d) + J_{m-n}(k_{1}^{*}d)]\cos(m\theta)\\ [-(-1)^{n} J_{m+n}(k_{1}^{*}d) + J_{m-n}(k_{1}^{*}d)]\sin(m\theta) \end{cases}$$
 (103)

利用方程 (103),可以得到以整体坐标系(r, θ) 表示的驻波场:

$$u^{c}(r,\theta) = \sum_{n=0}^{\infty} C_{n} \sum_{m=0}^{\infty} M_{mn} \mathbf{J}_{m}(k_{1}^{*}r) \cos(m\theta) + \sum_{n=0}^{\infty} D_{n} \sum_{m=0}^{\infty} N_{mn} \mathbf{J}_{m}(k_{1}^{*}r) \sin(m\theta) \quad , \quad (104)$$

其中,

$$M_{mn} = \frac{\varepsilon_m}{2} [\mathbf{J}_{m+2n}(k_1^*d) + \mathbf{J}_{m-2n}(k_1^*d)] \quad , \qquad (105)$$

$$N_{mn} = \frac{\varepsilon_m}{2} [\mathbf{J}_{m+2n+1}(k_1^*d) + \mathbf{J}_{m-2n-1}(k_1^*d)] \quad . \tag{106}$$

最后,借助两个子区域的位移和应力场的连续条件和沉积谷弯曲侧壁上的应力自由条件可以得到未知 系数*A<sub>n</sub>*, *B<sub>n</sub>*, *C<sub>n</sub>*, *D<sub>n</sub>*。这样,得到了两个子区域的级 数形式的波场。

至此,完成了含有黏弹性覆盖层的沉积谷模型的

级数解的推导,可用于计算出半空间中任意位置的稳态位移  $u_j$  (下标 j = 1, 2 分别表示沉积谷覆盖层和基岩)。与前面模型一致,将位移幅值除以自由场位移幅值进行标准化,得到场地放大因子,即 $|u_j|/|u^f|$ 。沉积谷模型的无量纲频率定义为 $\eta = 2a/\lambda_s = k_2a/\pi$ ,其中 $\lambda_s$ 为入射波的波长。

图 13 给出了竖向入射条件下覆盖层阻尼比 $\zeta$ 分别 为 0.01, 0.05, 0.1 和 0.2 的放大因子变化情况。对于  $\xi = 0.01$  的小阻尼情况,图 13 (a)显示了沉积谷覆 盖层明显的放大效应:放大因子最大为 6 倍左右;当 覆盖层阻尼比 $\xi$ 增大至 0.05 时(图 13 (b)),放大因 子最大为 3.5 倍; $\xi = 0.1$ 时(图 13 (c)),放大因子 降至 3 倍以内; $\xi$ 增大至 0.2 时(图 13 (d)),放大因 子进一步降至 2 倍以内,这表明覆盖层受阻尼的影响, 地震波的低频成分发生放大,而高频成分容易被过滤 掉。

# 5 工程应用

#### 5.1 河谷边坡工程

河谷两侧边坡在地震作用下会发生滑坡灾害,且 由于滑坡规模大极易阻塞河道产生堰塞湖(如汶川地 震形成的唐家山堰塞湖<sup>[92]</sup>),堰塞湖不及时处置会引 起溃决造成巨大洪涝灾害。因此,河谷边坡的地震稳 定性评价尤为重要。

河谷边坡稳定性分析主要采用极限平衡法<sup>[93-94]</sup>、 极限分析法<sup>[95]</sup>以及有限元数值分析法<sup>[96-97]</sup>,对于空间 效应显著的情况还需要采用三维分析方法[98-105]。地震 作用下稳定性评价可以采用拟静力法、Newmark 滑块 法<sup>[106]</sup>、有限元强度折减法<sup>[107]</sup>、FLAC 动力强度折减 法[108]等,其中拟静力法被广泛应用于实际工程,但其 难以考虑地震动的传播特性,尤其是高山峡谷的复杂 场址条件引起的地震放大效应[109-111]。地震放大效应 也被中国相关规范多次提及,如《水电工程水工建筑 物抗震设计规范(NB35047-2015)》<sup>[112]</sup>第4.3.3条指 出"边坡地震惯性力的放大效应与岸坡山体边坡在岸 坡中的位置有关",《水电水利工程边坡设计规范 (DL/T5353-2006)》<sup>[113]</sup>第 7.2.4 条指出"重要的问 题之一是如何考虑地震加速度沿高度的放大效应,这 对于边坡按高度和陡度的分类和稳定性评价也是重要 的依据"。目前,有限的实测资料<sup>[109]</sup>和试验研究<sup>[110]</sup> 还不足以对地震放大效应做出明确规定,基于本文的 河谷场地地震波传播模型与散射规律可以尝试解决此 问题。下面将结合算例对此进行说明。

以 V 形河谷为例, 简化计算模型及计算参数如图



图 13 竖向入射下填充比为 *h/a* = 0.5 的半圆形黏弹性沉积谷(阻尼比 ζ=0.01, 0.05, 0.10, 0.20) 放大因子随位置 *x/a* 与无量纲频 率 η 的变化情况。

Fig. 13 3D plots of amplification factors as a function of dimensionless distance x/a and dimensionless frequency  $\eta$  for a partially filled alluvial valley with h/a = 0.5 and  $\xi = 0.01, 0.05, 0.10, 0.20$  subjected to vertically incident waves

14 所示: 谷深为 40 m, 坡度为 75°, 密度 $\rho$  为 1800 kg/m<sup>3</sup>, 波速  $V_{\rm s}$  为 400 m/s, c 为 100 kPa,  $\phi$ 为 35°, 地震水平入射。

以汶川地震茂县地震波<sup>[114]</sup>作为地震动输入,应用 本文"1.2"节理论成果可以得到 V 形河谷两侧任意点 输入地震波,进而基于 Bishop 极限平衡分析,采用拟 静力法计算得到随地震时程变化的边坡安全系数。图 15 分别给出了 V 形河谷迎震一侧常规一致地震输入 和考虑河谷地形影响非一致地震输入的边坡安全系数 随地震时程的变化曲线。通过对比可以发现:河谷地 形引起的地震放大效应显著(图 16),考虑河谷地形 影响后,边坡最小安全系数由 1.00 降低为 0.94,此时 若直接采用常规地震输入进行地震边坡稳定性评价会









