

DOI: 10.11779/CJGE201808007

基于微观破损机理的胶结砂土三维本构模型研究

张伏光^{1, 2, 3}, 蒋明镜^{*4, 2, 3}

(1. 石家庄铁道大学土木工程学院, 河北 石家庄 050043; 2. 同济大学地下建筑与工程系, 上海 200092; 3. 同济大学岩土及地下工程教育部重点实验室, 上海 200092; 4. 天津大学建筑工程学院, 天津 300072)

摘要: 在岩土破损力学和临界状态土力学框架内, 遵循宏观土力学的研究思路, 建立了胶结砂土三维本构模型。定义与重塑砂土屈服面几何相似但尺寸扩大的胶结砂土屈服面; 采用经三维离散元验证的 Lade-Duncan 强度准则作为临界状态强度面; 基于胶结材料微观力学理论并结合三维离散元模拟结果, 获得具有微观力学机制的胶结破损规律; 将胶结破损规律引入到重塑砂土的硬化规律和流动法则, 得到胶结砂土的硬化规律和流动法则。将该本构模型应用于人工制备胶结砂土室内常规三轴压缩试验和等平均应力真三轴试验的模拟, 初步验证了该模型的适用性。

关键词: 胶结砂土; 微观机理; 离散元; 本构模型

中图分类号: TU43

文献标识码: A

文章编号: 1000 - 4548(2018)08 - 1424 - 09

作者简介: 张伏光(1983 -), 男, 博士, 讲师, 主要从事结构性土宏观试验、本构模型和数值分析研究。Email: zhangfuguang168@126.com。

Three-dimensional constitutive model for cemented sands based on micro-mechanism of bond degradation

ZHANG Fu-guang^{1, 2, 3}, JIANG Ming-jing^{4, 2, 3}

(1. School of Civil Engineering, Shijiazhuang Tiedao University, Shijiazhuang 050043, China; 2. Department of Geotechnical Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 3. Key Laboratory of Geotechnical and Underground Engineering of Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 200092, China; 4. Department of Civil Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

Abstract: Based on the framework of breakage mechanics for geological materials and the critical-state soil mechanics, a three-dimensional (3-D) constitutive model for cemented sands is proposed following the research idea for macro- and micro-mechanical soil mechanics. A yield surface for reconstituted sands is improved for the cemented sands by enlarging the surface size. To consider the behaviors of shear strength in the 3-D space, the Lade-Duncan strength criterion, validated by simulations of 3-D distinct element method (DEM), is used as the critical-state strength surface. A degradation evolution for bond is obtained from 3-D DEM specimens based on the micro-mechanics theory for cemented materials and the simulated results of DEM. By introducing the degradation evolution for bond, the hardening law and flow rule for reconstituted sands are modified and applied for cemented sands. The proposed model is preliminarily verified by predicting the mechanical behaviors of artificially cemented sands in the conventional triaxial compression tests and true triaxial tests with constant mean stress.

Key words: cemented sand; micro-mechanism; distinct element method; constitutive model

0 引 言

胶结砂土广泛存在于自然界中, 一般为方解石、硅、氧化铁或黏土矿物等的沉淀^[1-2]。另外, 水泥、石膏等胶结材料与砂土混合, 可以用于加固局部土体, 由此形成人工胶结砂土^[3]。由于胶结效应的存在, 天然砂土或人工胶结砂土的力学特性与重塑砂土存在显著差异: 前者力学特性除了受应力历史和土体密度影响之外, 还取决于土颗粒间胶结物质的力学性质, 不能用经典土力学理论进行描述。此外, 土体是三维的, 且经常处于一般三维应力路径荷载作用下。建立考虑

胶结效应的砂土三维本构模型, 一直都是国内外岩土工作者研究的重点和热点, 对于岩土工程分析设计和防灾减灾具有十分重要的学术与工程实际价值。

沈珠江等^[4]率先将损伤理论引入到土体的本构模型建立中, 将土体视为原状土和扰动土的组合, 在荷载作用下, 土体结构逐渐破损, 原状土逐渐向扰动土

基金项目: 国家自然科学基金重点项目(51639008); 国家自然科学基金项目(51579178)

收稿日期: 2017 - 07 - 15

*通讯作者 (E-mail: mingjing.jiang@tju.edu.cn)

转变, 进而建立了弹塑性损伤模型^[5]、非线性损伤模型^[6]、堆砌体模型^[7], 随后, 在破损理论框架内建立了一系列二元介质模型^[8-10]。在 Desai 提出的扰动状态概念中, 岩土材料由相对完整状态和完全调整状态组成, 在荷载作用下, 材料由最初的相对完整状态逐渐向完全调整状态转变。此后, Desai 等^[11-12]、吴刚^[13-14]、周成等^[15]、Athukorala 等^[16]、Ouria^[17]提出了不同的扰动状态模型。与上述建模思路不同, 一些学者^[18-19]尝试采用不同的本构模型描述净砂和胶结物质的力学特性, 胶结土整体力学特性为两者之和, 通过逐渐减小胶结物质的比例来表征胶结破损过程。另外, 为将重塑土弹塑性模型用于胶结岩土材料的模拟, Gens 等^[20]提出了一个建模框架: 胶结岩土材料的屈服面形状与重塑土相同, 但尺寸要大于重塑土(以表征胶结效应), 在荷载作用下, 前者逐渐趋向后者。在该理论框架下, Nova 等^[21]、Yu 等^[22]、Rahimi 等^[23]建立了胶结砂土的本构模型。此外, Reddy 等^[24]、Sun 等^[25]通过引入抗拉球应力来考虑胶结效应, 也提出了不同形式的胶结砂土本构模型。

上述本构模型建模方法各有特色, 但均存在一个核心假定: 需要描述胶结砂土向重塑砂土转变的过程, 也即胶结破损规律。目前, 由于室内测试技术的限制, 破损规律尚不能由试验定量测试得到, 一般是通过先假定破损规律函数、后通过拟合室内单元试验来确定函数中的参数; 该破损规律缺少微观层面的有效验证。基于宏微观土力学的研究思路, 蒋明镜等^[26-27]通过二维离散元方法初步揭示了土体的胶结破损特征, 并建立了胶结砂土的弹塑性模型, 这些模型并未考虑胶结效应对应力-剪胀关系的影响。另外, 大多数胶结砂土本构模型是依据室内常规三轴试验结果建立起来的, 而常规三轴试验并不能反映胶结砂土一般三维应力状态。

本文在岩土破损力学和临界状态土力学框架内, 遵循宏微观土力学的研究方法, 采用三维离散元方法获得了胶结砂土数值试样在不同加载路径下的胶结破损规律并建议了计算公式, 具有微观力学基础; 将该胶结破损参数式引入到重塑砂土的硬化规律和流动法则以用于胶结砂土; 结合屈服函数和经离散元验证的临界状态强度面, 建立了胶结砂土的三维本构模型, 并对模拟结果和室内试验结果初步验证了本文模型的有效性。

1 本构模型

1.1 屈服函数

剑桥模型能够合理描述饱和和正常固结黏土(重塑黏土)的主要力学特性, 但是无法合理描述砂土和强

超固结黏土的主要力学特征。Yao 等^[28]从修正剑桥模型出发, 通过分析等平均应力压缩与等向压缩两种典型应力路径下砂土与黏土的塑性变形演化规律, 推导出了适用于砂土与黏土的统一硬化参数式, 从而建立了适用于砂土与黏土的统一硬化模型。在 Yao 等^[28]研究的基础上, 蒋明镜等^[27]对修正剑桥模型的硬化参数进行了修正, 提出了一个类似的硬化参数表达式, 建立了砂土与黏土的本构模型。上述研究结果表明, 通过修正硬化规律可以使修正剑桥模型较好地模拟砂土的力学响应。出于简单、实用的目的, 本文也将从修正剑桥模型出发, 建立胶结砂土的三维本构模型。

与修正剑桥模型的屈服函数相同, 重塑砂土的屈服函数表达式如下^[29]:

$$f = \ln \frac{p}{p^*} + \ln \left(1 + \frac{\eta^2}{M^2} \right) = 0 \quad (1)$$

式中 p 为平均应力; M 为临界状态应力比; p^* 为重塑砂土屈服面与 p 轴的交点, 即重塑砂土的硬化参数。

对于胶结砂土, 假设其屈服面形状与重塑砂土屈服面形状几何相似, 仅几何尺寸不同, 屈服函数表示为^[27]

$$f = \ln \frac{p}{\bar{p}} + \ln \left(1 + \frac{\eta^2}{M^2} \right) = 0 \quad (2)$$

式中, \bar{p} 为胶结砂土屈服面与 p 轴的交点, 即胶结砂土的硬化参数。

图 1 给出上述胶结砂土及重塑砂土屈服函数表达式在 $p-q$ (偏应力) 平面内的轨迹。出于简化本构模型目的, 本文忽略了胶结砂土颗粒间胶结作用所引起的抗拉强度, 因此胶结砂土屈服面在 q 轴的截距为零。

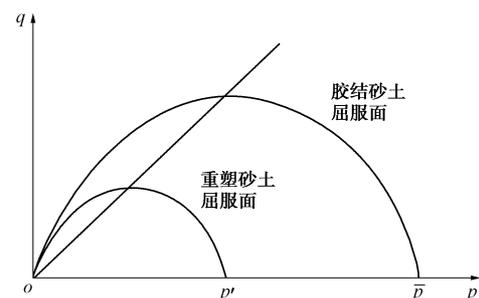


图 1 $p-q$ 平面内胶结砂土及重塑砂土屈服面

Fig. 1 Yielding surfaces for cemented and reconstituted sands in $p-q$ plane

1.2 临界状态强度面

笔者采用三维离散元方法对重塑砂土和胶结砂土数值试样的强度特征作了详细分析, 结果表明^[30]: 相比于 SMP 破坏准则^[31]及非线性统一强度理论^[32], Lade-Duncan 破坏准则^[33]能够较好地描述土体的强度特征。鉴于此, 本文在建立胶结砂土本构模型时选用 Lade-Duncan 准则作为临界状态强度, 其在子午面内

可表示为

$$q = M(\theta)p \quad , \quad (3)$$

式中, $M(\theta)$ 为土体抗剪强度参数, θ 为应力罗德角。Lade-Duncan 破坏准则考虑了中主应力系数 b 或应力罗德角 θ 的影响, 并且可由三轴压缩条件下抗剪强度参数 M_c 求得不同中主应力系数 b 或应力罗德角 θ 条件下的土体抗剪强度参数 $M(\theta)$, 计算方法详见文献[34]。

1.3 破损参数

在构建胶结砂土本构模型时, 确定合理的破损参数演变规律是核心, 这需要从微观尺度对土体胶结破损规律进行定量研究, 从而建立其与宏观力学变量之间的联系。

任意形状的颗粒材料代表性单元的平均应力 $\bar{\sigma}_{ij}$ 可以通过颗粒间的接触力进行求解^[35]:

$$\bar{\sigma}_{ij} = \frac{1}{V} \sum_{k=1}^N F_i^k l_j^k \quad . \quad (4)$$

式中 V 和 N 分别为代表性单元的体积和代表性单元内部接触点的数目; F_i^k 为第 k 个接触点处 i 方向上的分量; l_j^k 为组成第 k 个接触点两颗粒质心连线矢量在 i 方向上的分量。

对于胶结砂土, 可根据颗粒间接触处是否存在胶结, 将代表性单元的平均应力分解为两部分之和^[36]:

$$\bar{\sigma}_{ij} = (1 - \lambda_v) \cdot \bar{\sigma}_{ij}^{\text{in}} + \lambda_v \cdot \bar{\sigma}_{ij}^{\text{d}} \quad , \quad (5)$$

式中, 上标 in, d 分别表示胶结颗粒和无胶结颗粒(下文亦同), $\lambda_v = V^{\text{d}}/V$ 为体积破损率。 $\bar{\sigma}_{ij}^{\text{in}}$, $\bar{\sigma}_{ij}^{\text{d}}$ 分别为有胶结颗粒和无胶结颗粒平均应力张量, 表示为^[36]

$$\left. \begin{aligned} \bar{\sigma}_{ij}^{\text{in}} &= \frac{1}{V^{\text{in}}} \sum_{k=1}^{N^{\text{in}}} F_i^k l_j^k \\ \bar{\sigma}_{ij}^{\text{d}} &= \frac{1}{V^{\text{d}}} \sum_{k=1}^{N^{\text{d}}} F_i^k l_j^k \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式中, $N = N^{\text{d}} + N^{\text{in}}$ 。同文献[36], 取 $\lambda_v = N^{\text{d}}/N$ 。

任意形状的颗粒材料代表性单元的平均应变张量 $\bar{\varepsilon}_{ij}$ 可求解如下^[35]:

$$\bar{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{2V} \sum_{k=1}^N (d_i^k \Delta u_j^k + d_j^k \Delta u_i^k) \quad . \quad (7)$$

同理, 平均应变张量表示为以下两部分之和^[36]:

$$\bar{\varepsilon}_{ij} = (1 - \lambda_v) \cdot \bar{\varepsilon}_{ij}^{\text{in}} + \lambda_v \cdot \bar{\varepsilon}_{ij}^{\text{d}} \quad , \quad (8)$$

式中, $\bar{\varepsilon}_{ij}^{\text{in}}$, $\bar{\varepsilon}_{ij}^{\text{d}}$ 分别为有胶结颗粒和无胶结颗粒平均应变张量, 表示为^[36]

$$\left. \begin{aligned} \bar{\varepsilon}_{ij}^{\text{in}} &= \frac{1}{2V^{\text{in}}} \sum_{k=1}^{N^{\text{in}}} (d_i^k \Delta u_j^k + d_j^k \Delta u_i^k) \\ \bar{\varepsilon}_{ij}^{\text{d}} &= \frac{1}{2V^{\text{d}}} \sum_{k=1}^{N^{\text{d}}} (d_i^k \Delta u_j^k + d_j^k \Delta u_i^k) \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

下文首先给出几种经典结构性土本构模型中破损

参数定义式的微观表达方法, 用于通过三维离散元方法对相应模型中建议的破损参数计算式进行验证。限于篇幅, 详情可见文献[30]。

在应变分担二元介质模型中, 破损参数 ω_B 的定义式可表示为^[36]

$$\omega_B = \lambda_v \cdot \bar{\sigma}_{ij}^{\text{d}} / \bar{\sigma}_{ij} \quad . \quad (10)$$

在应力分担二元介质模型中, 破损参数 ω_b 的定义式可表示为^[36]

$$\omega_b = \lambda_v \cdot \bar{\varepsilon}_{ij}^{\text{d}} / \bar{\varepsilon}_{ij} \quad . \quad (11)$$

与上述二元介质模型的建立思想相似, 弹塑性损伤模型^[5]、非线性损伤模型^[6]、扰动状态模型^[11]也将结构性土看作是不同成分组合而成的复合材料, 通过损伤比、扰动函数的演变规律将上述不同成分土体的特性联系起来, 进而反映结构性土向重塑土转变的过程, 另外, 其破损参数定义式不具有明确的微观物理意义, 因此, 对上述本构模型的破损参数计算式进行离散元验证时建议采用式(10)或(和)(11)(弹塑性损伤模型, 采用式(10); 非线性损伤模型, 采用式(11); 扰动状态模型, 采用式(10)、(11))。

在上负荷面剑桥模型^[37]中, 表征重塑土应力状态和原状土应力状态比值的内变量 R^* 可表示为^[36]

$$R^* = \lambda_v \cdot \bar{\sigma}_{ij}^{\text{d}} / \bar{\sigma}_{ij} \quad . \quad (12)$$

在 Nova 等建立的模型^[21]中, 分别表征重塑土屈服应力与结构性所引起的土体结构屈服应力的硬化参数 p_s , p_m 可表示为^[36]

$$\left. \begin{aligned} p_s &= \lambda_v \cdot \bar{\sigma}_{ij}^{\text{d}} \\ p_m &= (1 - \lambda_v) \cdot \bar{\sigma}_{ij}^{\text{in}} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

在 Rouainia 等建立的模型^[38]中, 表征重塑土屈服应力与原状土屈服应力比值的内变量 r 可表示为

$$r = \lambda_v \cdot \bar{\sigma}_{ij}^{\text{d}} / \bar{\sigma}_{ij} \quad , \quad (14)$$

在结构性土剑桥模型^[39]中, 分别表征重塑土屈服应力与原状土屈服应力的硬化参数 p'_0 , p'_s 可表示为

$$\left. \begin{aligned} p'_0 &= \lambda_v \cdot \bar{\sigma}_{ij}^{\text{d}} \\ p'_s &= \bar{\sigma}_{ij} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

然后, 采用三维离散元方法对胶结砂土离散元试样(胶结含量 $c_c = 2\%$, 初始孔隙比 $e_0 = 0.79$) 在等应力比压缩(包括等向压缩)、常规三轴压缩、真三轴试验(包括等平均应力和等小主应力情况, 中主应力系数 $b = 0.0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0$) 条件下的胶结破损规律进行统计, 得到式(10)~(15)与相应本构模型建议的破损参数计算式中宏观力学变量之间的关系, 然后采用建议的破损参数计算式对上述关系进行最优化拟合, 结果表明: 沈珠江弹塑性损伤模型^[5]中建议的破损参数计算式能够较好地描述不同应力路径

条件下结构性土向重塑土转变的过程。因此, 在弹塑性损伤模型^[5]破损参数计算式的基础上, 将体积应变和偏应变变为塑性体积应变和塑性偏应变, 并将初始胶结破损考虑在内, 建议采用如下表达式表征土体胶结破损演变规律^[30]:

$$\omega_B = 1 - \exp(-c_a \cdot \varepsilon_v^p - c_b \cdot \varepsilon_s^p - c_c) \quad (16)$$

式中 ε_v^p , ε_s^p 分别为塑性体积应变和偏应变; 参数 c_a , c_b 表征胶结破损的速率, 其值越大, 胶结破损越快; 参数 c_c 表征初始胶结破损程度, 其值越大, 表征初始胶结破损程度越高。下文, 将式 (16) 引入到重塑砂土的流动法则和硬化规律中, 以反映胶结破损的影响。

1.4 流动法则

为得到砂土的应力 - 剪胀方程, 姚仰平等^[40]将特征状态应力比 M_d 引入到修正剑桥模型的应力 - 剪胀方程中, 提出

$$d = \frac{M_d^2 - \eta^2}{2\eta} \quad (17)$$

其中,

$$M_d = Me^{m\psi} \quad (18)$$

式中 n 为正的模型参数; ψ 为状态参数, $\psi = e - e_{cs} = e - (e_f - \lambda \cdot \ln p)$, e 和 e_{cs} 分别为砂土当前孔隙比与当前平均应力对应的临界状态孔隙比, e_f 为重塑土临界状态线在 $e - \ln p$ 平面内平均应力 $p = 1$ kPa 时土体的孔隙比。对式 (17) 进行应力积分, 得到基于修正剑桥模型的砂土塑性势函数:

$$g = p \left(1 + \frac{\eta^2}{M_d^2} \right) = 0 \quad (19)$$

由正交流动法则, 可得到土体塑性应变增量:

$$d\varepsilon_{ij}^p = \Lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} \quad (20)$$

式中, Λ 为塑性因子。

需要指出的是, 式 (18) 适用于常规三轴剪切应力路径, 其对于复杂应力路径的适用性还有待验证。笔者^[30]采用 Sun 等^[41]密实净砂试样的复杂应力路径试验资料对式 (18) 进行验证和推广, 结果表明: 不同中主应力系数 b 条件下的参数 n 值分布在 0.3 附近。出于简便考虑, 这里不再考虑中主应力系数 b 对参数 n 的影响, 也即认为式 (18) 可以推广应用于三维应力情况, 有

$$M_d = M(\theta)e^{m\psi} \quad (21)$$

式中, $M(\theta)$ 见式 (3)。

室内试验结果表明, 胶结效应对应力 - 剪胀关系具有显著影响。这里, 通过修正式 (21) 来考虑胶结的影响, 修正后的应力 - 剪胀关系式如下:

$$d = \frac{\{M(\theta)e^{m\psi} \cdot [1 + (1 - \sqrt{\omega_B})^4]\}^2 - \eta^2}{2\eta} \quad (22)$$

式中, i_1 为模型参数。由式 (22) 可知, 当胶结完全丧失时, 式 (22) 退化为重塑砂土的应力 - 剪胀关系式 (17)。综上, 本文本构模型所采用的塑性势函数仍为 (19), 式中 $M_d = M(\theta)e^{m\psi} \cdot [1 + (1 - \sqrt{\omega_B})^4]$ 。

1.5 硬化规律

蒋明镜等^[27]参考 Li 等^[42]和 Yao 等^[28]的研究思路, 提出了重塑土硬化参数 p^* 的表达式:

$$p^* = p_0^* \exp\left(\frac{1}{C_p} \frac{M_b^2 - \eta^2}{M_d^2 - \eta^2} \varepsilon_v^p\right) \quad (23)$$

式中 $p_0^* = 1$ kPa 为参考应力; $C_p = (\lambda - \kappa)/(1 + e_0)$, λ , κ 分别为等向压缩试验中压缩曲线和回弹一再压缩曲线在 $e - \ln p$ 平面内的斜率, e_0 为重塑土正常压缩线上平均应力 $p = 1$ kPa 所对应的孔隙比; 峰值应力比 $M_b = Me^{-m\psi}$, 其中 m 为正的模型参数。

需要注意的是, 式 (23) 适用于常规三轴剪切应力路径, 其对于复杂应力路径的适用性还有待验证。笔者^[30]采用 Sun 等^[41]密实净砂试样的室内复杂应力路径试验资料对式 (23) 进行验证和推广, 结果表明: 随中主应力系数 b 增加, 参数 m 值近似线性减小。出于简便考虑, 这里采用表达式 $m = m_0 - kb \geq 0$, 式中 m_0 和 k 分别为 $b = 0$ 时的 m 值与线性段斜率。因此, 将式 (23) 推广应用于三维应力情况, 有

$$M_b = M(b)e^{-(m_0 - kb)\psi} \\ = M(\theta)e^{-\{m_0 - k[2 \tan \theta / (\sqrt{3} + \tan \theta)]\}\psi} \quad (24)$$

需要指出的是, 上面 m 与 b 的关系式 ($m = m_0 - kb$) 只是对 Sun 等^[41]的试验结果进行分析后所得, 其适应性还有待更多室内试验资料的验证。

胶结岩土材料强度可视为由无胶结颗粒集体强度和胶结颗粒集体强度组成, 因而胶结砂土屈服面硬化参量 \bar{p} 可以分解为^[27]

$$\bar{p} = p^* + p^{\text{in}} \quad (25)$$

式中, p^{in} 为颗粒间胶结引起的附加屈服强度。

由应力分担的概念, 可得^[27]

$$\frac{p^*}{\bar{p}} = \frac{\lambda_v \cdot \bar{\sigma}_{ij}^d}{\bar{\sigma}_{ij}} \quad (26)$$

将式 (10)、(23) 代入式 (26), 可得到胶结砂土的硬化规律, 如下:

$$\bar{p} = \frac{p_0^* \exp\left(\frac{1}{C_p} \frac{M_b^2 - \eta^2}{M_d^2 - \eta^2} \varepsilon_v^p\right)}{1 - \exp(-c_a \varepsilon_v^p - c_b \varepsilon_s^p - c_c)} \quad (27)$$

将胶结因素考虑到式 (27) 中, M_b 表达如下:

$$M_b = M(\theta)e^{-\{m_0 - k[2 \tan \theta / (\sqrt{3} + \tan \theta)]\}\psi}$$

$$[1 + (1 - \sqrt{\omega_B})^2] \quad (28)$$

式中, ι_2 为模型参数。由式 (27) 可以看出, 当胶结完全破损时 (破损参数 $\omega_B = 1.0$), 其将退化为重塑砂土的硬化规律表达式 (23)。

与修正剑桥模型的硬化规律相比, 胶结砂土硬化规律表达式 (27) 增加了 3 个表征结构性影响的参数 c_a , c_b 和 c_c 。另外, m_0 , k , ι_1 , ι_2 , n 也会影响到胶结砂土的硬化规律。

Yu^[43] 在建立适用于黏土和砂土的统一硬化模型时, 引入参数 R 以控制临界状态线与屈服面的交点位置, $\xi_R = (\lambda - \kappa) \ln R$ 为 $e - \ln p$ 平面内参考压缩线与临界状态线之间的垂直距离; 对于修正剑桥模型, 其假定 $R = 2$ 。蒋明镜等^[27] 在提出各向异性胶结砂土本构模型时采用了同样假定。但是, Yu^[43] 指出, 试验结果表明, 对于黏土, 通常为 $1.5 < R < 3.0$, 因此, 修正剑桥模型中采用 $R = 2$ 对于黏土是较为合理的; 对于砂土来说, R 通常要大的多。在 Yu^[43] 提出的统一硬化模型中, 有规定 $1 < R < \infty$ 。与 Yu^[43] 相同, 本文同样将参数 R 引入到本构模型中, 也即有 $e_r = e_0 - (\lambda - \kappa) \ln R$ 。

需要说明的是, 本文基于胶结颗粒材料微观力学理论, 采用三维离散元方法获得了宏观实用、且具有微观力学机制的破损参数表达式 (16), 并将其考虑到胶结砂土流动法则和硬化规律的构建中, 以反映胶结破损影响。该破损参数表达式仅为宏观力学变量 (塑性体积应变和塑性偏应变) 的函数, 而非微观力学变量的函数, 因此, 不需要确定微观模型参数。

1.6 弹塑性应力 - 应变矩阵

将胶结砂土硬化规律 (27) 代入屈服函数 (2) 可得

$$f = \ln \frac{p}{p_0^*} + \ln \left(1 + \frac{\eta^2}{M^2} \right) - H + \ln [1 - \exp(-c_a \varepsilon_v^p - c_b \varepsilon_s^p - c_c)] = 0 \quad (29)$$

式中, $H = \frac{1}{C_p} \frac{M_b^2 - \eta^2}{M_d^2 - \eta^2} \varepsilon_v^p$ 。

由协调方程 $df = 0$, 弹性应力 - 应变关系、流动法则可得

$$df = \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\} [D_e] \{d\varepsilon\} - \Lambda \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\}^T [D_e] \left\{ \frac{\partial g}{\partial \sigma} \right\} + \Lambda \left\{ \frac{\partial f}{\partial \varepsilon_v^p} \right\} \left\{ \frac{\partial g}{\partial p} \right\} = 0 \quad (30)$$

式中, $[D_e]$ 为弹性矩阵, 可参见文献^[27]。

由式 (30) 即可得到塑性因子 Λ 的表达式:

$$\Lambda = \frac{\left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\}^T [D_e] \{d\varepsilon\}}{\left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\}^T [D_e] \left\{ \frac{\partial g}{\partial \sigma} \right\} + h_p} \quad (31)$$

式中, h_p 为塑性硬化模量, 表示为

$$h_p = \frac{1}{C_p} \frac{M_b^2 - \eta^2}{M_d^2 - \eta^2} \frac{\partial g}{\partial p} - h_0 \left(c_a \frac{\partial g}{\partial p} + c_b \frac{\partial g}{\partial q} \right) \quad (32)$$

式中, $h_0 = \frac{\exp(-c_a \varepsilon_v^p - c_b \varepsilon_s^p - c_c)}{1 - \exp(-c_a \varepsilon_v^p - c_b \varepsilon_s^p - c_c)}$ 。

由塑性因子即可由流动法则 (22) 求得塑性应变增量的大小, 再由弹性应力 - 应变关系可得到胶结砂土弹塑性本构方程:

$$d\sigma_{ij} = [D_{ep}] \cdot d\varepsilon_{ij} \quad (33)$$

式中, 弹塑性矩阵 $[D_{ep}]$ 表示为

$$[D_{ep}] = [D_e] - \frac{[D_e] \left\{ \frac{\partial g}{\partial \sigma} \right\} \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\}^T [D_e]}{\left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\}^T [D_e] \left\{ \frac{\partial g}{\partial \sigma} \right\} + h_p} \quad (34)$$

2 模型参数确定

与剑桥模型相同, 本文模型的弹性参数与临界状态参数均可由重塑土的常规三轴压缩试验确定: 泊松比 ν 可按经验选取; λ 和 κ 即为等向压缩试验的压缩曲线与回弹一再加荷曲线在 $e - \ln p$ 平面内的斜率; e_0 为重塑土正常压缩曲线上 $p_0^* = 1$ kPa 对应的孔隙比; M_c 为常规三轴压缩试验的临界状态应力比。

R 可按照 Yu^[43] 的方法确定: 首先得到重塑砂土在 $e - \ln p$ 平面内正常压缩线和临界状态线上 $p_0^* = 1$ kPa 对应的孔隙比的差值 ψ_R , 通过 $\psi_R = (\lambda - \kappa) \ln R$ 即可求得 R 。

参数 n 与 m_0 可由常规三轴压缩试验结果得到: 获得土体由剪缩向剪胀过渡时的应力比 $\eta = M_d$ 和状态参数 $\psi = \psi_d$, 代入式 (18) 可得到剪胀控制参数 n :

$$n = \frac{1}{\psi_d} \ln \frac{M_d}{M} \quad (35)$$

同时, 确定出土体峰值应力状态应力比 $\eta = M_b$ 和当前状态参数 $\psi = \psi_b$, 代入式 $M_b = M e^{-m\psi}$ 可得到峰值应力参数 m_0 :

$$m_0 = \frac{1}{\psi_b} \ln \frac{M}{M_b} \quad (36)$$

参数 k 可由三轴压缩和三轴拉伸试验所得结果 m_0 和 m_1 , 由 $k = (m_1 - m_0) / 1.0$ 求得。参数 ι_1 , 可通过采用流动法则式 (22) 拟合土体应力 - 剪胀曲线确定。

参数 c_c 可通过胶结砂土和重塑砂土结构屈服面的大小关系确定: 当土体应力状态小于结构屈服应力时, 破损参数 $\omega_B = 1 - \exp(-c_c)$, 由此可得 $c_c = \ln(\bar{p} / (\bar{p} - p^*))$, p^* 和 \bar{p} 分别为重塑砂土和胶结砂土结构屈服面的大小, 其可采用重塑砂土和胶结砂土等向压缩试验所得到的屈服应力代替。

参数 c_a 可由胶结砂土及重塑砂土等向压缩曲线计算得到。在等向压缩条件下，当结构性土与重塑土的塑性体积应变相同时，二者屈服应力的关系可通过整理式 (27) 得到

$$\ln\left(1 - \frac{p^*}{\bar{p}}\right) + c_c = -c_a \cdot \varepsilon_v^p \quad (37)$$

在 $e - \ln p$ 平面内选取胶结砂土超过屈服应力后的某一点 \bar{p}_1 ，并获取相应的重塑砂土的状态点 p_1^* ，将 \bar{p}_1 ， p_1^* 及 ε_v^p 代入式 (37) 即可确定参数 c_a 。

参数 c_b 可由胶结砂土及重塑砂土一维压缩曲线计算得到。与确定参数 c_a 相同，胶结砂土与重塑砂土屈服应力有

$$\ln\left(1 - \frac{p^*}{\bar{p}}\right) + c_c = -c_a \cdot \varepsilon_v^p - c_b \cdot \varepsilon_s^p \quad (38)$$

在该加载条件下，有关系式 $\varepsilon_v^p = \varepsilon_s^p$ ，通过将 \bar{p}_{1D} ， p_{1D}^* 及 ε_v^p 代入式 (18)，即可得到参数 c_b 。 \bar{p}_{1D} ， p_{1D}^* 为一

维压缩曲线上的状态点。

参数 t_2 通过试算得到，即先假定不同的 t_2 值，将常规三轴压缩试验模拟结果相比较，从中选出最优值。

需要注意的是，上述新增模型参数均为宏观尺度参数，可直接由室内试验或试算得到。

3 模型验证

3.1 人工制备胶结 Ottawa 砂

图 2 给出了人工制备胶结 Ottawa 砂土在固结排水三轴压缩试验中的试验结果^[44]和本文模型的模拟结果，模型参数见表 1。由图 2 (a)、(c) 可以看出，本文模型的预测结果可以反映胶结砂土的应力 - 应变关系。随胶结含量和围压的增加，试样的峰值强度、残余强度以及刚度均相应增加。由图 2 (b)、(d) 所示体积变化曲线可知，模型预测所得体积应变 - 轴向应变关系曲线与试验曲线相一致：随胶结含量的增加或

表 1 土体模型参数

Table 1 Mechanical parameters for soils

土样名称	水泥含量/%	模型参数							新增模型参数						
		ν	λ	κ	M_c	e_0	m_0	n	c_a	c_b	c_c	R	k	t_1	t_2
Ottawa 砂 ^[44]	0	0.286	0.013	0.008	1.17	0.85	1.1	0.4	0.7	0.7	1.00	3.0	0.0	2.0	1.0
	1	0.286	0.013	0.008	1.17	0.85	1.1	0.4	0.7	0.7	1.3	3.0	0.0	2.0	1.0
	2	0.286	0.013	0.008	1.17	0.85	1.1	0.4	0.7	0.7	0.8	3.0	0.0	2.0	1.0
	3	0.286	0.013	0.008	1.17	0.85	1.1	0.4	0.7	0.7	0.5	3.0	0.0	2.0	1.0
Monterey No.0 砂 ^[45]	2	0.2	0.01	0.2	1.523	0.85	0.5	6.0	10	10	0.5	5.0	0.41	2.0	1.5

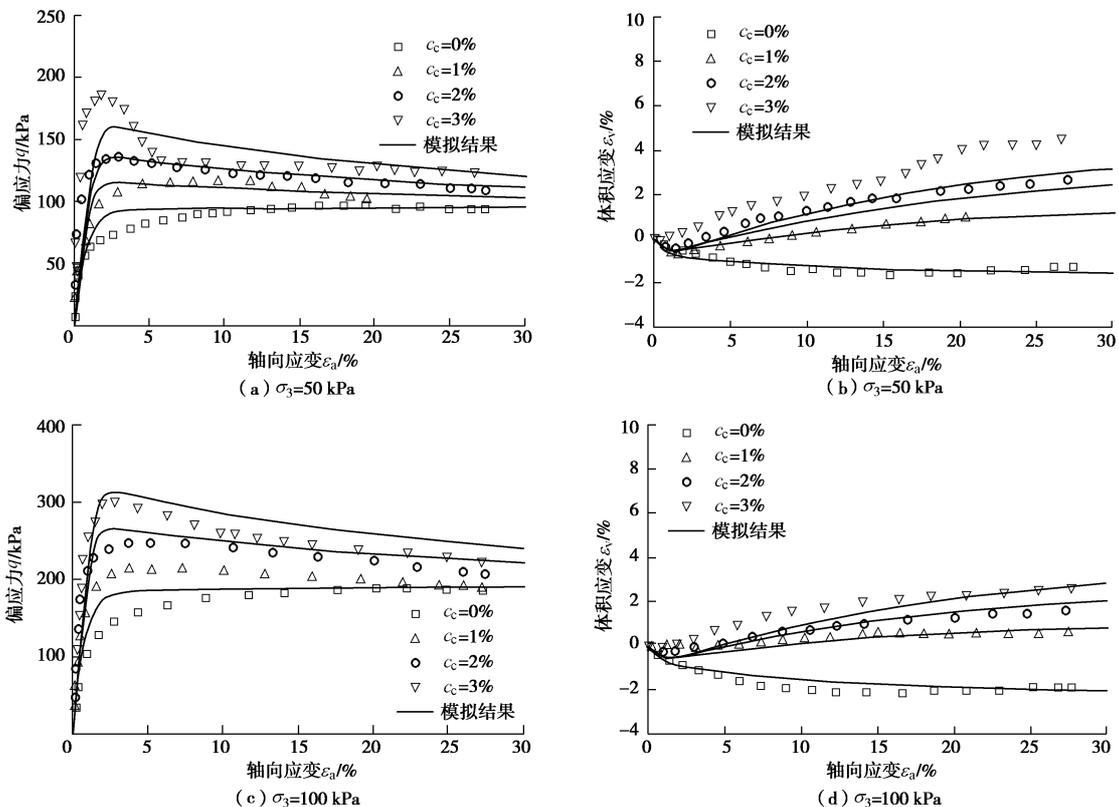


图 2 胶结 Ottawa 砂土固结排水三轴压缩试验^[44]及模拟结果

Fig. 2 Experimental data^[44] and simulated results obtained from bonded Ottawa sand

围压的减小, 试样的体积剪胀趋于显著。并且, 胶结的存在可使砂土由无胶结状态的应变硬化和体积剪缩向有胶结状态的应变软化和体积剪胀过渡, 该转变过程也可由本文模型捕捉。

3.2 人工制备胶结 Monterey No.0 砂

图 3 给出了人工制备胶结 Monterey No.0 砂在等平均应力真三轴试验中的试验结果^[45]和本文模型的预测结果, 模型参数如表 1 所示。由图 3 可知, 模型预测结果与试验结果较为吻合, 可以反映中主应力系数 b 对人工制备胶结砂土主要力学特性的影响, 主要表现为: ①随中主应力系数 b 增加, 应力比 η 减小, 体积剪胀更为显著; ②随中主应力系数 b 增加, 中主应变 ε_2 由拉伸向压缩转变, 小主应变 ε_3 逐渐增大。

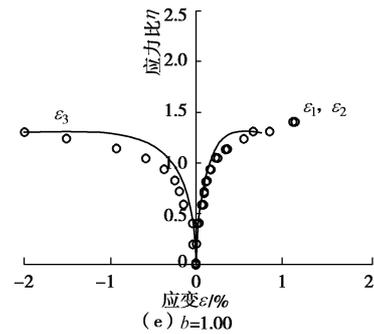
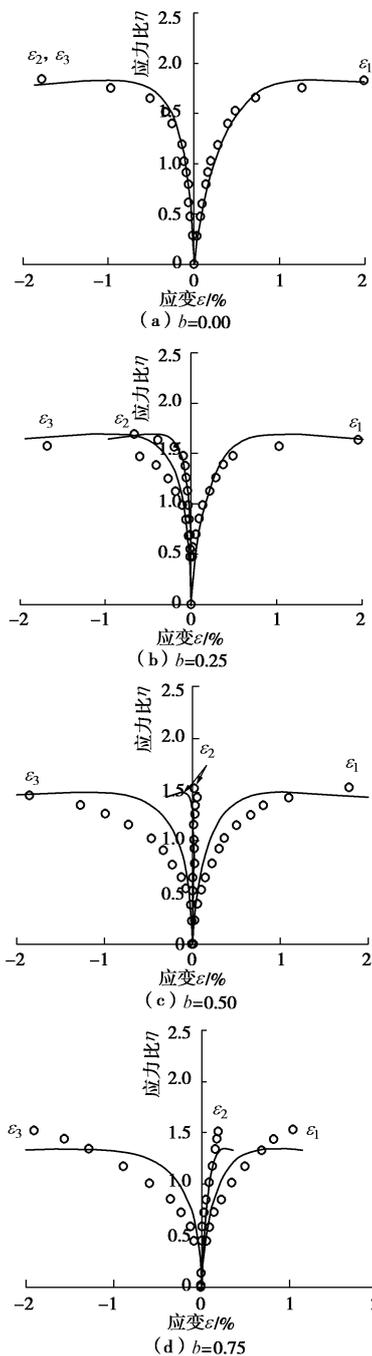


