

DOI: 10.11779/CJGE201801021

Coulomb 模型下考虑墙体侧向位移的土压力计算

谢涛^{1,2}, 罗强^{1,2}, 张良^{1,2}, 蒋良淮^{1,2}, 连继峰^{1,2}

(1. 西南交通大学土木工程学院, 四川 成都 610031; 2. 高速铁路线路工程教育部重点实验室, 四川 成都 610031)

摘要: 墙体侧向位移对土压力有显著影响。基于墙体位移 - 土压力关系是墙后土体应力应变特征的宏观体现这一基本认识, 通过构建 Coulomb 土压力模型下的几何与平衡方程, 将直剪试验中微观的土体单位长度剪切位移 ε 同剪应力 τ 关系转化成宏观上的墙体位移与土压力曲线, 推导了极限位移可求、涵盖主动至被动状态全过程的墙体位移 - 土压力计算模型。分析表明: 滑移区范围、初始应力状态及土体的 $\varepsilon - \tau$ 关系是影响墙体位移 - 土压力曲线的核心要素; 相对于主动区, 被动区范围对墙土摩擦作用更加敏感, 导致静止与被动状态之间的位移 - 土压力关系受墙土摩擦影响更加显著; 墙后土体初始应力状态对墙体位移的影响主要体现为静止土压力系数 K_0 , 随着 K_0 的增大主动与被动状态下的墙体位移相应增加和减小; 极限状态下墙体位移与工程经验吻合, 理论模型能基本反映土压力随位移的变化规律。

关键词: 墙体位移 - 土压力曲线; Coulomb 土压力模型; 剪切位移 - 剪应力; 滑移区范围; 初始应力状态

中图分类号: TU432

文献标识码: A

文章编号: 1000 - 4548(2018)01 - 0194 - 07

作者简介: 谢涛(1991 -), 男, 博士研究生, 主要从事土力学及路基工程方面的研究。E-mail: 1535009557@qq.com。

Relationship between earth pressure and wall displacement based on Coulomb earth pressure model

XIE Tao^{1,2}, LUO Qiang^{1,2}, ZHANG Liang^{1,2}, JIANG Liang-wei^{1,2}, LIAN Ji-feng^{1,2}

(1. School of Civil Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031; 2. MOE Key Laboratory of High-Speed Railway Engineering, Chengdu 610031, China)

Abstract: The magnitude of earth pressure is greatly influenced by wall displacement. Based on the viewpoint that the relationship between wall displacement and lateral earth pressure is the macroscopic embodiment of soil stress-strain behavior, the relationship between soil shear displacement and shear stress is transformed into the wall displacement-earth pressure curve by using the geometric and equilibrium equation. The analysis indicates that the wall displacement-lateral earth pressure curve is primarily governed by the active or passive zones, initial stress state of retaining soil mass and soil stress-strain behavior. The passive zone is more easily changed with the interface friction angle compared with the active one, making that the wall displacement-lateral curve from the initial state to the passive state is affected by the interface friction angle more significantly. The influence of initial earth pressure state lies in the lateral pressure coefficient K_0 at rest, and the required wall displacement reaching the active state tends to grow with the increase of K_0 , while the required displacement reaching the passive state tends to decline. Reasonable agreement between the results of model tests and the predicted values using the proposed method shows that the solution can provide accurate relationship between lateral earth pressures and wall displacement.

Key words: wall displacement-earth pressure curve; Coulomb earth pressure model; shear displacement-shear stress; active or passive zone; initial stress state

0 引言

通常, 在讨论土力学稳定问题时, 变形条件一般不予关注, 土压力的研究亦是如此^[1]。Rankine 以点应力状态为出发点, 得到了主动与被动状态下的土压力计算式。然而, 因其不能考虑墙土摩擦的影响, 其运用范围不如基于刚体平衡原理的 Coulomb 土压力理论, 特别是在被动土压力的计算中, 墙土摩擦的忽略会使得被动区明显偏小, 导致土压力被严重低估。实

际上, 墙体侧向位移对土压力影响巨大。例如, 连续桥梁中因温度变化引起的梁体伸缩变形, 导致桥墩侧移, 其承受的土压力大小与伸缩量紧密相关^[2]。并且, 高速铁路的发展促使深锚固、强约束式的支挡结构被越来越多的运用于陡坡地基路段中, 其墙体侧向位移