带来风险,不利于边坡抗震设计与稳定控制。

5.2 土石坝工程

(1) 土石坝地震反应分析

土石坝地震反应分析一般假定在基岩面各个位置 施加相同的惯性力即一致性输入的方法,但越来越多 的地震动密集台网得到的地震记录表明:河谷场地的 地震放大效应会造成地震动在空间上存在明显的差异 性。Zhang等<sup>[115]</sup>通过对汶川地震中紫坪铺面板堆石坝 震害调查,发现了地震的非一致性会引起坝体变形的 差异以及周边缝的不连续变位,从而威胁坝体的防渗

图 15 V 形河谷随地震时程变化的边坡安全系数

Fig. 15 Calculated factors of safety with time history

系统。因此,土石坝地震反应分析有必要采用非一致 地震动输入方法,如何确定土石坝地震输入成为土石 坝抗震分析一个重要的问题,而基于本文所述的河谷 场地地震波传播模型与散射规律可以用来尝试解决此 问题。



图 16 V 形河谷迎震侧 *t* = 22.42 s 地震加速度放大因子分布图 (*F*<sub>s</sub> = 0.94)

Fig. 16 Distribution of seismic amplification factors in cross-

section of V-shaped canyon at t = 22.42s ( $F_s = 0.94$ )

以遭受汶川地震的某水库土石坝为例,其所在的 河谷场地可近似为 V 形河谷(图 17),基岩密度ρ为 2650 kg/m<sup>3</sup>,剪切波速 V<sub>s</sub>为1773 m/s<sup>[116]</sup>。以汶川地震 茂县地震波作为地震输入,应用本文 1.2 节理论成果 可以得到河谷边界各点处地震波,图 18 给出了河谷谷 底"0"点位置在不同地震入射方式下的地震加速度时 程。从表1可以看出:相比输入地震加速度,水平入 射方式使得河谷场地迎波侧地震明显放大(1.03~ 1.88 倍),而河谷背波侧则发生衰减(0.62~0.95 倍)。 通过上述方法获得了河谷边界地震波,就可以采用现 有土石坝地震反应分析方法开展非一致地震响应分 析<sup>[117-118]</sup>,通过与一致地震输入结果进行对比分析, 进一步揭示地震非一致性的影响规律,尤其是河谷边 界这种差异性放大效应,对土石坝抗震分析有很大影 响,限于篇幅,本文不再详细举例说明。



图 17 四川某河谷计算模型

Fig. 17 Model for seismic response analysis of a V-shaped canyon located in Sichuang Province, China

(2) 坝坡地震稳定性分析

坝坡地震稳定性分析方法主要分为两大类:基于 极限平衡理论的拟静力法和基于强度折减的动力有限 元法,通过这两种方法可以计算获得其最小安全系数



图 18 谷底(0 点) 输入地震波

Fig. 18 Input of seismic waves at bottom of V-shaped canyon (point 0)

#### 表 1 河谷底部各点地震加速度放大倍数

Table 1 Times of seismic amplification at bottom of V-shaped

	canyon								
计算	迎波侧					背波侧			
点	7	5	3	1	0	2	4	6	8
水平 入射	1.03	1.61	1.88	1.69	1.78	0.95	0.70	0.62	0.66

用于评估地震坝坡稳定性。这种单一的安全系数评价 标准难以准确评估地震坝坡稳定性,徐佳成等<sup>[119]</sup>提出 了从失效概率角度来评估地震坝坡安全度,通过典型 算例分析揭示了单一的安全系数与可靠度指标的相关 性,为坝坡地震稳定性设计的安全系数取值标准提供 了参考。拟静力法由于其简单易用,被广泛应用于实 际工程中,特别是大量的中小型水库的土石坝工程, 积累了很多的工程经验。虽然这种简化方法有很多不 足,但是仍然作为中国土石坝抗震规范<sup>[112]</sup>的坝坡稳定 性分析基本计算方法。

《碾压式土石坝设计规范》在 8.3.9 条<sup>[120]</sup>和 10.3.10 条<sup>[121]</sup>均规定"坝坡抗滑稳定计算应采用刚体 极限平衡法",对坝坡地震稳定性进行分析。大量坝顶 地震实测数据表明了地震随坝高增加的放大效应,《水 电工程水工建筑物抗震设计规范》(NB35047—2015)<sup>[112]</sup> 在 6.1.4 条给出了地震惯性力随坝高的动态分布系数 (如图 19 所示),据此可以考虑地震放大效应进行坝 坡抗震设计。该规范给出的分布系数是一种经验公式, 难以反映实际河谷场地地震放大效应,具体体现在两 个方面:①坝基面地震惯性力分布系数是否为"1.0"; ②地震惯性力动态分布系数是否沿坝高线性或分段线 性分布。基于本文的河谷场地地震波传播模型与散射 规律可以尝试解决这两个问题。