图 3 胶结 Monterey No.0 砂土真三轴试验^[45]及模拟结果

Fig. 3 Experimental data^[45] and simulation results obtained from bonded Monterey No.0 sand

4 结 论

本文在岩土破坏力学和临界状态土力学框架内, 基于微观力学理论和三维离散元模拟结果, 获得了砂土胶结破损规律, 并将其引入到重塑砂土的硬化规律和流动法则, 并结合修正剑桥模型屈服面和 Lade-Duncan 强度准则, 建立了胶结砂土的三维本构模型, 得到以下 4 点主要结论。

- (1) 作为临界状态强度面的 Lade-Duncan 强度准则, 通过了三维离散元验证, 可以考虑中主应力的影响。
- (2) 建议的土体胶结破损规律表达式具有微观力学基础, 物理意义明确, 且通过了三维离散元验证, 可以描述不同加载条件下胶结破损演变过程。
- (3) 胶结砂土的硬化规律和应力 - 剪胀方程考虑了土体胶结破损的影响, 能够更好地反映一般三维应力状态下胶结效应的影响。
- (4) 模型参数可以通过室内常规试验确定。对比人工制备胶结砂土常规三轴和真三轴试验结果和本文模型的模拟结果, 表明模型是合理可行的。

参考文献:

- [1] CUCCOVILLO T, COOP M R. On the mechanics of structured sands[J]. Géotechnique, 1999, 49(6): 741 - 760.
- [2] MITCHELL J K, SOGA K. Fundamentals of soil behavior[M]. 3rd ed. Hoboken: John Wiley & Sons, 2005.
- [3] CONSOLI N C, DA FONSECA A V, SILVA S R, et al. Parameters controlling stiffness and strength of artificially cemented soils[J]. Géotechnique, 2012, 62(2): 177 - 183.
- [4] 沈珠江, 章为民. 损伤力学在土力学中的应用[C]// 第三届全国岩土力学数值分析及解析方法讨论会. 武汉, 1988: 47 - 51. (SHEN Zhu-jiang, ZHANG Wei-min. Application of damage mechanics in soil mechanics[C]// The 3rd Chinese Conference of Numerical Simulation and Analysis of

- Geomaterial. Wuhan, 1988: 47 - 51. (in Chinese))
- [5] 沈珠江. 结构性黏土的弹塑性损伤模型[J]. 岩土工程学报, 1993, **15**(3): 21 - 28. (SHEN Zhu-jiang. The elastoplastic damage model of structural clay[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1993, **15**(3): 21 - 28. (in Chinese))
- [6] 沈珠江. 结构性黏土的非线损伤力学模型[J]. 水利水运科学研究, 1993(3): 247 - 255. (SHEN Zhu-jiang. A nonlinear damage model for structured clay[J]. Hydro-Science and Engineering, 1993(3): 247 - 255. (in Chinese))
- [7] 沈珠江. 结构性黏土的堆砌体模型[J]. 岩土力学, 2000, **21**(1): 1 - 4. (SHEN Zhu-jiang. A masonry model for structured clays[J]. Rock and Soil Mechanics, 2000, **21**(1): 1 - 4. (in Chinese))
- [8] 沈珠江. 岩土破损力学: 理想脆弹塑性模型[J]. 岩土工程学报, 2003, **25**(3): 253 - 257. (SHEN Zhu-jiang. Breakage mechanics for geological materials: an ideal brittle-elasto-plastic model[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2003, **25**(3): 253 - 257. (in Chinese))
- [9] 沈珠江, 刘恩龙, 陈铁林. 岩土二元介质模型的一般应力应变关系[J]. 岩土工程学报, 2005, **27**(5): 489 - 494. (SHEN Zhu-jiang, LIU En-long, CHEN Tie-lin. Generalized stress-strain relationship of binary medium model for geological materials[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2005, **27**(5): 489 - 494. (in Chinese))
- [10] 刘恩龙, 罗开泰, 张树祯. 初始应力各向异性结构性土的二元介质模型[J]. 岩土力学, 2013, **34**(11): 310 - 3109. (LIU En-long, LUO Kai-tai, ZHANG Shu-yi. Binary medium model for structured soils with initial stress-induced anisotropy[J]. Rock and Soil Mechanics, 2013, **34**(11): 3103 - 3109. (in Chinese))
- [11] DESAI C S, TOTH J. Disturbed state constitutive modeling based on stress-strain and nondestructive behavior[J]. International Journal of Solids and Structures, 1996, **33**(11): 1619 - 1650.
- [12] DESAI C S. Disturbed state concept (DSC) for constitutive modeling of geologic materials and beyond[C]// Constitutive Modeling of Geomaterials. Springer, 2013: 27 - 45.
- [13] 吴刚. 工程材料的扰动状态本构模型(I) —— 扰动状态概念及其理论基础[J]. 岩石力学与工程学报, 2002, **21**(6): 759 - 765. (WU Gang. Disturbed state constitution models of engineering material I: disturbed state concept and its theory principium[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2002, **21**(6): 759 - 765. (in Chinese))
- [14] 吴刚. 工程材料的扰动状态构模型(II) —— 基于扰动状态概念的有限元数值模拟[J]. 岩石力学与工程学报, 2002, **21**(8): 1107 - 1110. (WU Gang. Disturbed state constitution models of engineering material II: DSC-based numerical simulation of finite element method[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2002, **21**(8): 1107 - 1110. (in Chinese))
- [15] 周成, 沈珠江, 陈生水, 等. 结构性土的次塑性扰动状态模型[J]. 岩土工程学报, 2004, **26**(4): 435 - 439. (ZHOU Cheng, SHEN Zhu-jiang, CHEN Sheng-shui, et al. A hypoplasticity disturbed state model for structured soils[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2004, **26**(4): 435 - 439. (in Chinese))
- [16] ATHUKORALA R, INDRARATNA B, VINOD J S. Disturbed state concept-based constitutive model for lignosulfonate-treated silty sand[J]. International Journal of Geomechanics, 2015, **15**(6): 04015002.
- [17] OURIA A. Disturbed state concept-based constitutive model for structured soils[J]. International Journal of Geomechanics, 2017, **17**(7): 04017008.
- [18] ABDULLA A A, KIOUSIS P D. Behavior of cemented sands II: modelling[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 1998, **21**(8): 549 - 568.
- [19] HAERI S M, HAMIDI A. Constitutive modelling of cemented gravelly sands[J]. Geomechanics and Geoengineering: An International Journal, 2009, **4**(2): 123 - 139.
- [20] GENS A, NOVA R. Conceptual bases for a constitutive model for bonded soils and weak rocks[J]. Geotechnical Engineering of Hard Soils-Soft Rocks, 1993, **1**(1): 485 - 494.
- [21] NOVA R, CASTELLANZA R, TAMAGNINI C. A constitutive model for bonded geomaterials subject to mechanical and/or chemical degradation[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2003, **27**(9): 705 - 732.
- [22] YU H S, TAN S M, SCHNAID F. A critical state framework for modelling bonded geomaterials[J]. Geomechanics and Geoengineering: An International Journal, 2007, **2**(1): 61 - 74.
- [23] RAHIMI M, CHAN D, NOURI A. Bounding surface constitutive model for cemented sand under monotonic loading[J]. International Journal of Geomechanics, 2016, **16**(2): 04015049.
- [24] REDDY K R, SAXENA S K. Constitutive modeling of

- cemented sand[J]. *Mechanics of materials*, 1992, **14**(2): 155 - 178.
- [25] SUN D A, MATSUOKA H. An elastoplastic model for frictional and cohesive materials and its application to cemented sands[J]. *Mechanics of Cohesive-Frictional Materials*, 1999, **4**(6): 525 - 543.
- [26] 蒋明镜, 刘静德, 孙渝刚. 基于微观破损规律的结构性土本构模型[J]. *岩土工程学报*, 2013, **35**(6): 1134 - 1139. (JIANG Ming-jing, LIU Jing-de, SUN Yu-gang. Constitutive model for structured soils based on microscopic damage law[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2013, **35**(6): 1134 - 1139. (in Chinese))
- [27] 蒋明镜, 周卫, 刘静德, 等. 基于微观力学机制的各向异性结构性砂土的本构模型研究[J]. *岩土力学*, 2016, **37**(12): 3347 - 3355. (JIANG Ming-jing, ZHOU Wei, LIU Jing-de, et al. A constitutive model for anisotropic structured sandy soil based on micromechanical mechanism[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2016, **37**(12): 3347 - 3355. (in Chinese))
- [28] YAO Y P, SUN D A, MATSUOKA H. A unified constitutive model for both clay and sand with hardening parameter independent on stress path[J]. *Computers and Geotechnics*, 2008, **35**(2): 210 - 222.
- [29] ROSCOE K H, BURLAND J B. On the generalised stress-strain behaviour of wet clay[J]. *Engineering Plasticity*, 1968, 535 - 609.
- [30] 张伏光. 基于微观破损机理的结构性砂土三维本构模型研究[D]. 上海: 同济大学, 2017. (ZHANG Fu-guang. A study on the three-dimensional constitutive model for structured sands based on the micro-mechanism of structure degradation[D]. Shanghai: Tongji University, 2017. (in Chinese))
- [31] MATSUOKA H, NAKAI T. Stress-deformation and strength characteristics of soil under three different principal stresses[C]// *Proceedings of Japanese Society of Civil Engineering*. 1974: 59 - 70.
- [32] 杜修力, 马超, 路德春. 岩土材料的非线性统一强度模型[J]. *力学学报*, 2014, **46**(3): 389 - 397. (DU Xiu-li, MA Chao, LU De-chun. Nonlinear unified strength model of geomaterials[J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2014, **46**(3): 389 - 397. (in Chinese))
- [33] LADE P V. Elasto-plastic stress-strain theory for cohesionless soil with curved yield surfaces[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 1977, **13**(11): 1019 - 1035.
- [34] MORTARA G A yield criterion for isotropic and cross-anisotropic cohesive-frictional materials[J]. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 2010, **34**(9): 953 - 977.
- [35] BAGI K. An algorithm to generate random dense arrangements for discrete element simulations of granular assemblies[J]. *Granular Matter*, 2005, **7**(1): 31 - 43.
- [36] 孙渝刚. 结构性砂土宏微观力学特性的试验研究与数值模拟[D]. 上海: 同济大学, 2012. (SUN Yu-gang. Experimental and numerical investigation on macro-and micro-mechanical behaviors of structural sands[D]. Shanghai: Tongji University, 2012. (in Chinese))
- [37] ASAOKA A, NAKANO M, NODA T. Superloading yield surface concept for highly structured soil behaviour[J]. *Soils and Foundations*, 2000, **40**(2): 99 - 110.
- [38] ROUAINIA M, WOOD D M. A kinematic hardening constitutive model for natural clays with loss of structure[J]. *Géotechnique*, 2000, **50**(2): 153 - 164.
- [39] LIU M D, CARTER J P. A structured Cam Clay model[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 2002, **39**(6): 1313 - 1332.
- [40] 姚仰平, 余亚妮. 基于统一硬化参数的砂土临界状态本构模型[J]. *岩土工程学报*, 2011, **33**(12): 1827 - 1832. (YAO Yang-ping, YU Ya-ni. Extended critical state constitutive model for sand based on unified hardening parameter[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2011, **33**(12): 1827 - 1832. (in Chinese))
- [41] SUN D A, HUANG W X, YAO Y P. An experimental study of failure and softening in sand under three-dimensional stress condition[J]. *Granular Matter*, 2008, **10**(3): 187 - 195.
- [42] LI X S, DAFALIAS Y F. Dilatancy for cohesionless soils[J]. *Géotechnique*, 2000, **50**(4): 449 - 460.
- [43] YU H S. CASM: a unified state parameter model for clay and sand[J]. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 1998, **22**(8): 621 - 653.
- [44] WANG Y H, LEUNG S C. Characterization of cemented sand by experimental and numerical investigations[J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 2008, **134**(7): 992 - 1004.
- [45] REDDY K R, SAXENA S K, BUDIMAN J S. Development of a true triaxial testing apparatus[J]. *Geotechnical Testing Journal*, 1992, **15**(2): 89 - 105.