基金项目: 国家重点基础研究发展计划(“973”计划)项目

收稿日期: 2016 - 10 - 19

是否足以使土体达到极限状态, 设计中能否按主动土压力进行计算等问题已越来越多的被关注, 而这些传统的 Coulomb 和 Rankine 理论均不能考虑。

有研究者^[3-5]根据土体内摩擦角的发挥程度与墙体位移的关系, 来建立考虑位移的土压力计算方法, 但由于需要通过试验或经验确定主被动状态下墙体侧向位移, 其应用受到限制。多数研究者及设计规范则直接假定图 1 所示的位移 - 土压力曲线方程。包括指数函数^[6-7]、幂函数^[8-9]以及双曲线^[2, 10-11]。然而, 上述理论^[2-11]均需对极限状态下的墙体侧向位移进行不同程度的假设, 或通过试验确定。事实上, 受土类及密实度影响, 极限状态下的墙体侧向位移往往差异较大。并且, Duncan 等^[2]认为相同位移下, 静止与被动中间状态下的土压力随土体模量的增加而增大, 而静止与主动状态之间的则随之减小。Potts 等^[12]的数值分析表明, 初始应力状态对墙体侧向位移也有影响, 对于超固结状态硬黏土, 静止土压力系数 K_0 可达 2, 达到主动与被动状态的侧向位移接近, 意味着 K_0 越大达到被动状态所需位移越小, 而主动状态则越大。

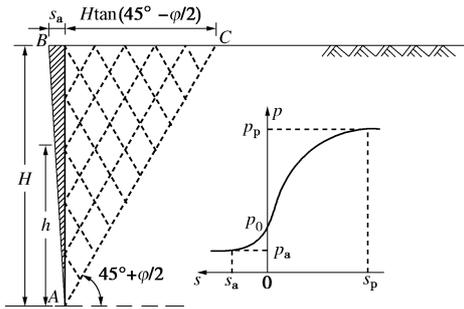


图 1 位移 - 土压力曲线示意图

Fig. 1 Earth pressure-displacement curves

Terzaghi^[1]基于 Rankine 土压力模型, 将主动区以外土体当成刚体, 对处于主动状态的楔形体 ABC 进行分析。土体从静止转变成主动状态过程中, 楔形体在水平方向延伸, 图 1 中的阴影部分宽度即代表水平伸长量, 并认为主动状态下楔形体内每一点单位长度水平伸长量 ϵ_T 相同。由此得到主动状态下墙体侧向位移 s_a :

$$s_a = \epsilon_T H \tan\left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right), \quad (1)$$

式中, H 为墙高。遗憾的是, Terzaghi 并没有给出有关 ϵ_T 的具体取值, 仅指出 ϵ_T 与土的种类及密实度相关。一般认为, 主动状态下砂性土与黏性土墙体侧向位移与墙高之比分别介于 0.5%~5%和 4%~20%; 被动状态下则为 2%~6%和 2%~4%^[13-14]。

已有研究为极限状态下的墙体侧向位移, 以及基于位移的土压力计算奠定了一定的试验及理论基础。

然而, 总的来讲依然是以测试及工程经验为主, 缺乏对土性的反映。据此, 基于墙体位移 - 土压力关系是土体应力应变特征的宏观体现这一基本认识, 通过构建几何与平衡方程, 建立墙体位移 - 土压力关系, 为基于位移的土压力计算提供参考。

1 基本方程的建立

1.1 土体剪切位移与墙体位移间的几何方程

(1) 静止 - 主动状态

如图 2 所示, 根据 Coulomb 刚体极限平衡原理, 把主动滑移区楔形体 ABC 看成仅有位移没有变形的刚体, 将其沿滑移面 AC 滑动并进入极限状态的过程, 当成直剪试验中试样沿剪切面的剪切过程, 认为滑移面 AC 上的剪切变形由静止时的单位长度剪切位移 ϵ_{0a} 增加至极限状态时的 ϵ_u 时, 土体达到主动状态, 并假定 ϵ_u 不随深度变化。需要注意的是, 静止时 AC 面往往已存在剪应力 τ_{0a} , 表明墙后土体产生了部分初始剪切位移 ϵ_{0a} , 这部分变形在墙后土体填筑或自然沉积中就已经完成, 应予以扣除。

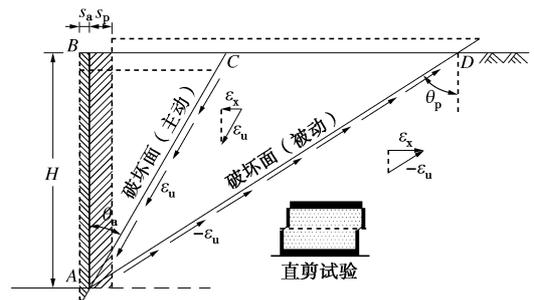


图 2 基于 Coulomb 土压力理论的几何模型

Fig. 2 Geometric model based on Coulomb earth pressure theory

根据图 2 中的几何关系可知, 主动状态下墙顶侧向位移与墙高之比

$$\frac{s_a}{H} = (\epsilon_u - \epsilon_{0a}) \tan \theta_a, \quad (2a)$$

式中, θ_a 为滑移面 AC 与竖向夹角,

$$\tan \theta_a = \sqrt{\tan^2(\varphi + \delta) + \frac{\tan(\varphi + \delta)}{\tan \varphi}} - \tan(\varphi + \delta), \quad (3)$$

式中, δ 为墙土摩擦角, 以垂直于墙背向上为正。其中墙背光滑时 $\theta_a = 45^\circ - \varphi/2$, 式 (2a) 可简化为

$$\frac{s_a}{H} = (\epsilon_u - \epsilon_{0a}) \tan\left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right). \quad (2b)$$

设静止与主动之间时, AC 面上单位长度剪切位移为 ϵ , 以主动时的方向为正。将式 (2b) 中的 ϵ_u 以 ϵ 代替, 得到中间状态下墙体侧向位移 $(s/H)_a$ 按式 (4) 确定。

$$\left(\frac{s}{H}\right)_a = (\varepsilon - \varepsilon_{0a}) \tan \theta_a \quad (4)$$

(2) 静止—被动状态

同样根据几何关系,求得静止与被动状态之间时,墙体侧向位移与墙高之比为

$$\left(\frac{s}{H}\right)_p = (\varepsilon - \varepsilon_{0p}) \tan \theta_p \quad (5)$$

式中, ε_{0p} 为静止时滑移面 AD 上单位长度初始剪切位移; θ_p 为被动滑移面竖向夹角,

$$\tan \theta_p = \sqrt{\tan^2(\varphi + \delta) + \frac{\tan(\varphi + \delta)}{\tan \varphi}} + \tan(\varphi + \delta) \quad (6)$$

其中,墙背光滑时 $\theta_p = 45^\circ + \varphi/2$ 。令 $\varepsilon = -\varepsilon_u$ 并代入式(5),得到被动状态下墙体侧向位移与墙高之比 s_p/H ,按式(7a)计算:

$$\frac{s_p}{H} = (-\varepsilon_u - \varepsilon_{0p}) \tan \theta_p \quad (7a)$$

其中,墙背光滑时式(7a)可转化为

$$\frac{s_p}{H} = -(\varepsilon_u + \varepsilon_{0p}) \tan\left(45^\circ + \frac{\varphi}{2}\right) \quad (7b)$$

1.2 剪应力与土压力间的平衡方程

(1) 静止—主动状态

如图3所示,根据Coulomb刚体平衡原理,对处于静止与主动状态之间的楔形体 ABC 进行受力分析,假定墙土摩擦发挥角 δ^* 在静止时($\tau = \tau_{0a}$)为0,主动状态时($\tau = \tau_f$)为 δ ,静止与主动状态之间时根据滑移面剪应力 τ 线性内差,即满足

$$\frac{\tan \delta^*}{\tan \varphi} = \frac{\tau_f}{\tau_f - \tau_{0a}} \cdot \frac{\tau}{\tau_f} - \frac{\tau_{0a}}{\tau_f - \tau_{0a}} \quad (8)$$

而土体内摩擦发挥角 φ^* 与滑移面 AC 剪应力 τ 关系为

$$\frac{\tan \varphi^*}{\tan \varphi} = \frac{\tau}{\tau_f} \quad (9)$$

式中, τ_{0a} 为静止时滑移面 AC 初始剪应力。其中, δ^* 和 φ^* 以主动时图3中楔形体 ABC 的受力方向为正。

根据图3可得静止与主动中间状态时,土压力合力为

$$E_{0a} = W_1 \frac{\cos(\theta_a + \varphi^*)}{\sin(\theta_a + \varphi^* + \delta^*)} \quad (10)$$

式中, $W_1 = \gamma H^2 \tan \theta_a / 2$ 为楔形体 ABC 重量,静止与主动之间的侧压力系数为 $K_{0a} = E_{0a} \cos \delta^* / W_1$,将其代入式(10)中并化简得到

$$K_{0a} = \frac{\tan \theta_a}{\tan(\theta_a + \varphi^*) + \tan \delta^*} \quad (11)$$

(2) 静止—被动状态

同样,土体处于静止与被动中间状态时,侧压力系数 K_{0p} 为

$$K_{0p} = \frac{\tan \theta_p}{\tan(\theta_p + \varphi^*) + \tan \delta^*} \quad (12)$$

式中, δ^* , φ^* 与滑移面 AD 上的剪应力 τ 的关系分别按式(13)和式(9)确定。

$$\frac{\tan \delta^*}{\tan \delta} = \frac{\tau_f}{\tau_f + \tau_{0p}} \cdot \frac{\tau}{\tau_f} - \frac{\tau_{0p}}{\tau_f + \tau_{0p}} \quad (13)$$

其中, τ_{0p} 为静止时滑移面 AD 的初始剪应力。

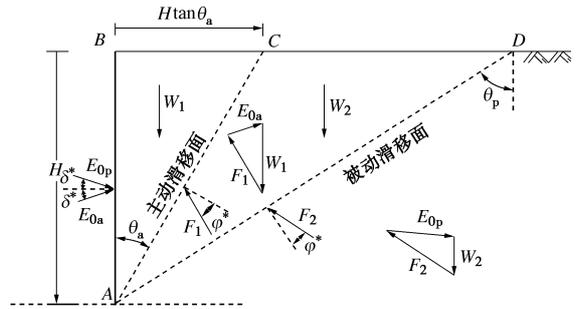


图3 Coulomb土压力模型下楔形体受力示意图

Fig. 3 Relationship between shear strain of soil and lateral earth pressure against wall based on Coulomb model

1.3 剪应力与剪切位移间的物理方程

基于Coulomb刚塑体模型,并假定土体 ε_u 不随深度变化,得到了关于 ε_u 与墙体侧向位移的几何方程。为建立墙体侧向位移—土压力方程,需构造与之相适应的物理方程。并且,静止与被动(或主动)中间状态下的土压力随墙体侧向位移的变化,其实质是直剪试验中剪应力与剪切位移关系的宏观体现,两者在曲线形态上具有相似性。据此,根据理想弹塑性模型,将其线弹性段以双曲线表示的非线性弹性段予以代替,并假定土体达到极限状态时 ε_u 不随深度变化,如图4所示。对于一般高度低于20 m的支挡结构,滑移面最大法向应力位于200~300 kPa以内, ε_u 不随深度变化的假定在较小的应力范围内对于工程而言是可以接受。实际取值时,应根据滑移面上土体法向应力水平选取代表性的土体剪切位移—剪应力曲线,以减小计算误差。

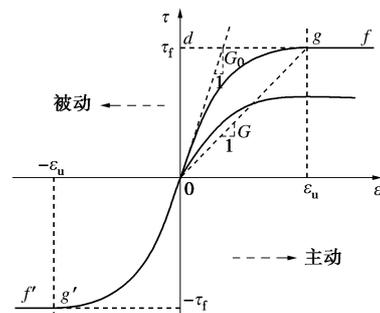


图4 剪应力与单位长度剪切位移关系示意图

Fig. 4 Simplified constitutive model of soil in direct shear tests

根据假定, 当 $\varepsilon \geq 0$ 时剪应力与单位长度剪切位移关系按为

$$\tau = \frac{\varepsilon}{a + b\varepsilon}, \quad (14a)$$

式中, a, b 为待定常数, 根据边界条件确定。将 $\varepsilon = \varepsilon_u$, $\tau = \tau_f$ 代入式 (14a) 中可得

$$\tau_f = \frac{\varepsilon_u}{a + b\varepsilon_u}, \quad (14b)$$

对式 (14a) 求导, 并令 $\varepsilon = 0$ 得

$$\left(\frac{d\tau}{d\varepsilon}\right)_{\varepsilon=0} = \frac{1}{a} = G_0, \quad (14c)$$

式中, G_0 为 $\varepsilon - \tau$ 曲线初始切线模量, 并假定 G_0 与割线模量 G 满足

$$G_0 = nG = n \frac{\tau_f}{\varepsilon_u}. \quad (14d)$$

式中, n 为可根据直剪试验确定的模量比, 一般介于 3~10。将式 (14b) ~ (14d) 代入式 (14a) 中得

$$\frac{\tau}{\tau_f} = \frac{n\varepsilon}{\varepsilon_u + (n-1)\varepsilon}. \quad (15)$$

其中, $n=1$ 时式 (15) 为理想弹塑性模型, 即图 4 中的折线 $0gf$; $n=+\infty$ 时为理想刚塑性模型, 即为图 4 中的折线 $0df$ 。同理, 对于 $\varepsilon < 0$, 剪切位移与剪应力关系为

$$\frac{\tau}{\tau_f} = \frac{n\varepsilon}{\varepsilon_u - (n-1)\varepsilon}. \quad (16)$$

2 墙体侧向位移 - 土压力方程

2.1 静止时初始剪应力与剪应变

通常静止时 $K_0 \neq 1$, 表明图 2 中滑移面 AC 和 AD 已经有了初始剪应力 τ_{0a} , τ_{0p} 和剪切位移 ε_{0a} , ε_{0p} , 其值与表征初始应力状态的 K_0 息息相关。将 K_0 代入式 (11)、(12) 中, 可得

$$\frac{\tau_{0a}}{\tau_f} = \frac{(1-K_0)\tan\theta_a}{(K_0 + \tan^2\theta_a)\tan\varphi}, \quad (17)$$

$$\frac{\tau_{0p}}{\tau_f} = \frac{(1-K_0)\tan\theta_p}{(K_0 + \tan^2\theta_p)\tan\varphi}. \quad (18)$$

一般情况下 $K_0 < 1$, ε_{0a} , ε_{0p} 为正, 将式 (17)、(18) 代入式 (15), 求得静止时主被动滑移面 AC 和 AD 上的初始剪切位移 ε_{0a} 和 ε_{0p} :

$$\frac{\varepsilon_{0a}}{\varepsilon_u} = \alpha_a = \frac{(1-K_0)\tan\theta_a}{n(K_0 + \tan^2\theta_a)\tan\varphi + (1-n)(1-K_0)\tan\theta_a}, \quad (19)$$

$$\frac{\varepsilon_{0p}}{\varepsilon_u} = \alpha_p = \frac{(1-K_0)\tan\theta_p}{n(K_0 + \tan^2\theta_p)\tan\varphi + (1-n)(1-K_0)\tan\theta_p}. \quad (20)$$

其中, α_a , α_p 为仅与 K_0 , n 和 φ 相关的系数, 表征初始应力引起的滑移面剪切变形水平。需要指出的是, 此处及以下的讨论主要针对常见工况 $K_0 \leq 1$, 至于 $K_0 > 1$ 可根据所建立的几何、平衡和物理方程类推。

2.2 主被动状态下墙体侧向位移

将式 (19)、(20) 代入式 (2a)、(7a), 求得主动与被动状态下墙体侧向位移:

$$\frac{s_a}{H} = (1-\alpha_a)\varepsilon_u \tan\theta_a, \quad (21)$$

$$\frac{s_p}{H} = -(1+\alpha_p)\varepsilon_u \tan\theta_p. \quad (22)$$

可见, 极限状态下的墙体侧向位移主要受三方面因素影响: 首先是土体单位长度极限剪切位移 ε_u , 这是导致不同类别及密实程度土体墙体侧向位移差异显著的主要原因; 其次是滑动区范围, 主要体现为滑移面竖向夹角 θ_p 和 θ_a ; 最后是初始应力状态, 其表现为 $(1+\alpha_p)$ 和 $(1-\alpha_a)$ 的数值大小上, 且 K_0 与数值“1” (球应力状态) 的差距越大, 引起的滑移面初始剪应力和剪应变就越大, 初始应力状态的影响就越明显。

联立式 (21)、(22) 可得, 被动与主动状态下墙体侧向位移之比 s_p/s_a :

$$\frac{s_p}{s_a} = -\frac{(1+\alpha_p)\tan\theta_p}{(1-\alpha_a)\tan\theta_a}. \quad (23a)$$

其中, 墙背光滑时式 (23a) 可简化为

$$\frac{s_p}{s_a} = -\frac{1+\alpha_p}{1-\alpha_a} \tan^2\left(45^\circ + \frac{\varphi}{2}\right). \quad (23b)$$

由式 (23a) 可知, 一般情况下 s_p/s_a 远大于 1, 表明达到主动与被动状态所需墙体侧向位移差异显著。其差异来源于两方面, 首先是主被动区范围的不同, 表现为 $\tan\theta_p/\tan\theta_a > 1$, 这是引起被动状态下墙体侧向位移远大于主动的主导因素; 其次是初始应力状态, 即 K_0 的影响, 体现在 $(1+\alpha_p)/(1-\alpha_a) > 1$, 这是导致主动与被动状态墙体侧向位移不同的又一因素。

2.3 墙体侧向位移—土压力方程

(1) 静止—主动状态

a) 几何方程

$$\left(\frac{s}{H}\right)_a = (\varepsilon - \varepsilon_{0a}) \tan\theta_a, \quad (24a)$$

其中, ε 介于 $\varepsilon_{0a} \sim \varepsilon_u$ 。

b) 物理方程

$$\frac{\tau}{\tau_f} = \frac{n\varepsilon}{\varepsilon_u + (n-1)\varepsilon}, \quad (24b)$$

其中, 剪应力 τ 介于 $\tau_{0a} \sim \tau_f$ 。

c) 平衡方程

$$K_{0a} = \frac{\tan\theta_a}{\tan(\theta_a + \varphi^*) + \tan\delta^*}. \quad (24c)$$

d) 墙体位移 - 土压力方程

将式 (24a) 代入式 (24b) 得到 s 与 τ 的关系, 再通过式 (8)、(9) 将其转化成 s 与 δ^* , φ^* 的关系, 最后代入平衡方程式 (24c), 求得 s 与 K_{0a} 的关系为

$$K_{0a} = \frac{1 - \lambda_a \tan \theta_a \tan \varphi}{1 + (\lambda_a \tan \varphi + m_a \tan \varphi_d) / \tan \theta_a - \lambda_a m_a \tan \varphi \tan \varphi_d} \quad (25a)$$

式中,

$$\lambda_a = \frac{n[(s/H) + \alpha_a \varepsilon_u \tan \theta_a]}{\varepsilon_u \tan \theta_a + (n-1)[(s/H) + \alpha_a \varepsilon_u \tan \theta_a]} \quad (25b)$$

$$m_a = \frac{\lambda_a (K_0 + \tan^2 \theta_a) \tan \varphi + (K_0 - 1) \tan \theta_a}{(K_0 + \tan^2 \theta_a) \tan \varphi + (K_0 - 1) \tan \theta_a} \quad (25c)$$

(2) 静止 - 被动状态

a) 几何方程

$$\left(\frac{s}{H}\right)_p = (\varepsilon - \varepsilon_{op}) \tan \theta_p \quad (26a)$$

其中, ε 介于 $\varepsilon_{op} \sim -\varepsilon_u$ 之间。

b) 物理方程

土体处于静止与被动中间状态时 ε 介于 $\varepsilon_{op} \sim -\varepsilon_u$ 之间, 其 $\varepsilon - \tau$ 关系为

$$\frac{\tau}{\tau_f} = \begin{cases} \frac{n\varepsilon}{\varepsilon_u + (n-1)\varepsilon} & (\varepsilon = \varepsilon_{op} \sim 0) \\ \frac{n\varepsilon}{\varepsilon_u - (n-1)\varepsilon} & (\varepsilon = 0 \sim -\varepsilon_u) \end{cases} \quad (26b)$$

c) 平衡方程

$$K_{0p} = \frac{\tan \theta_p}{\tan(\theta_p + \varphi^*) + \tan \delta^*} \quad (26c)$$

d) 墙体位移 - 土压力方程

同静止 - 主动状态推导, 根据式 (26a) ~ (26c) 及式 (9)、(13), 得静止 - 被动状态的墙体侧向位移与土压力关系式:

$$K_{0p} = \frac{1 - \lambda_p \tan \theta_p \tan \varphi}{1 + (\lambda_p \tan \varphi + m_p \tan \varphi_d) / \tan \theta_p - \lambda_p m_p \tan \varphi \tan \varphi_d} \quad (27a)$$

式中,

$$\lambda_p = \begin{cases} \frac{n[(s/H) + \alpha_p \varepsilon_u \tan \theta_p]}{\varepsilon_u \tan \theta_p + (n-1)[(s/H) + \alpha_p \varepsilon_u \tan \theta_p]} & (s = 0 \sim s_1) \\ \frac{n[(s/H) + \alpha_p \varepsilon_u \tan \theta_p]}{\varepsilon_u \tan \theta_p - (n-1)[(s/H) + \alpha_p \varepsilon_u \tan \theta_p]} & (s = s_1 \sim s_p) \end{cases} \quad (27b)$$

$$m_p = \frac{\lambda_p (K_0 + \tan^2 \theta_p) \tan \varphi - (1 - K_0) \tan \theta_p}{(K_0 + \tan^2 \theta_p) \tan \varphi + (1 - K_0) \tan \theta_p} \quad (27c)$$

式中, s_1 为土压力系数等于 1, 即剪应变与剪应力为 0 时墙体侧向位移,

$$\frac{s_1}{H} = -\alpha_p \varepsilon_u \tan \theta_p \quad (28)$$

3 试验验证与讨论

3.1 算例分析

通过改变 φ 和 ε_u 两主要影响因素, 计算主动与被动时的墙体侧向位移, 检验理论模型与工程经验在大致范围上是否吻合。其中, $K_0=1-\sin\varphi$, $n=3.0$ 。

表 1 极限状态下墙顶侧向位移理论计算

土性	φ / (°)	ε_u / %	墙背光滑 $\delta=0$		墙背粗糙 $\delta=0.5\varphi$	
			$\frac{s_a}{H}$ / %	$\frac{s_p}{H}$ / %	$\frac{s_a}{H}$ / %	$\frac{s_p}{H}$ / %
粗粒土	32	2.0	7.34	-4.29	8.14	-6.35
	35	1.5	5.12	-3.37	5.64	-5.26
	37	1.0	3.25	-2.33	3.56	-3.77
	40	0.5	1.51	-1.22	1.64	-2.13
细粒土	32	1.0	3.67	-2.15	4.07	-3.17
	27	1.5	6.20	-2.98	6.95	-4.13
	22	2.0	9.25	-3.68	10.53	-4.88
	15	3.0	16.22	-4.94	18.87	-6.28

如表 1 所列, $\varphi=32^\circ \sim 40^\circ$, $\varepsilon_u=2.0\% \sim 0.5\%$ (近似粗粒土) 且墙背光滑时, 主动与被动状态对应墙体侧向位移与墙高之比分别介于 1.5% ~ 7.3% 和 -1.2% ~ -4.3%, 墙背粗糙时为 1.6% ~ 8.1% 和 -2.1% ~ -6.4%; $\varphi=15^\circ \sim 32^\circ$, $\varepsilon_u=3.0\% \sim 1.0\%$ (近似细粒土) 且墙背光滑时, 进入主动与被动状态墙体侧向位移分别为 3.7% ~ 16.2% 和 -2.2% ~ -4.9%, 墙背粗糙时为 4.1% ~ 18.9% 和 -3.2% ~ -6.3%。

可见, 计算结果与工程经验基本一致。其中, 墙背粗糙条件下的被动状态墙体侧向位移明显大于墙背光滑时, 表明墙土摩擦对被动状态下的墙体侧向位移具有显著影响。这主要是因为被动状态下, 墙土摩擦对滑移区范围及土压力影响较大, 而滑移区范围与墙体侧向位移成正比。主动滑移区范围及土压力受墙土摩擦影响相对较小, 导致墙体位移差异不大。为进一步探究墙体位移对 n 及 ε_u 的敏感性, 令 $\varphi=32^\circ$, $\delta=0$ 不变, 通过单因素控制法, 得到不同 n 及 ε_u 下的墙体侧向位移如表 2 所列。

表 2 ε_u 及 n 对极限状态下墙顶侧向位移的影响

固定量	变量	$\frac{s_a}{H}$ / %	$\frac{s_p}{H}$ / %
$n=3$	$\varepsilon_u=0.5\%$	1.84	-1.07
	$\varepsilon_u=1.0\%$	3.67	-2.14
	$\varepsilon_u=2.0\%$	7.34	-4.29
$\varepsilon_u=1.0\%$	$n=4$	4.01	-2.07
	$n=6$	4.42	-1.99
	$n=8$	4.65	-1.95

可见, 正如式 (21)、(22) 所示, 极限状态下的墙体侧向位移与 ε_u 成正比; 而 n 的影响相对较小, 当 n 减小 1/2 时, 位移变化量不超过 15%, 其影响主要体现在位移 - 土压力曲线的变化趋势上。

3.2 试验验证

(1) 静止—被动状态

陈页开^[15]开展了相对密度为 0.5 的风干砂被动土压力室内模型试验。根据直剪试验得到 $c=0$ kPa, $\varphi=34.2^\circ$, 其剪切位移与剪应力关系如图 5 所示。试验测得墙体侧向位移与根据合力求得的侧压力系数 K_{0p} 关系如图 6 所示。

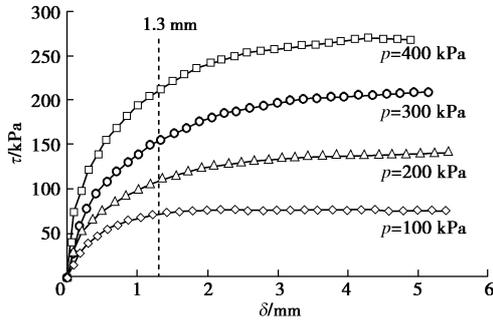


图 5 剪切位移与剪应力关系曲线^[15]

Fig. 5 Measured shear displacement-shear strain curves for soils

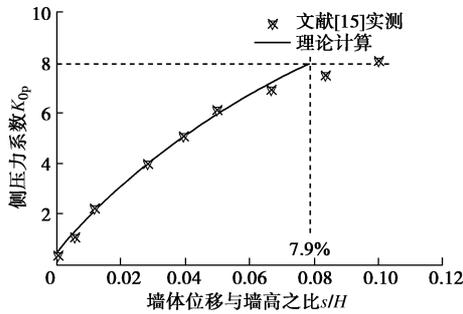


图 6 实测与理论位移 - 土压力曲线 (静止—被动)

Fig. 6 Comparison between calculated earth pressure-displacement curves and model test results (from initial to passive state)

试验中模型墙高 $H=1.0$ m, 墙后填土自重应力较小, 以直剪试验中法向应力 $p=100$ kPa 所对应曲线趋于水平时的 1.3 mm 作为极限剪切位移, 除以直剪盒内径 61.8 mm, 得到单位长度极限剪切位移 $\varepsilon_u=0.02$ 、 $n \approx 4.5$ 。根据式 (27a) 求得墙体侧向位移与土压力系数的关系如图 6 所示。计算表明, 土体达到极限状态时墙体侧向位移与墙高之比为 7.9%, 与实测值接近, 且变化趋势与试验基本一致。

(2) 静止—主动状态

岳祖润等^[16]以黏土作为试验材料, 开展了挡墙的主动土压力离心模型试验。其中, 模型墙高 $H=25$ cm, 离心加速度为 80.18g, 土体基本指标: 土粒比重 G_s

为 2.65, 重度 γ 为 18.6 kN/m³, 含水率 w 为 15.0%, δ 为 0° 。

大型直剪试验 (230 mm×230 mm) 测得土体剪切位移 - 剪应力曲线如图 7 所示。因离心模型试验中所模拟的墙高达到 20 m, 其自重应力大。以滑移面法向应力为 200 kPa 的剪切位移 - 剪应力曲线作为主要代表, 其剪切位移达到 5.5 mm 时, 曲线基本趋于水平。以此作为极限位移并计算得到相应的 $\varepsilon_u=2.4\%$, $n=3$ 。将实测 K_0 和综合内摩擦角代入方程式 (25a) 中, 求得墙体位移 - 土压力曲线如图 8 所示。

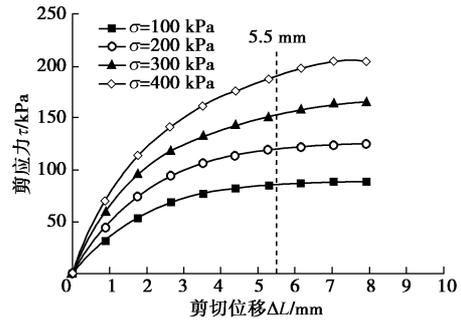


图 7 试验黏土的剪切位移与剪应力曲线^[17]

Fig. 7 Measured shear displacement-shear strain curves

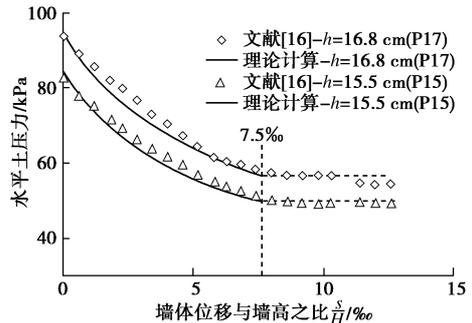


图 8 实测与理论位移 - 土压力曲线 (静止—主动)

Fig. 8 Comparison between calculated earth pressure-displacement curves and model test results (from initial to active state)

试验测得土压力随墙体位移的增加呈现出斜率逐渐衰减的减小趋势, 墙体侧向位移与墙高之比达到 7‰~8‰时, 变化趋于稳定, 表明土体已进入主动状态。根据理论计算式 (21) 求得主动状态下 s_a/H 约为 7.5‰, 与实测值较为接近。

3.3 讨论

综上, 理论计算和土体处于静止与主动状态之间的离心模型试验, 以及静止与被动状态间的常规模型试验均具有良好一致性, 表明理论模型能基本反映实际情况。需要指出的是, 实际中土压力往往呈现出非线性分布特征, 其影响因素多且复杂, 本文所讨论的墙体位移 - 土压力关系主要是就合力而言。另外, 由于物理方程主要针对应变硬化, 应变软化下的求解思路及几何、平衡方程相同, 仅仅是物理方程有所差异。

4 结 论

以试样在直剪试验中的剪切过程近似模拟墙后土体由静止进入极限状态的历程,进行了主被动状态间的墙体位移与土压力关系的理论探究,得到以下3点结论。

(1) 基于 Coulomb 土压力模型,通过构建土体单位长度剪切位移 ε 和墙体侧向位移的几何关系,及其与之相匹配的 ε 、土压力同剪应力的平衡和物理关系,推导了极限位移可求、涵盖主动至被动状态全过程的墙体位移-土压力函数方程。

(2) 静止与极限状态间的墙体位移-土压力曲线是土体剪切位移与剪应力关系的宏观体现,两者变化形态相似。静止土压力系数 K_0 对墙体位移-土压力曲线形态影响较小,然而随着 K_0 的增大,由静止进入主动状态所需墙体位移增加,进入被动状态则相应减小。

(3) 滑移区范围对墙体位移影响显著,因墙土摩擦角 δ 引起的滑移区范围扩大,导致土体进入极限状态所需墙体侧向位移增加。其中,相对于主动区,被动区范围对 δ 更加敏感,使得静止与被动状态间的墙体位移-土压力曲线受 δ 影响更加明显。

参考文献:

- [1] TERZAGHI K. Theoretical soil mechanics[M]. New York: John Wiley and Sons, Inc, 1943.
- [2] DUNCAN J M, MOKWA R L. Passive earth pressures: theories and tests[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2001, **127**(3): 248 - 257.
- [3] 卢坤林, 杨 扬. 非极限主动土压力计算方法初探[J]. 岩土力学, 2010, **31**(2): 615 - 619. (LU Kun-lin, YANG Yang. Preliminary study of active earth pressure under nonlimit state[J]. Rock and Soil Mechanics, 2010, **31**(2): 615 - 619. (in Chinese))
- [4] 陈奕柏, 柯才桐, 高洪波, 等. 考虑变位影响的刚性挡墙非极限土压力研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2015, **34**(5): 1060 - 1070. (CHEN Yi-bai, KE Cai-tong, GAO Hong-bo, et al. Non-limit state earth pressure against retaining wall considering influence of deformation[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2015, **34**(5): 1060 - 1070. (in Chinese))
- [5] 徐日庆, 廖 斌, 吴 渐, 等. 黏性土的非极限主动土压力计算方法研究[J]. 岩土力学, 2013, **34**(1): 148 - 154. (XU Ri-qing, LIAO Bin, WU Jian, et al. