DOI: 10.11779/CJGE2018S1011

非饱和含黏砂土的弹塑性剪胀特性研究

朱青青^{1,2},苗强强³,陈正汉⁴,姚志华⁵,章峻豪⁴

 (1. 甘肃农业大学资源与环境学院,甘肃 兰州 730070; 2. 西北民族大学化工学院,甘肃 兰州 730000; 3. 新疆军区司令部工程勘察设计研究院,新疆 乌鲁木齐 830002; 4. 后勤工程学院土木工程系,重庆 400041; 5. 空军工程大学机场建筑工程系,陕西 西安 710038)

摘 要:通过引入能够较好反映非饱和土弹塑性变形特性的 Barcelona 模型并结合能够较好反映砂土剪胀特性的 Lade 模型,进行了 3 种不同应力路径的三轴试验,给出了能反映非饱和含黏砂土应力应变特性的非饱和弹塑性模型,并讨 论了吸力和净围压对弹性应变、塑性应变、塑性功和屈服函数的影响。推导出了总体积变形的表达式,该式同试验结 果变化规律符合较好,说明该理论适合于非饱和含黏砂土。同时,由试验数据可以得出含黏砂土的体变峰值点、剪胀 特性同净围压和吸力的变化有密切的关系。

关键词:剪胀性;非饱和土;体积应变;屈服面

中图分类号: TU443 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000 - 4548(2018)S1 - 0065 - 08 **作者简介:** 朱青青(1979 -), 女, 副教授, 主要从事环境岩土工程方面的科研与教学工作。E-mail: 952977585@qq.com。

Elastoplastic dilatancy relations of unsaturated clayey sand

ZHU Qing-qing^{1, 2}, MIAO Qiang-qiang³, CHEN Zheng-han⁴, YAO Zhi-hua⁵, ZHANG Jun-hao⁴

(1. College of Resources and Environmental Sciences, Gansu Agricultural University, Lanzhou 730070, China; 2. School of Chemical

Engineering, Northwest Minzu University, Lanzhou 730000, China; 3. Institute of Engineering Research & Design of PLA Xinjiang,

Wulumuqi 830002, China; 4. Department of Architectural Engineering, Logistical Engineering University of PLA, Chongqing 400041,

China; 5. Department of Airdrome Construction Engineering University, Xi'an 710038, China)

Abstract: The modified Lade model and Barcelona unsaturated elastoplastic model are used to describe the stress and strain relationship of unsaturated clayey sand, The tests on three types of stress paths tests are conducted. The elastoplastic constitutive relations are deduced considering suction and net confining pressure at the same time. The changing laws of elastic strain, plastic strain, plastic work and yield function are given by adjusting the suction and net confining pressure. A formula for volume change that can express the stress dilatancy of unsaturated clayey sand is developed. The results of this formula agree with the test ones. It is shown that this theory is suitable for unsaturated clayey sand. At the same time, the peak value points and the stress dilatancy are greatly related to the net confining pressure and the matric suction.

Key words: dilatancy; unsaturated soil; volumetric strain; yield surface

0 引 言

剪胀性是岩土材料的基本特性之一^[1,2],对于颗粒 状的中密、密实砂土尤为明显。对于饱和砂土的变形 和强度等力学特性,前人已开展了大量且有成效的工 作。Reynold 早在 1885 年,就在其著名的砂土试验中 认识到密砂在排水条件下剪胀和不排水条件下的剪切 出现负孔隙水压力,当时只是定性地论述了砂土的这 一体积变化特性。直到 20 世纪 40 年代 Casagrande 在 试验的基础上解释了土体中摩擦角对体变的影响,并 且在研究砂土液化时根据土的剪胀性提出了临界孔隙 比的概念,这标志着剪胀性开始应用于土力学领域。 随后国内外众多学者,对单调剪切作用下的剪胀规律 先 后 提 出 具 有 原 创 性 的 研 究 成 果^[3-7], LadeDuncan(1975)根据真三轴试验结果^[8],提出了一种适用于砂土的弹塑性模型。该模型把土视作加工硬化材料,服从不相关联流动法则,硬化规律采用弹塑性功硬化规律。后来Lade(1977)又增加了一个体积屈服面,形成了双屈服面模型^[9],1988 年 Lade 又将他的双屈服面,组合成一个全封闭的光滑屈服面,又回到单屈服面模型^[10-12]。国内学者对砂土的剪胀性做了大量的有益工作,张问清等^[13](1982)参照Lade-Duncan(1975)模型对上海粉砂土的弹塑性应力-应变模型进行了探讨。张建民^[14](2000)在对试验研究分析基础上认为砂土的剪胀是由可逆体应变分量

基金项目:国家自然科学基金项目(51509257) 收稿日期:2017-05-15

和不可逆体应变分量构成。李广信^[15](2000)认为卸 载体体缩与土的物理性质、应力路径、边界条件以及 土的各向异性等因素有关,实际上卸载体缩在一定程 度上可认为是可恢复性剪胀变形。迟明杰^[16](2009) 从细观上对砂土的剪胀机理进行了研究。上述研究都 是针对饱和砂土进行的,但工程中绝大多数砂土都处 于非饱和状态,如广州一佛山高速公路半挖半填路堤 的土多为非饱和含黏砂土,对其非饱和状态下弹塑性 和剪胀性的本构关系尚未见报道。本文将 Alonso 模型 的弹性体应变、塑性体应变结合 Lade 修正模型推广应 用到非饱和含黏砂土中,主要是考虑了吸力、净围压 对硬化功、屈服函数和塑性势函数影响,以及探讨了 各参数随吸力的变化而变化的规律,试图更加准确地 描述含黏砂土的变形特性。

1 模型简介

1.1 符号说明

本文采用下列符号描述三轴应力状态:

$$p = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} - u_a \quad , \tag{1}$$

$$q = \sigma_1 - \sigma_3 \quad , \tag{2}$$

$$s = u_{\rm a} - u_{\rm w} \quad , \tag{3}$$

式中, p, q, s分别为净平均应力、偏应力和吸力, σ_1 , σ_2 和 σ_3 是3个主应力。

本文用 ε_v , ε_s 和 ε_w 分别表示土样的体应变、偏应变和土中水相体变,它们由以下三式定义:

$$\varepsilon_{v} = \frac{\Delta V}{\Delta V_{0}} = \varepsilon_{1} + 2\varepsilon_{3} \quad , \tag{4}$$

$$\varepsilon_{s} = \frac{2}{3}(\varepsilon_{1} - \varepsilon_{3}) \quad , \qquad (5)$$

$$\varepsilon_{\rm w} = \frac{\Delta V_{\rm w}}{V_0} \quad . \tag{6}$$

式中 ΔV , $\Delta V_{w} \pi V_{0}$ 分别表示土样的体积改变量、 水相改变量和土样的初始体积; $\varepsilon_{v} \pi \varepsilon_{w}$ 分别通过以下 两式与土的比容v = (1 + e)和含水量 w 联系起来:

$$v = (1 + e_0)(1 - \varepsilon_v) = v_0(1 - \varepsilon_v)$$
, (7)

$$w = w_0 - \frac{1 + e_0}{d} \varepsilon_w \quad \circ \tag{8}$$

1.2 巴塞罗那模型应变部分

20世纪80年代末西班牙学者 Alonso等(1990) 首次提出非饱和土弹塑性本构模型,该模型可描述非 饱和土的许多力学特性,如屈服应力随吸力增加而增 大,随吸力减小而湿化等。现在该模型已成为非饱和 土的弹塑性模型中的经典,一般称它为巴塞罗那模型。 模型基于饱和土的修正剑桥模型,结合非饱和土的变 形特点,通过引入湿陷一加载屈服面(LC 屈服面) 得到。该模型可以较好的反应非饱和粘性土的加载屈 服特性。该模型将湿陷变形作为非饱和土变形的一个部分。

由该模型的硬化定律可知,净平均应力和吸力作用 都会使试样产生弹性和塑性变形,故在考虑该模型变形 时,将由这两个量分别产生弹性和塑性应变叠加。

$$d\varepsilon_{vp}^{e} = -\frac{dv}{v} = \frac{k}{v}\frac{dp}{p} \quad , \tag{9}$$

式中, $\varepsilon_{v_p}^{e}$ 为由净平均应力引起的弹性体应变, v=1+e, v,e分别为试样的比容和孔隙率, k为回弹 曲线的斜率, p为试样的净平均应力。

$$\mathrm{d}\varepsilon_{\mathrm{vp}} = \frac{\lambda(s)}{v} \frac{\mathrm{d}p}{p} \quad , \tag{10}$$

式中, ε_{vp} 为由净平均应力引起的体应变部分, $\lambda(s)$ 为 压缩曲线直线段的斜率。

$$\mathrm{d}\varepsilon_{\mathrm{vp}}^{\mathrm{p}} = \frac{\lambda(s) - k}{v} \frac{\mathrm{d}p}{p} \quad , \tag{11}$$

式中, ε_{vp}^{p} 为由净平均应力引起的塑性体应变部分。

同理,吸力变化时也将产生相应的弹性、塑性变形。

$$d\varepsilon_{vs}^{e} = \frac{k_{s}}{v} \frac{ds}{(s+p_{a})} \quad , \tag{12}$$

式中, ε_{vs}° 为吸力引起的弹性体应变部分, k_s 为吸力改变时弹性硬化参数, p_s 为大气压力。

$$d\varepsilon_{vs} = \frac{\lambda_s}{v} \frac{ds}{(s+p_a)} , \qquad (13)$$

式中, λ, 为吸力改变对初始状态硬化参数。

$$d\varepsilon_{vs}^{p} = \frac{\lambda_{s} - k_{s}}{v} \frac{ds_{0}}{(s_{0} + p_{a})} \quad . \tag{14}$$

1.3 Lade 模型

由于基质吸力张量是各向同性,其对土样作用, 只产生胀缩体变,不产生剪切体变。故本部分只对主 应力状态变量进行讨论。

$$I_1 = (\sigma_1 - \sigma_3) + 3(\sigma_3 - u_a)$$
 , (15)

$$I_{2} = (\sigma_{1} - u_{a})(\sigma_{2} - u_{a}) + (\sigma_{2} - u_{a})(\sigma_{3} - u_{a}) + (\sigma_{2} - u_{a})(\sigma_{3} - u_{a}) + (16)$$

$$I_3 = (\sigma_1 - u_a)(\sigma_2 - u_a)(\sigma_3 - u_a) \quad \circ \quad (1)$$

采用非关联流动法则,剪切屈服面为

$$F_{\rm p} = \left(\frac{I_1^3}{I_3} - 27\right) \left(\frac{I_1}{p_{\rm a}}\right)^m - \eta_1 = 0 \quad , \tag{18}$$

式中, F_p 为屈服函数,m为幂次,m的大小反映锥面 线的曲率大小,当m=0时,就是直线锥面,m值可由 4 组非饱和土三轴压缩试验确定。破坏时 $F_p = F_f$, $\eta_0 = \eta_f$ 。

塑性势面 Q_p 与 F_p 形状相似,故

$$Q_{\rm p} = I_1^3 - 27I_3 - \eta_2 \left(\frac{p_{\rm a}}{I_1}\right)^m I_3$$
 , (19)

式中, η_2 为塑性势参数,一个 F_p 对应一个 Q_p ,从而

(20)

(38)

対应一个
$$\eta_2$$
。根据 v^p 的定义有
 $v^p = -\frac{d\varepsilon_3^p}{d\varepsilon_1^p}$
 $= (3I_1^2 - 27(\sigma_1 - u_a)(\sigma_3 - u_a) - \eta_2 p_a^m (-mI_1^{-m-1}I_3 + I_1^{-m}(\sigma_1 - u_a)(\sigma_3 - u_a)))/(3I_1^2 - 27(\sigma_3 - u_a)^2 - \eta_2 p_a^m (-mI_1^{-m-1}I_3 + I_1^{-m}(\sigma_3 - u_a)^2))$ 。(2)

由式(20)可得

$$\eta_{2} = (3(1+v^{p})I_{1}^{2} - 27(\sigma_{3} - u_{a})((\sigma_{1} - u_{a}) + v^{p}(\sigma_{3} - u_{a}))) / \left(\left(\frac{p_{a}}{I_{1}} \right)^{m} \left((\sigma_{3} - u_{a})((\sigma_{1} - u_{a}) + v^{p}(\sigma_{3} - u_{a})) - \frac{I_{3}}{I_{1}}m(1+v^{p}) \right) \right).$$
(21)

η,与应力状态及屈服函数间关系为

$$\eta_2 = SF_p + R_v \sqrt{\frac{\sigma_3}{p_a}} + X \frac{s}{p_a} + t ,$$
(22)

式(22)中,各参数可通过4个非饱和排水三轴剪切试验确定。

$$F_{\rm p} = a \mathrm{e}^{-bW_{\rm p}} \left(\frac{W_{\rm p}}{p_{\rm a}}\right)^{\frac{1}{n}} \quad , \qquad (23)$$

式 (23) 中, W_p 为塑性功,其计算公式如下: $W_p = \int \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}^p$ 。 (24)

对于非饱和土三轴排水剪切试验, $\sigma_2 = \sigma_3$, $d\varepsilon_2^p = d\varepsilon_3^p$, $\sigma_{ii} = 0, (i \neq j)$, 故式 (24) 可写为

$$W_{\rm p} = \int (\sigma_{\rm 1} - \sigma_{\rm 2}) d\varepsilon_{\rm 1}^{\rm p} - \frac{(\sigma_{\rm 1} - \sigma_{\rm 3})^2}{2E} + (\sigma_{\rm 3} - u_{\rm a}) \int d\varepsilon_{\rm v}^{\rm p} - \frac{(\sigma_{\rm 3} - u_{\rm a})(1 - 2\mu)(\sigma_{\rm 1} - \sigma_{\rm 3})}{E} \circ (25)$$

根据塑性增量理论的流动法则,有

$$\mathrm{d}\varepsilon_{ij}^{\mathrm{p}} = \mathrm{d}\lambda \frac{\partial Q}{\partial \sigma_{ij}} \quad . \tag{26}$$

对式(8)微分后带入式(26)中,即得塑性应变增量 d*c*^p_{*ii*}和应力分量间的关系:

$$d\varepsilon_{ij}^{p} = d\lambda k_{2} \left(\frac{3I_{1}^{2}}{k_{2}} - \frac{\partial I_{3}^{2}}{\partial (\sigma_{ij} - u_{a}\delta_{ij})} \right) \quad (27)$$

故塑性应变 $d\varepsilon_v^p$ 如下:

$$d\varepsilon_{v}^{p} = d\varepsilon_{1}^{p} + d\varepsilon_{2}^{p} + d\varepsilon_{3}^{p}$$
$$= d\lambda k_{2} \left(\frac{9I_{1}^{2}}{k_{2}} - \frac{\partial I_{3}}{\partial \sigma_{ij}} \right) , \qquad (28)$$

式中, σ_{ij} 为土样的应力, $d\varepsilon_{ij}^{p}$ 为土样的应变增量。 式(23)中的其他参数确定如下:

$$a = \eta_1 \left(\frac{ep_a}{W_{\rm p}^{\rm he}}\right)^{\frac{1}{n}} \quad , \tag{29}$$

$$b = \frac{1}{nW_{\text{pliff}}} \quad , \tag{30}$$

$$W_{\text{phi}} = Mp_{\text{a}} \left(\frac{\sigma_3 - u_{\text{a}}}{p_{\text{a}}}\right)^L \left(\frac{s}{p_{\text{a}}}\right)^{\text{Y}} \quad , \qquad (31)$$

$$n = \alpha \frac{s}{p_{\rm a}} + \beta \frac{\sigma_3 - u_{\rm a}}{p_{\rm a}} + \phi \quad . \tag{32}$$

由于塑性势函数为三次齐次函数,根据欧拉齐次 函数定理,

$$\sigma_{ij} \frac{\partial Q}{\partial \sigma_{ij}} = nQ \quad , \tag{33}$$

$$A = -3Q \frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}W^{\mathrm{p}}} \quad , \tag{34}$$

从而有
$$d\lambda = \frac{1}{A}dF = -\frac{dW^p}{3Q}$$
 。 (35)

因此,可得塑性因子dλ_α

$$d\lambda_{\rm p} = \frac{dW^{\rm p}}{3Q_{\rm p} + m\eta_2 \left(\frac{p_{\rm a}}{I_1}\right)^m I_3} \quad . \tag{36}$$

由此,可得剪切屈服面所对应的应变增量:

$$d\varepsilon_{ij}^{p} = d\lambda_{p} \frac{\partial Q_{p}}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{dF_{p}dW^{p}}{F_{p}(1 - bnW^{p})\left[3Q_{p} + m\eta_{2}\left(\frac{p_{a}}{I_{1}}\right)^{m}I_{3}\right]}^{o}$$
(37)

故,三轴试样总体应变表达式如下:
$$d\varepsilon_v = d\varepsilon_{vp} + d\varepsilon_{sp}$$
。

模型的各参数确定由后续试验确定。

2 试验验证

2.1 试验方案

本文以广州一佛山高速公路的含黏砂土为研究对 象,其物性指标如表1,2所示。试验设备介绍参见文 献[17,18]。共做了3种应力路径的三轴试验:①12个 净围压($\sigma_3 - u_a$)和吸力s都控制为常数的三轴排水剪 切试验。净室压力分别控制为100,200,300 kPa,吸 力分别控制为0,50,100,200 kPa。②3个净平均应 力等于常数,吸力增大的三轴收缩试验。控制净平均 应力分别为25,50,100 kPa。③3个吸力等于常数, 净平均应力增大的各向同性压缩试验,控制吸力分别 为50,100,200 kPa,净平均应力分级施加。

表1 试验所用含黏砂土的颗粒组成^[19]

Table 1 Grain sizes of clayey sand used in tests

相对密度	颗粒(mm)组成/%					
$d_{\rm s}$	>2	$0.5 \sim 2$	$0.2 \sim 0.5$	0.2~0.075	< 0.075	
2.68	10.39	19.58	32.46	22.75	14.82	

表 2 试验所用含黏砂土的物性指标^[20]

干密度/(g·cm ⁻³)	含水率/%	孔隙比	饱和度/%
1.85	14.5	0.443	87.34

2.2 含黏砂土三轴排水剪切

对非饱和含黏砂土进行同时控制净围压和吸力都 为常数的三轴排水剪切试验,试验在相同净围压和不 同吸力作用下的偏应力、体积变化特性与试样轴向应 变的关系如图1所示。图中实心标记为偏应力,空心 标记为体应变。由图1可看出:相同干密度、相同净 围压作用下,吸力越大试样的剪切强度越大,说明了 吸力对土样强度有着重要的影响;随吸力的增大,试 样由无剪胀逐渐变为有较强剪胀,故吸力对试样的剪 胀有显著作用,吸力越大试样的剪胀越强;相同净围 压,随吸力的增大,试样的剪切强度与应变关系图逐 渐由应变硬化型向应变软化型转变。



图 1 偏应力、体变与轴向应变的关系



净围压越大剪切强度越高,吸力越大试样的应变软化现象越明显。吸力小于 100 kPa 时,3 种净围压作用下 受剪,试样剪胀微弱,随着吸力的增大,剪胀性逐渐 增强;相同吸力,围压越大剪胀性越明显。

2.3 控制净平均应力的三轴收缩试验

不仅净平均应力、剪切应力等荷载可以使土屈 服,Alonso(1990)提出吸力的增加也能使土屈服。 本节主要探讨控制净平均应力,当吸力逐渐增大,非 饱和含黏砂土的体变、排水和屈服的变化规律。图 2 为控制净平均应力时,随吸力增大不同净平均应力的 试样体积变化关系。图中纵轴v=1+e,横轴为吸力 变化的对数值。由图2可知试样在3种净平均应力作 用下,随吸力的增大3个试样都有一个较为明显的屈 服点,3 个试样屈服点较为接近。由此可见,控制净 平均应力,增大吸力的屈服点可以视为某一常数,陈 正汉等^[18]将这一吸力定义为这种土样的最大屈服吸 力,其数值见表3。



图 2 控制净平均应力 v - lgs 关系

Fig. 2 Relationship between v and lgs under controlled net mean stress

表 3 控制净平均应力三轴收缩试验参数

Table 3 Parameters of triaxial shrinkage tests with controlled net mean stress

р	屈服应力	$\lambda_{\varepsilon}(p)$	$\lambda_{\rm w}(p)$	$\beta(p)$
/kPa	/kPa	/ %	/ %	/ %
25	125	3.1608	6.5747	-3.545
50	126	5.1576	7.0457	-3.799
100	131	7.7571	7.0891	-3.823
平均值	127	—	6.9032	-3.722

控制净平均应力的三轴收缩试验的 ε_v , ε_w 和 w 三者与 lg $\frac{s+p_a}{p_a}$ 的关系见图 3 (a), (b), (c)。 $\lambda_{\varepsilon}(p)$,

 $\lambda_w(p)$ 和 $\beta(p)$ 分别表示图3(a),(b),(c)中直线段 斜率,将试验数据列于表3中。由表3可知,对不同 变化范围吸力的3组试样,净平均应力不同对 $\lambda_w(p)$, $\beta(p)$ 的影响较小,可近视为常数,本例中取3者的平均值。而 $\lambda_{\epsilon}(p)$ 随净平均应力的变化较为显著。不同 净平均应力的3组试验数据,可用下式描述:

$$\lambda_{\varepsilon}(p) = \lambda_{\varepsilon}^{0}(p) + m_{3} \lg \left(\frac{p + p_{a}}{p_{a}}\right) \quad , \qquad (39)$$

其中, $\lambda_{\varepsilon}^{0}(p) \neq \lambda_{\varepsilon}(p)$ 在 *p* 等于零时的值, $\lambda_{\varepsilon}^{0}(p) = 0.010794$, *m*₃=0.22364。

式(8)两边对s微分得
$$\frac{dw}{ds} = -\frac{1+e_0}{d_s} \frac{d\varepsilon_w}{ds} , \qquad (40)$$

$$\frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}\mathrm{lg}\left(\frac{s+p_{\mathrm{a}}}{p_{\mathrm{a}}}\right)} = 0.4343 \frac{s+p_{\mathrm{a}}}{p_{\mathrm{a}}} \frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}s} = \beta(p) \quad , \quad (41)$$

$$\frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}\mathrm{lg}\left(\frac{s+p_{\mathrm{a}}}{p_{\mathrm{a}}}\right)} = 0.4343 \frac{s+p_{\mathrm{a}}}{p_{\mathrm{a}}} \frac{\mathrm{d}\varepsilon_{\mathrm{w}}}{\mathrm{d}s} = \lambda_{\mathrm{w}}(p) \,. \tag{42}$$

由式 (40) ~ (42) 可得 $\lambda_w(p)$ 和 $\beta(p)$ 之间的关系:

$$\lambda_{\rm w}(p) = -\frac{d_{\rm s}}{1+e_0}\beta(p) \quad , \tag{43}$$

式中的负号表示试样中含水率随排水量增加而减小。

把 $d_s \pi e_0$ 带入式(43),对应于同一吸力的 $\lambda_w(p)$ 与 $\beta(p)$ 的数值之比等于 1.857,与表 3 中这两数值之比接近,说明试验数据是比较可靠的。



图 3 控制净平均应力的三轴收缩试验

Fig. 3 Triaxial shrinkage tests with controlled net mean stress

2.4 控制吸力的三轴均压试验

控制吸力分别为 50, 100, 200 kPa 的 3 个试样随 净平均应力的变化,屈服点、体积变化、排水体积变 化和试样的含水率变化关系如图 4,5 所示。



Fig. 4 Relationship between v and $\lg \frac{p + p_a}{p_a}$ under controlled

suction

图 4 为控制吸力时,随净平均应力的增大,不同 吸力试样体积变化关系。图中符号意义同前。由图 4 可知试样在 3 种吸力作用下,随净平均应力的增大 3 个试样都有一个较为明显的屈服点,它们随着吸力的 增大,而明显提高,说明吸力对土样屈服有较大的影 响。类似的, $\lambda_c(s)$, $\lambda_w(s)$ 和 $\beta(s)$ 分别表示图 5 (a), (b),(c)中直线段斜率,将试验数据列于表 4 中。 由表 4 可知,对不同变化范围吸力的 3 个试样,吸力 不同对 $\lambda_w(s)$, $\beta(s)$ 的影响较小,可以近似为常数, 本文中取 3 试样的平均值。而 $\lambda_c(s)$ 随净平均应力的变 化较为显著,有

$$\lambda_{\varepsilon}(s) = \lambda_{\varepsilon}^{0}(s) + m_{4} \lg \left(\frac{s + p_{a}}{p_{a}}\right) \quad , \qquad (44)$$

式中, $\lambda_{\varepsilon}^{0}(s)$ 是饱和土的体变与压缩荷载的斜率, $\lambda_{\varepsilon}^{0}(s) = 0.097909$, $m_{4} = -0.1745$,负号表示随吸力的增大,体变减小。





表 4 控制吸力的均压试验参数

Table 4 Parameters of isotropic compression tests with controlled

5	suction			
<i>s</i> /kPa	屈服应	$\lambda_{\varepsilon}(s)$	$\lambda_{\mathrm{w}}(s)$	$\beta(s)$
	力/kPa	/%	/%	/%
50	114	7.5831	7.5831	-3.4629
100	138	3.0609	7.1369	-4.1761
200	151	2.0798	7.0798	-3.7295
平均值	—	_	7.2666	-3.7895

图 6 为不同净围压下,不同吸力的三轴排水剪切 试验塑性功与屈服函数间的关系。由图 6 可知:相同 净围压下,吸力越大同一塑性功所对应的屈服函数值 越大;随吸力的增大,塑性功与屈服函数间的关系, 由硬化型向软化型过渡,尤其在高吸力(*s*=200 kPa) 作用下,屈服函数值增加较快,软化现象更为明显。 相同吸力,不同净围压作用下,围压越大,同一塑性 功对应的屈服函数值越小;塑性功与屈服函数间的关 系软化现象越明显。所以吸力和净围压对屈服函数和 塑性功都有较大的影响。由上述试验确定的模型参数 如表 5 所示。

3 模型预测与试验数据比较分析

由上述推导可知,非饱和土体的体变部分的弹性 应变、剪切屈服面的塑性应变和体积屈服面的塑性应 变分量三部分都已得到相应的解答,它们三项的和即 式(38)。模型参数各部分参数如表5所示,由前面的 推导可知,相对于原模型14个参数,本模型需19个



Fig. 6 Relationship between plastic work $W_{\rm p}\,$ and yield function $F_{\rm p}\,$

参数确定总体变,这是由于考虑吸力影响造成的。式 (38)所计算的结果和试验所测结果如图7所示。由 图可知非饱和含黏砂土的剪胀性不但与围压有关,而 且同吸力也有密切的关系。所有的曲线在轴向应变-体变坐标平面内,每条曲线都有一个峰值点,这说明 本文所研究的含黏砂土在控制初始含水率14.5%和初 始干密度1.85 g/cm³所选应力加载路径下,具有剪胀 性。其剪胀的明显程度、峰值点出现快慢与围压和吸 力的大小有关。同一吸力下,随着围压的增大,剪胀 性越明显,峰值点出现的越快;在同一围压下,吸力 越大,剪胀性越明显,峰值点出现的越快。由图7可

表 5 非饱和含黏砂土 Lade 模型参数

Table 5 Lade model parameters of unsaturated clayey sand

合业	4 <i>-</i> 1.		ロソブツ	会业业工作
参数	名称	表达式或数值	相关系数	参数类型
k	净平均应力变化引起的弹性硬 化参数	-0.0002s + 0.0442	0.8015	弹性 应变
$k_{\rm s}$	吸力变化引起的弹性硬化参数	0.0003p + 0.0098	0.9823	参数
$\eta_{\scriptscriptstyle 1}$	吸力有关的屈服指数	6.8246 <i>s</i> + 48.5612	0.9245	
т	吸力有关的屈服指数	0.0037s + 0.5281	0.8435	
R	塑性势常数	21.6425	_	
S	塑性势常数	0.3183	_	
X	塑性势常数	78.2156	_	
t	塑性势常数	-72.6323	_	
α	塑性功常数	-4.5347	_	
β	塑性功常数	-0.3154	—	塑性
φ	塑性功常数	10.7526	_	剪切
M	功硬化常数	0.1032	—	应变
L	功硬化常数	0.2834	_	参数
n	功硬化常数	$-0.0297s - 0.002522(\sigma_3 - u_a) + 11.6942$	0.9576	
Y	功硬化常数	-0.3054	—	
$\lambda(s)$	净平均应力变化引起塑性 硬化参数	0.0007 <i>p</i> + 0.0106	0.9535	塑性 应变
$\lambda_{ m s}$	吸力变化引起塑性硬化参数	-0.0003s + 0.0801	0.7305	参数

知试验数据与理论计算值之间虽然数值之间虽有所差别,但其变化规律较为相符,说明修正后的 Lade-Duncan 模型可以推广到非饱和含黏砂土,从而说明吸 力对非饱和黏土质砂的剪胀性有显著的影响。



图 7 体变与轴应变的关系

Fig. 7 Relationship between volume change and axial strain

4 结 语

本文进行了 3 种不同应力路径的三轴试验,以能 较好反映非饱和黏土弹塑性的 Barcelona 模型和能较 好反映砂土剪胀特性的 Lade 双屈服面模型为理论基 础,建立了能较好反映含黏砂土剪胀特性的弹塑性模 型,讨论了吸力和净围压对非饱和含黏砂土剪胀特性、 变形、塑性功、屈服函数的影响。建立了非饱和含黏 砂土弹塑性模型,并确定了相关参数。把试验结果和 模型所得结果相比较,规律符合较好,说明运用该模 型计算非饱和含黏砂土是较为可靠的。从试验数据可 看出,含黏砂土的体变峰值点,剪胀性与净围压和吸 力的变化有密切的关系。

参考文献:

- 沈珠江.理论土力学[M].北京:中国水利水电出版社,
 2000. (SHEN Zhu-jiang. Theoretical soil mechanics[M].
 Beijing: China Water & Power Press, 2000. (in Chinese))
- [2] 郑颖人, 沈珠江, 龚晓南. 岩土塑性力学原理[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2003. (ZHENG Ying-ren, SHE Zhu-jiang, GONG Xiao- nan. The principles of geotechnical plastic mechanics[M]. Beijing: China Architecture and Building Press, 2003. (in Chinese))
- [3] ROWE P W. The stress-dilatancy relation for static equilibrium of an assembly of particles in contact[J]. Proc of

the Royal Society of London, 1962, 269(1339): 500 - 527.

- [4] ROWE P W, TH BANDEN L, LEE I K. Energy components during The triaxial cell and direct shear tests[J]. Géotechnique, 1964, 14(3): 247 - 261.
- [5] 魏汝龙. 论土的剪胀性[J]. 水利学报, 1963(6): 31 40.
 (WEI Ru-long. Study on the dilatancy of soils[J]. Journal of Hydrilic Engineering, 1963(6): 31 40. (in Chinese))
- [6] MATSUOKA H. A microscopic study on shear mechanism of granular materials[J]. Soils and Foundations, 1974, 14(1): 29 - 43.
- [7] ODA M. On stress-dilatancy relation of sand in simple shear[J]. Soils and Foundations, 1975, 15(2):17 - 29.
- [8] LADE P V, DUNCAN J M. Elasto-plastic stress-strain theory for cohensionless soil[J]. ASCE 1975, 1(10): 037 – 053.
- [9] LADE P V. Elasto-plastic stress-strain theory for cohensionless with curved yield surface[J]. International Journal of Solids and Structures, 1977, 13: 1019 – 1035.
- [10] LADE P V. Single harding constitutive models for frictional materials: I plastic potential function[J]. Computer and Geotechnics, 1988, 5(1): 307 - 324.
- [11] LADE P V. Single harding constitutive models for frictional materials: II yield criterion and plastic work contours[J]. Computer and Geotechnics, 1988, 6(1): 13 - 29.
- [12] LADE P V, KIN M K. Single harding constitutive models for frictional materials: III comparisons with experimental data[J]. Computer and Geotechnics, 1988, 6(1): 31 - 47.
- [13] 张问清,赵锡宏,董建国.上海粉砂土弹塑性应力 应变 模型探讨[J]. 岩土工程学报, 1982, 4(4): 159 - 173.
 (ZHANG Wen-qing, ZHAO Xi-hong, DONG Jian-guo. A study of elastoplastic model for shanghai silty-sand[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1982, 4(4): 159 - 173. (in Chinese))
- [14] 张建民. 砂土的可逆性和不可逆性剪胀规律[J]. 岩土工程 学报, 2000, 22(1): 12 - 17. (ZHANG Jian-min. Reversible and irreversible dilatancy of sand[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2000, 22(1): 12 - 17. (in Chinese))
- [15] 李广信,郭瑞平. 土的卸载体缩与可恢复剪胀[J]. 岩土工程学报, 2000, 22(2): 158 161. (LI guang-xin, GUO Rui-ping. Volume-contraction in unloading of shear tests and reversible dilation of soils[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering 2000, 22(2): 158 161. (in Chinese))
- [16] 迟明杰, 赵成刚, 李小军. 砂土剪胀机理的研究[J].土木工

程学报, 2009, **42**(3): 99 - 104. (CHI Ming-jie, ZHAO Chen-gang, LI Xiao-jun. Stress-dilation mechanism of sands[J]. Chinese Civil Engineering Journal, 2009, **42**(3): 99 - 104. (in Chinese))

- [17] 陈正汉,谢定义,王永胜. 非饱和土的水气运动规律及其 工程性质研究[J]. 岩土工程学报, 1993, 15(3): 9 - 20. (CHEN Zheng-han, XIE Ding-yi, WANG Yong-sheng. Experimental studies of laws of fluid motion, suction and pore pressures in unsaturated soil[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1993, 15(3): 9 - 20. (in Chinese))
- [18] 陈正汉. 重塑非饱和黄土的变形、强度、屈服和水量变化特性[J]. 岩土工程学报, 1999, 21(1): 82 90. (CHEN Zheng-han. Deformation, strength, yield and moisture change of a remolded unsaturated loess[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1999, 21(1): 82 90. (in Chinese))
- [19] 苗强强,张 磊,陈正汉,等. 非饱和含黏砂土的广义土– 水特征曲线试验研究[J]. 岩土力学, 2010, 31(4): 102 - 106.
 (MIAO Qiang-qiang, ZHANG Lei, CHEN Zheng-han, et al.

(上接第228页)

- [12] 刘晓敏,赵慧丽,王连俊. 非饱和粉质粘土的土水特性试验研究[J]. 地下空间,2001,21(5):375-378. (LIU Xiao-min, ZHAO Hui-li, WANG Lian-jun. Experimental study on soil-water character of unsaturated powdery clay[J]. Underground Space, 2001,21(5):375-378. (in Chinese))
- [13] 杨 钢,杨 庆. 土-水特征曲线测定过程中潜在影响因素与异常现象研究[J]. 岩土力学, 2014, 35(2): 397 406. (YANG Gang, YANG Qing. Experimental research on potential factors and abnormal phenomenon for measuring soil-water characteristic curve[J]. Rock and Soil Mechanics, 2014, 35(2): 397 406. (in Chinese))
- [14] 杨 钢,杨 庆,刘文化. 重塑试样差异性对土-水特征曲 线影响试验研究[J]. 大连理工大学学报, 2013, 53(5): 723 729. (YANG Gang, YANG Qing, LIU Wen-hua. Experimental study on influence of remolded specimen difference on soil-water characteristic curve[J]. Journal of Dalian university of Technology, 2013, 53(5): 723 729. (in Chinese))
- [15] BEKERKOWITZ B, EWING R P. Percolation theory and network modeling application in soil physics[J]. Surveys Geophys, 1998, 19(1): 23 - 72.
- [16] FISHER R A. On the capillary forces in an ideal soil;

Experimental study on generalized SWCC of unsaturated sand and containing clay[J]. Rock and Soil Mechanics, 2010, **31**(1): 102 – 106. (in Chinese))

- [20] 张 磊, 苗强强, 陈正汉, 等. 重塑非饱和含黏砂土变形强度特性的三轴试验[J]. 后勤工程学院学报, 2010, 25(6):
 6-11. (ZHANG Lei, MIAO Qiang-qiang, CHEN Zheng-han, et al. Triaxial test of deformation and strength change of a remolded unsaturated sand[J]. Journal of Logistical Engineering University, 2010, 25(6): 6 11. (in Chinese))
- [21] ALONSO E E, GENS A, JOSA A. A constitutive model for partially saturated soils[J]. Géotechnique, 1990, 40(3): 405 – 430.
- [22] 陈正汉,周海清, FREDLUND D G 非饱和土的非线性模型及其应用[J]. 岩土工程学报, 1999, 21(5): 603 608.
 (CHEN Zheng-han, ZHOU Hai-qing, FREDLUND D G. Nonlinear model for unsaturated soils and its application[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1999, 21(5): 603 608. (in Chinese))

(本文责编 明经平)

correction of formulars by W.B. Haines[J]. J Agric Sci, 1926, 16: 492 - 505.

- [17] WHEELER S J, SHARMA R S, BUISSON M S R. Coupling of hydraulic hysteresis and stress-strain behaviour in unsaturated soils[J]. Géotechnique, 2003, 53(1): 41 - 54.
- [18] JOTISANKASA A, VATHANANUKIJ H, COOP M R. Soil-water retention curves of some silty soils and their relations to fabrics[C]// Proceedings of 4th Asia Pacific Conference on Unsaturated Soils. Newcastle, 2010: 263 – 268.
- [19] 杨 钢,杨 庆,孔纲强. 平衡饱和度差异性产生机理及 其对非饱和土力学特性的影响[J]. 工程力学, 2014, 31(6):
 151 - 158. (YANG Gang, YANG Qing, KONG Gang-qiang. A mechanism for calculating the difference in equilibrium saturations and their impact on the mechanical behaviors of unsaturated soils[J]. Engineering Mechanics, 2014, 31(6):
 151 - 158. (in Chinese))
- [20] SIMMS P H, YANFUL E K. Predicting soil-water characteristic curves of compacted plastic soils from measured pore-size distributions[J]. Géotechnique, 2002, 52(4): 269 - 278.