从图 19 可以看出:低坝(坝高小于 40 m)地震 惯性力沿坝高变化较大,亦即河谷场地地震放大效应 较大,故此,对低坝进行坝坡地震稳定性对比分析更

有意义。山东某土坝,坝高 30 m,于 1970 年 12 月动 工兴建,1971年9月建成,由于当时相关理论的缺乏 和筑坝技术的限制,该坝由碾压质量较差的土体堆积 而成。下面以此水库土坝进行坝坡地震稳定性计算分 析: 基岩密度ρ为 2650 kg/m<sup>3</sup>, 波速 V<sub>s</sub>为 1000 m/s, 坝体密度 $\rho$ 为1680 kg/m<sup>3</sup>,波速  $V_s$ 为300 m/s,阻尼 比ξ为 0.05。库区的相应地震基本烈度为Ш度, 地震动 峰值加速度为 0.10g, 采用汶川地震茂县地震波进行水 平入射,应用本文所建立的河谷场地地震波传播理论 可以计算得到地震惯性力沿坝高动态分布系数(图 20),相对于规范<sup>[112]</sup>中给出的动态分布系数值,河谷 场地对坝体地震放大效应更加显著。根据碾压式土石 坝设计规范[121]中 7.2.3 条规定选取"最大断面"进行 坝坡地震稳定分析,该土坝坝坡稳定计算断面和参数 如图 21 所示。基于拟静力法采用规范给出的地震惯性 力动态分布系数(图 20 虚线)计算得到的坝坡地震稳 定安全系数为0.81,用考虑河谷地形放大效应的动态 分布系数(图 20 实线)计算得到坝坡地震稳定安全系 数为 0.76。经权威部门抗震鉴定,该水库土坝坝坡地 震稳定性达不到规范要求,是一座病险土坝,本文两 种计算结果与此结论相吻合,但是考虑本文提出的河 谷场地地震放大效应的坝坡地震稳定性计算得到的安 全系数更小,据此进行抗震分析与加固更能保障大坝 安全。











# 6 结 论

自然界存在平坦、凸起和凹陷3种常见的地形及 场地条件,而河谷场地是一种常见的凹陷地形,且在 河谷场地修建了大量工程(如土石坝、桥梁等),实际 震害调查表明地形及场地条件对地震灾害影响很大。 本文针对河谷场地地震波传播理论与散射规律,全面 总结了笔者及其课题组长期的研究工作与成果。

(1)河谷场地地震波传播理论研究常采用平面波 进行入射激励,这与实际地震波差别较大。以线源柱 面 SH 波作为入射波,构造线源柱面 SH 波在半空间 中的自由场,建立了柱面 SH 波作用下的对称 V 形河 谷场地模型,给出了其理论解答,并进行了自由场理 论验证以及实测地震记录验证;定义了近源激励下的 放大因子,展现了入射波波前弯曲及其地形放大效应, 奠定了近源地震作用下河谷场地放大效应研究的理论 基础。

(2)由于气候条件、地形条件、地质条件等不同, 一般河流的上游河谷多属于下切很深的非对称 V 形谷,构建了非对称 V 形河谷地震波传播解析模型,提



图 21 某水库土坝最大断面与计算模型参数

Fig. 21 Profile and parameters of dam

出了区域分解与区域匹配分两步走的策略,获得了整 个区域的波场解答以及柱面 SH 波的二维散射规律, 揭示了非对称河谷的差异放大效应,且无量纲频率越 大,地面运动的放大和衰减交替越频繁,非对称性越 明显,这将对建在不对称 V 形河谷上的大跨度工程有 不可忽视的影响。

(3)河流中下游河谷逐渐演变成底部平缓的 U 形谷,由于缺少实际地震记录和理论研究,U形河谷 的地形放大效应仍然未知。构建了U形谷解析模型, 通过多坐标的联合使用,克服了河谷形状不符合单一 坐标系的难题,所选择的区域分解策略使分离变量法 在多坐标模型上得到应用,发展了传统的波函数展开 法,获得了U形河谷场地地震波传播模型的理论解答, 发现了U形河谷谷底对地震波的异常放大现象,改变 了学术界以往认为凹陷地形底部地震动一定会衰减的 不全面认识,并被美国著名学者用来解释中世纪暖期 亚利桑那州的大量山体落石与滑坡现象。

(4)河谷常有沉积物(覆盖层),覆盖层进一步 加剧地震放大效应。构建了线源柱面 SH 波半圆形沉 积谷解析模型,并给出了其解析级数解,发现覆盖 层对地震波有明显的放大效应,覆盖层受阻尼的影 响,地震波的低频成分发生放大,而高频成分容易 被过滤掉,当覆盖层阻尼比较小时将加剧工程结构 的破坏。

最后,考虑河谷场地地震放大效应进行河谷两侧 边坡地震稳定性分析,以及土石坝地震反应分析与坝 坡地震稳定性分析,认为河谷场地地震放大效应对边 坡工程与土石坝工程抗震分析有重要的影响。

**致** 谢: 感谢土力学与岩土工程界各位同仁的信任, 使本人有 机会作黄文熙讲座; 感谢河海大学岩土工程科学研究所各位同 事特别是殷宗泽教授的长期大力支持。本文研究和写作过程 中,得到了我的学生河海大学张宁副教授、张飞副教授、吴勇 信副教授等的大力帮助, 部分反映了他们的研究成果; 研究生 张煜、万愉快、代登辉、陈欣、高云起、周政、张书涵、柯力 俊、张京伍、赵子豪、瞿章城、刘阳、亓永帅、潘家琐做了大 量计算、绘图和文字校对工作, 在此对课题组教师和研究生们 表示感谢。感谢恩师曾国熙先生多年的教诲, 感谢很多老师、 朋友、同学们长期以来的关心、支持和帮助!

#### 参考文献:

- TRIFUNAC M D, HUDSON D E. Analysis of the Pacoima dam accelerogram-San Fernando, California, earthquake of 1971[J]. Bulletin of the Seismological Society of America, 1971, 61(5): 1393 - 1141.
- [2] BOORE D M. A note on the effect of simple topography on

seismic SH waves[J]. Bulletin of the Seismological Society of America, 1972, **62**(1): 275 - 284.

- [3] ZHANG W, ZHANG Z, CHEN X. Three-dimensional elastic wave numerical modelling in the presence of surface topography by a collocated-grid finite-difference method on curvilinear grids[J]. Geophysical Journal International, 2012, 190(1): 358 - 378.
- [4] SMITH W D. The application of finite element analysis to body wave propagation problems[J]. Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society, 1975, 42(2): 747 - 768.
- [5] 廖振鹏, 刘晶波. 波动有限元模拟的基本问题[J]. 中国科学(B 辑 化学 生命科学 地学), 1992, 22(8): 874 882.
  (LIAO Zhen-peng, LIU Jing-bo. Fundamental problems of wave finite element simulation[J]. Science in China Series B-Chemistry, Life Sciences & Earth Sciences, 1992, 22(8): 874 882. (in Chinese))
- [6] KOMATITSCH D, VILOTTE J P. The spectral element method: an efficient tool to simulate the seismic response of 2D and 3D geological structures[J]. Bulletin of the Seismological Society of America, 1998, 88(2): 368 - 392.
- [7] WANG G, DU C, HUANG D, et al. Parametric models for 3D topographic amplification of ground motions considering subsurface soils[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2018, 115: 41 - 54.
- [8] 杜修力, 熊建国. 波动问题的级数解边界元法[J]. 地震工程与工程振动, 1988, 8(1): 39 49. (DU Xiu-li, XIONG Jian-guo. Application of boundary element method to wave propagation by using series solution[J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 1988, 8(1): 39 49. (in Chinese))
- [9] 梁建文, 梅雄一, 巴振宁. 斜入射平面 SH 波在层状饱和半空间中沉积谷地周围的三维散射[J]. 中国地震, 2012, 28(4): 370 380. (LIANG Jian-wen, MEI Xiong-yi, BA Zhen-ning. Three-dimensional scattering by an alluvial valley in a layered halfspace for obliquely incident plane SH waves[J]. Earthquake Research in China, 2012, 28(4): 370 380. (in Chinese))
- [10] LIU Z, LIANG J, HUANG Y. The IBIEM solution to the scattering of plane SV waves around a canyon in saturated poroelastic half-space[J]. Journal of Earthquake Engineering, 2015, **19**(6): 956 - 977.
- [11] BA Z, YIN X. Wave scattering of complex local sites in a layered half-space by using a multidomain IBEM: incident plane SH waves[J]. Geophysical Journal International, 2016,

205(3): 1382 - 1405.

- [12] BOUCHON M. Effect of topography on surface motion[J].
  Bulletin of the Seismological Society of America, 1973,
  63(3): 615 632.
- [13] GELI L, BARD P Y, JULLIEN B. The effect of topography on earthquake ground motion: a review and new results[J]. Bulletin of the Seismological Society of America, 1988, 78(1): 42 - 63.
- [14] SANCHEZ-SESMA F J, PALENCIA V J, LUZON F. Estimation of local site effects during earthquakes: an overview[J]. ISET Journal of Earthquake Technology, 2002, 39(3): 167 - 193.
- [15] WONG H L, JENNINGS P C. Effects of canyon topography on strong ground motion[J]. Bulletin of the Seismological Society of America, 1975, 65(5): 1239 - 1257.
- [16] SILLS L B. Scattering of horizontally-polarized shear waves by surface irregularities[J]. Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society, 1978, 54(2): 319 – 348.
- [17] HIRAI H. Analysis of transient response of SH wave scattering in a half space by the boundary element method[J].
   Engineering Analysis, 1988, 5(4): 189 - 194.
- [18] TAKEMIYA H, FUJIWARA A. SH-wave scattering and propagation analyses at irregular sites by time domain BEM[J]. Bulletin of the Seismological Society of America, 1994, 84(5): 1443 - 1455.
- [19] JANOD F, COUTANT O. Seismic response of three-dimensional topographies using a time-domain boundary element method[J]. Geophysical Journal International, 2000, 142(2): 603 - 614.
- [20] SOHRABI-BIDAR A, KAMALIAN M, JAFARI M K. Seismic response of 3-D Gaussian-shaped valleys to vertically propagating incident waves[J]. Geophysical Journal International, 2010, 183(3): 1429 - 1442.
- [21] SANCHEZ-SESMA F J, ROSENBLUETH E. Ground motion at canyons of arbitrary shape under incident SH waves[J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 1979, 7(5): 441 - 450.
- [22] LUZON F, SANCHEZ-SESMA F J, RODRIGUEZ-ZUNIGA J L, et al. Diffraction of P, S and Rayleigh waves by three-dimensional topographies[J]. Geophysical Journal International, 1997, 129(3): 571 – 578.
- [23] CHEN J T, CHEN P Y, CHEN C T. Surface motion of multiple alluvial valleys for incident plane SH-waves by using a semi-analytical approach[J]. Soil Dynamics and

Earthquake Engineering, 2008, **28**(1): 58 - 72.

- [24] CHEN J T, LEE J W, WU C F, et al. SH-wave diffraction by a semi-circular hill revisited: A null-field boundary integral equation method using degenerate kernels[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2011, 31(5/6): 729 – 736.
- [25] ENGLAND R, SABINA F J, HERRERA I. Scattering of SH waves by surface cavities of arbitrary shape using boundary methods[J]. Physics of the Earth and Planetary Interiors, 1980, 21(2/3): 148 - 157.
- [26] SANCHEZ-SESMA F J, HERRERA I, AVILES J. A boundary method for elastic wave diffraction: application to scattering of SH waves by surface irregularities [J]. Bulletin of the Seismological Society of America, 1982, 72(2): 473 – 490.
- [27] MOEEN-VAZIRI N, TRIFUNAC M D. Scattering and diffraction of plane SH-waves by two-dimensional inhomogeneities: part I[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 1988, 7(4): 179 – 188.
- [28] ESHRAGHI H, DRAVINSKI M. Scattering of plane harmonic SH, SV, P and Rayleigh waves by non-axisymmetric three-dimensional canyons: a wave function expansion approach[J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 1989, 18(7): 983 - 998.
- [29] LEE V W, WU X. Application of the weighted residual method to diffraction by 2-D canyons of arbitrary shape: I. incident SH waves[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 1994, 13(5): 355 - 364.
- [30] LIU D K, HAN F. Scattering of plane SH-wave by cylindrical canyon of arbitrary shape[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 1991, 10(5): 249 – 255.
- [31] LIU G, CHEN H T, LIU D K, et al. Surface motion of a half-space with triangular and semicircular hills under incident SH waves[J]. Bulletin of the Seismological Society of America, 2010, 100(3): 1306 - 1319.
- [32] ZHANG C, ZHAO C. Effects of canyon topography and geological conditions on strong ground motion[J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 1988, 16(1): 81 - 97.
- [33] SHAH A H, WONG K C, DATTA S K. Diffraction of plane SH waves in a half-space[J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 1982, 10(4): 519 - 528.
- [34] BOUCHON M. A simple, complete numerical solution to the problem of diffraction of SH waves by an irregular surface[J]. Journal of the Acoustical Society of America, 1985, 77(1): 1

- 5.

- [35] BOUCHON M, SCHULTZ C A, TOKSOZ M N. Effect of three-dimensional topography on seismic motion[J]. Journal of Geophysical Research-Solid Earth, 1996, 101(B3): 5835 – 5846.
- [36] DURAND S, GAFFET S, VIRIEUX J. Seismic diffracted waves from topography using 3-D discrete wavenumber-boundary integral equation simulation[J]. Geophysics, 1999, 64(2): 572 - 578.
- [37] ZHOU H, CHEN X F. A new approach to simulate scattering of SH waves by an irregular topography[J]. Geophysical Journal International, 2006, 164(2): 449 - 459.
- [38] KAWASE H. Time-domain response of a semi-circular canyon for incident SV, P, and Rayleigh waves calculated by the discrete wavenumber boundary element method [J]. Bulletin of the Seismological Society of America, 1988, 78(4): 1415 - 1437.
- [39] KIM J, PAPAGEORGIOU A S. Discrete wave-number boundary-element method for 3-D scattering problems[J]. Journal of Engineering Mechanics-Asce, 1993, 119(3): 603 – 624.
- [40] YAO Y, LIU T, ZHANG J. A new series solution method for two-dimensional elastic wave scattering along a canyon in half-space[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2016, 89: 128 - 135.
- [41] TRIFUNAC M D. Scattering of plane SH waves by a semi-cylindrical canyon[J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 1973, 1(3): 267 281.
- [42] WONG H L, TRIFUNAC M D. Scattering of plane SH waves by a semi-elliptical canyon[J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 1974, 3(2): 157 169.
- [43] LEE V W. A note on the scattering of elastic plane waves by a hemispherical canyon[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 1982, 1(3): 122 - 129.
- [44] LEE V W. Scattering of plane SH-waves by a semi-parabolic cylindrical canyon in an elastic half-space[J]. Geophysical Journal International, 1990, 100(1): 79 - 86.
- [45] CAO H, LEE V W. Scattering of plane SH waves by circular cylindrical canyons with variable depth-to-width ratio[J]. European Earthquake Engineering, 1989, 3(2): 29 - 37.
- [46] YUAN X M, LIAO Z P. Scattering of plane SH waves by a cylindrical canyon of circular-arc cross-section[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 1994, 13(6): 407 – 412.

- [47] 刘殿魁, 许贻燕. 各向异性介质中 SH 波与多个半圆形凹 陷地形的相互作用[J]. 力学学报, 1993, 25(1): 93 102.
  (LIU Dian-kui, XU Yi-yan. Interaction of multiple semi-cylindrical canyons by plane SH-waves in anisotropic media[J]. Acta Mechanica Sinica, 1993, 25(1): 93 102. (in Chinese))
- [48] 房营光. 二维地表相邻多个半圆形沟谷对 SH 波的散射[J]. 地震工程与工程振动, 1995, 15(1): 85 - 91. (FANG Ying-guang. Scattering of plane SH-waves by multiple circular-arc valleys at the two-dimensional surface of the earth[J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 1995, 15(1): 85 - 91. (in Chinese))
- [49] LIU G, JI B H, LIU D K. Analytical solution for ground motion of a half space with a semi-cylindrical canyon and a beeline crack[J]. Proceedings of the Royal Society A: Mathematical Physical and Engineering Sciences, 2008, 464(2095): 1905 - 1921.
- [50] 刘中宪,梁建文. 楔形空间中圆弧形凹陷对平面 SH 波的 散射解析解[J]. 力学季刊, 2010, **31**(3): 363 - 370. (LIU Zhong-xian, LIANG Jian-wen. Analytic diffraction solution of plane SH waves by a circular canyon in wedge-shaped space[J]. Chinese Quarterly of Mechanics, 2010, **31**(3): 363 - 370. (in Chinese))
- [51] TRIFUNAC M D. Surface motion of a semi-cylindrical alluvial valley for incident plane SH waves[J]. Bulletin of the Seismological Society of America, 1971, 61(6): 1755 - 1770.
- [52] WONG H L, TRIFUNAC M D. Surface motion of a semi-elliptical alluvial valley for incident plane SH waves[J]. Bulletin of the Seismological Society of America, 1974, 64(5): 1389 - 1408.
- [53] TODOROVSKA M I, LEE V W. Surface motion of shallow circular alluvial valleys for incident plane SH waves-analytical solution[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 1991, 10(4): 192 – 200.
- [54] YUAN X, LIAO Z P. Scattering of plane SH waves by a cylindrical alluvial valley of circular-arc cross-section[J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 1995, 24(10): 1303 1313.
- [55] 梁建文, 严林隽, LEE V W. 圆弧形层状沉积谷地对入射 平面 P 波的散射解析解[J]. 地震学报, 2001, 23(2): 167 -184. (LIANG Jian-wen, YAN Lin-jun, LEE V W. Scattering of plane P waves by circular-arc layer alluvial valleys: an analytical solution[J]. Acta Seismologica Sinica, 2001, 23(2): 167 - 184. (in Chinese))

- [56] 梁建文, 严林隽, 秦 东, 等. 圆弧形沉积河谷场地在平面 SV 波入射下的动力响应[J]. 土木工程学报, 2003, 36(12): 74 82. (LIANG Jian-wen, YAN Lin-jun, QIN Dong, et al. Dynamic response of circular-arc sedimentary valley site under incident plane SV waves[J]. China Civil Engineering Journal, 2003, 36(12): 74 82. (in Chinese))
- [57] 李伟华,赵成刚. 圆弧形凹陷饱和土场地对平面 P 波散射问题的解析解[J]. 地球物理学报, 2003, 46(4): 539 546.
  (LI Wei-hua, ZHAO Cheng-gang. An analytical solution for the diffraction of plane P-waves by circular cylindrical canyons in a fluid-saturated porous media half space[J]. Chinese Journal of Geophysics, 2003, 46(4): 539 546. (in Chinese))
- [58] 李伟华, 赵成刚. 饱和土沉积谷场地对平面 SV 波的散射 问题的解析解[J]. 地球物理学报, 2004, 47(5): 911 919.
  (LI Wei-hua, ZHAO Cheng-gang. Scattering of plane SV waves by circular-arc alluvial valleys with saturated soil deposits[J]. Chinese Journal of Geophysics, 2004, 47(5): 911 919. (in Chinese))
- [59] 杨彩红,梁建文,张郁山. 多层沉积凹陷地形对平面 SH波 散射问题的解析解[J]. 岩土力学, 2006, 27(12): 2191-2196.
  (YANG Cai-hong, LIANG Jian-wen, ZHANG Yu-shan. Analytical solution of scattering of plane SH waves around a canyon with multi-layered alluvia[J]. Rock and Soil Mechanics, 2006, 27(12): 2191 - 2196. (in Chinese))
- [60] TSAUR D H, CHANG K H. SH-waves scattering from a partially filled semi-circular alluvial valley[J]. Geophysical Journal International, 2008, 173(1): 157 - 167.
- [61] 董 俊, 赵成刚. 三维半球形凹陷饱和土场地对平面 P 波 散射问题的解析解[J]. 地球物理学报, 2005, 48(3): 680 -688. (DONG Jun, ZHAO Cheng-gang. An analytic solution for the diffraction of plane P-wave by three-dimensional hemispherical canyons in a fluid-saturated porous media half space[J]. Chinese Journal of Geophysics, 2005, 48(3): 680 -688. (in Chinese))
- [62] 韩 铮,赵成刚. 半球形沉积谷场地对入射平面 Rayleigh 波的三维散射解析解[J]. 岩土力学, 2007, 28(12): 2607-2613. (HAN Zheng, ZHAO Cheng-gang. Analytical solution of three-dimensional scattering and diffraction of plane Rayleigh-waves by hemispherical alluvial valley with saturated soil deposit[J]. Rock and Soil Mechanics, 2007, 28(12): 2607 2613. (in Chinese))
- [63] TSAUR D H, CHANG K H. An analytical approach for the scattering of SH waves by a symmetrical V-shaped canyon:

shallow case[J]. Geophysical Journal International, 2008, **174**(1): 255 - 264.

- [64] TSAUR D H, CHANG K H, HSU M S. An analytical approach for the scattering of SH waves by a symmetrical V-shaped canyon: deep case[J]. Geophysical Journal International, 2010, 183(3): 1501 - 1511.
- [65] LEE V W, LUO H, LIANG J W. Antiplane (SH) waves diffraction by a semicircular cylindrical hill revisited: An improved analytic wave series solution[J]. Journal of Engineering Mechanics-Asce, 2006, 132(10): 1106 - 1114.
- [66] 张 宁, 高玉峰, 陈 欣, 等. 风化半圆形河谷对柱面 SH 波的散射解析解[J]. 地震工程学报, 2017, **39**(2): 348 - 355. (ZHANG Ning, GAO Yu-feng, CHEN Xin, et al. An analytical solution to the scattering of cylindrical SH waves by a weathered semi-circular canyon[J]. China Earthquake Enginnering Journal, 2017, **39**(2): 348 - 355. (in Chinese))
- [67] ZHANG N, GAO Y, WU Y, et al. A note on near-field site amplification effects of ground motion from a radially inhomogeneous valley[J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2018, 17(4): 707 - 718.
- [68] ZHANG N, GAO Y, LI D, et al. Scattering of SH waves induced by a symmetrical V-shaped canyon: a unified analytical solution[J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2012, 11(4): 445 - 460.
- [69] GAO Y, ZHANG N. Scattering of cylindrical SH waves induced by a symmetrical V-shaped canyon: near-source topographic effects[J]. Geophysical Journal International, 2013, 193(2): 874 – 885.
- [70] 张 宁. 凹陷地形及场地对 SH 波散射的解析研究[D]. 南京: 河海大学, 2014. (ZHANG Ning. Analytical study on the scattering of SH waves induced by concave topographies and sites[D]. Nanjing: Hohai University, 2014. (in Chinese))
- [71] SMERZINI C, AVILES J, PAOLUCCI R, et al. Effect of underground cavities on surface earthquake ground motion under SH wave propagation[J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 2009, 38(12): 1441 - 1460.
- [72] SANCHEZ-SESMA F J. Diffraction of elastic SH waves by wedges[J]. Bulletin of the Seismological Society of America, 1985, 75(5): 1435 - 1446.
- [73]ITURRARAN-VIVEROS U, VAI R, SANCHEZ-SESMA F J. Diffraction of SH cylindrical waves by a finite crack: an analytical solution[J]. Geophysical Journal International, 2010, 181(3): 1634 - 1642.
- [74] YUAN X M, MEN F L. Scattering of plane SH waves by a

23

semi-cylindrical hill[J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 1992, **21**(12): 1091 - 1098.

- [75] YUAN X M, LIAO Z P. Surface motion of a cylindrical hill of circular-arc cross-section for incident plane SH waves[J].
   Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 1996, 15(3): 189 – 199.
- [76] TSAUR D H, CHANG K H. Scattering of SH waves by truncated semicircular canyon[J]. Journal of Engineering Mechanics, ASCE, 2009, 135(8): 862 - 870.
- [77] TSAUR D H, CHANG K H. Scattering and focusing of SH waves by a convex circular-arc topography[J]. Geophysical Journal International, 2009, 177(1): 222 - 234.
- [78] ABRAMOWITZ M, STEGUN I A. Handbook of mathematical functions, with formulas, graphs, and mathematical tables[M]. New York: Dover, 1972.
- [79] HUANG H C, CHIU H C. The effect of canyon topography on strong ground motion at Feitsui damsite: quantitative results[J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 1995, 24(7): 977 - 990.
- [80] ZHANG N, GAO Y, CAI Y, et al. Scattering of SH waves induced by a non-symmetrical V-shaped canyon[J]. Geophysical Journal International, 2012, 191(1): 243 - 256.
- [81] WATSON G N. A Treatise on the theory of bessel functions[M]. 2nd ed. Cambridge: Cambridge University Press, 1958.
- [82] GAO Y, ZHANG N, LI D, et al. Effects of topographic amplification induced by a U-shaped canyon on seismic waves[J]. Bulletin of the Seismological Society of America, 2012, 102(4): 1748 - 1763.
- [83] ASSIMAKI D, GAZETAS G, KAUSEL E. Effects of local soil conditions on the topographic aggravation of seismic motion: parametric investigation and recorded field evidence from the 1999 Athens earthquake[J]. Bulletin of the Seismological Society of America, 2005, 95(3): 1059 - 1089.
- [84] DORN R I. Chronology of rock falls and slides in a desert mountain range: case study from the Sonoran Desert in south-central Arizona[J]. Geomorphology, 2014, 223: 81 -89.
- [85] ZHANG N, GAO Y, DAI D. Ground motion at a semi-cylindrical valley partially filled with a crescent-shaped soil layer under incident plane SH waves[J]. Journal of Earthquake and Tsunami, 2017, 11(3): 1 - 17.
- [86] ZHANG N, GAO Y, PAK R Y S. Soil and topographic effects on ground motion of a surficially inhomogeneous

semi-cylindrical canyon under oblique incident SH waves[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2017, **95**: 17 – 28.

- [87] 张 宁, 高玉峰, 何 稼, 等. 平面 SH 波作用下部分充填 圆弧形沉积谷二维土层和地形放大效应[J]. 地震学报, 2017, 39(5): 778 - 797. (ZHANG Ning, GAO Yu-feng, HE Jia, et al. Two-dimensional soil and topographic amplfication effects of a partially filled circular-arc alluvial valley under plane SH waves[J]. Acta Seismologica Sinica, 2017, 39(5): 778 - 797. (in Chinese))
- [88] 张 宁,高玉峰,代登辉,等.风化半圆形河谷引起的土 层与地形放大效应[J].防灾减灾工程学报,2017,37(1):1 - 8. (ZHANG Ning, GAO Yu-feng, DAI Deng-hui, et al. Soil and topographic amplification effects by a weathered semi-circular canyon[J]. Journal of Disaster Prevention and Mitigation Engineering, 2017, 37(1):1-8. (in Chinese))
- [89] ZHANG N, GAO Y, YANG J, et al. An analytical solution to the scattering of cylindrical SH waves by a partially filled semi-circular alluvial valley: near-source site effects[J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2015, 14(2): 189 - 201.
- [90] CHRISTENSEN R M. Theory of Viscoelasticity[M]. New York: Academic Press, 1971.
- [91] 袁晓铭. 散射问题中柱面坐标波函数的全域变换公式[J]. 地震工程与工程振动, 2010, 30(4): 1 - 7. (YUAN Xiao-ming. A complete-domain transform formula of cylindrical wave functions for scattering problems[J]. Journal of Earthquake Engineering and Engneering Vibration, 2010, 30(4): 1 - 7. (in Chinese))
- [92] 胡卸文, 吕小平, 黄润秋, 等. 唐家山堰塞湖大水沟泥石 流发育特征及堵江危害性评价[J].岩石力学与工程学报, 2009, 28(4): 850 858. (HU Xie-wen, LU Xiao-ping, HUANG Run-qiu, et al. Developmental features and evaluation of blocking dangers of Dashui ditch debris flow in Tangjiashan dammed lake[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2009, 28(4): 850 858. (in Chinese))
- [93] 陈祖煜. 土质边坡稳定分析——原理·方法·程序[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2003. (CHEN Zu-yu. Stability analysis of soil slope: analysis, principle and program[M]. Beijing: China Water & Power Press, 2003. (in Chinese))
- [94] 陈祖煜, 汪小刚, 杨 健, 等. 岩质边坡稳定分析——原 理·方法·程序[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2005.
   (CHEN Zu-yu, WANG Xiao-gang, YANG Jian, et al.

Stability analysis of rock slope: analysis, principle and program[M]. Beijing: China Water & Power Press, 2005. (in Chinese))

- [95] 陈祖煜. 土力学经典问题的极限分析上、下限解[J].岩土工 程学报, 2002, 24(1): 1 - 11. (CHEN Zu-yu. Limit analysis for the classic problems of soil mechanics[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2002, 24(1): 1 - 11. (in Chinese))
- [96] 郑 宏,李春光,李焯芬,等. 求解安全系数的有限元法
  [J]. 岩土工程学报, 2002, 24(5): 626 628. (ZHENG Hong, LI Chun-guang, LEE C F, et al. Finite element method for solving the factor of safety[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2002, 24(5): 626 - 628. (in Chinese))
- [97] 郑颖人,赵尚毅. 有限元强度折减法在土坡与岩坡中的应用[J].岩石力学与工程学报, 2004, 23(19): 3381 3388.
  (ZHENG Ying-ren, ZHAO Shang-yi. Application of strength reduction FEM in soil and rock slope[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2004, 23(19): 3381 3388. (in Chinese))
- [98] 陈祖煜, 弥宏亮, 汪小刚. 边坡稳定三维分析的极限平衡 方法[J]. 岩土工程学报, 2001, 23(5): 525 - 529. (CHEN Zu-yu, MI Hong-liang, WANG Xiao-gang. A threedimensional limit equilibrium method for slope stability analysis[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2001, 23(5): 525 - 529. (in Chinese))
- [99] 郑 宏. 严格三维极限平衡法[J].岩石力学与工程学报,
  2007, 26(8): 1529 1537. (ZHENG Hong. A rigorous three-dimensional limit equilibrium method[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2007, 26(8): 1529 1537. (in Chinese))
- [100] CHEN Z Y, WANG X G, HABERFIELD C, et al. A three-dimensional slope stability analysis method using the upper bound theorem - Part I: theory and methods [J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2001, 38(3): 369-378.
- [101] GAO Y F, ZHANG F, LEI G H, et al. An extended limit analysis of three-dimensional slope stability [J]. Géotechnique, 2013, 63(6): 518 - 524.
- [102] GAO Y F, ZHANG F, LEI G H, et al. Stability charts for 3D failures of homogeneous slopes[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2013, 139(9): 1528 – 1538.
- [103] GAO Y F, ZHU D S, ZHANG F, et al. Stability analysis of

three-dimensional slopes under water drawdown conditions [J]. Canadian Geotechnical Journal, 2014, **51**(6): 1355 -1364.

- [104] GAO Y F, WU D, ZHANG F. Effects of nonlinear failure criterion on the three-dimensional stability analysis of uniform slopes [J]. Engineering Geology, 2015, **198**: 87 - 93.
- [105] ZHANG F, LESHCHINSKY D, GAO Y F, et al. Three-Dimensional slope stability analysis of convex turning corners[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2018, 144(6): 6018003.
- [106] 祁生文.考虑结构面退化的岩质边坡地震永久位移研究
  [J].岩土工程学报, 2007, 29(3): 452 457. (QI Sheng-wen. Evaluation of the permanent displacement of rock mass slope considering deterioration of slide surface during earthquake[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2007, 29(3): 452 - 457. (in Chinese))
- [107] 叶海林,黄润秋,郑颖人,等. 地震作用下边坡稳定性安 全评价的研究[J].地下空间与工程学报, 2009, 5(6): 1248 -1252, 1257. (YE Hai-lin, HUANG Run-qiu, ZHENG Ying-ren, et al. The study of safety evaluation on slope seismic stability[J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2009, 5(6): 1248 - 1252, 1257. (in Chinese))
- [108] 郑颖人,叶海林,黄润秋. 地震边坡破坏机制及其破裂 面的分析探讨[J]. 岩石力学与工程学报, 2009, 28(8): 1714 - 1723. (ZHENG Ying-ren, YE Hai-lin, HUANG Run-qiu. Analysis and discussion of failure mechanism and fracture surface of slope under earthquake[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2009, 28(8): 1714 - 1723. (in Chinese))
- [109] SEPÚLVEDA S A, MURPHY W, JIBSON R W, et al. Seismically induced rock slope failures resulting from topographic amplification of strong ground motions: The case of Pacoima Canyon, California[J]. Engineering Geology, 2005, 80(3): 336 - 348.
- [110] 杨国香,伍法权,董金玉,等. 地震作用下岩质边坡动力 响应特性及变形破坏机制研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2012, 31(4): 696 - 702. (YANG Guo-xiang, WU Fa-quan, DONG Jin-yu, et al. Study of dynamic response characters and failure mechanism of rock slope under earthquake[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2012, 31(4): 696 - 702. (in Chinese))
- [111] 陈祖煜,程耿东,杨春和.关于我国重大基础设施工程 安全相关科研工作的思考[J].土木工程学报,2016,49(3):1
   - 5. (CHEN Zu-yu, CHENG Geng-dong, YANG Chun-he.

Research work on construction safety of major infrastructures in China: overview and a forward look[J]. China Civil Engineering Journal, 2016, **49**(3): 1 – 5. (in Chinese))

- [112] NB 35047—2015 水电工程水工建筑物抗震设计规范[S]. 2015. (NB 35047—2015 Code for seismic design of hydraulic structure of hydropower project[S]. 2015. (in Chinese))
- [113] DL/T 5353—2006 水电水利工程边坡设计规范[S]. 2006. (DL/T 5353—2006 Design specification for slope of hydropower and water conservancy project[S]. 2006. (in Chinese))
- [114] 孔宪京,周 扬, 邹德高,等. 汶川地震紫坪铺面板堆石 坝地震波输入研究[J]. 岩土力学, 2012, 33(7): 2110 2116.
  (KONG Xian-jing, ZHOU Yang, ZOU De-gao, et al. Study of seismic wave input of Zipingpu concrete face rockfill dam during Wenchuan earthquake[J]. Rock and Soil Mechanics, 2012, 33(7): 2110 2116. (in Chinese))
- [115] ZHANG J M, YANG Z Y, GAO X Z, et al. Geotechnical aspects and seismic damage of the 156-m-high Zipingpu concrete-faced rockfill dam following the Ms 8.0 Wenchuan earthquake[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2015, 76: 145 - 156.
- [116] 程 嵩. 土石坝地震动输入机制与变形规律研究[D]. 北京:清华大学, 2012. (CHENG Song. Research on seismic input mechanism and deformation law of embankment dams[D]. Beijing: Tsinghua University, 2012. (in Chinese))

- [117] 周晨光, 孔宪京, 邹德高, 等. 地震波动输入方法对高土 石坝地震反应影响研究[J]. 大连理工大学学报, 2016,
  56(4): 382 - 389. (ZHOU Chen-guang, KONG Xian-jing, ZOU De-gao, et al. Study of influence of earthquake wave motion input method on seismic response of high earth-rock dam[J]. Journal of Dalian University of Technology, 2016,
  56(4): 382 - 389. (in Chinese))
- [118] 姚 虞, 王 睿, 刘天云, 等. 高面板坝地震动非一致输入响应规律[J].岩土力学, 2018, 39(6): 2259 2266. (YAO Yu, WANG Rui, LIU Tian-yun, ZHANG Jian-min. Seismic response of high concrete face rock fill dams subject to non-uniform input motion[J]. Rock and Soil Mechanics, 2018, 39(6): 2259 2266. (in Chinese))
- [119] 徐佳成,陈祖煜,孙 平,等. 地震工况下坝坡的抗滑安 全系数取值标准研究[J]. 岩土力学, 2011, 32(增刊 1): 483 - 487. (XU Jia-cheng, CHEN Zu-yu, SUN Ping, et al. Investigation on allowable factors of safety in dam slope stability analysis under seismic conditions[J]. Rock and Soil Mechanics, 2011, 32(S1): 483 - 487. (in Chinese))
- [120] SL 274—2001 碾压式土石坝设计规范[S]. 2001. (SL 274—2001 Design code for rolled earth-rock fill dams[S]. 2001. (in Chinese))
- [121] DL/T 5395—2007 碾压式土石坝设计规范[S]. 2007. (DL/T 5395—2007 Design specification for rolled earth-rock fill dams[S]. 2007. (in Chinese))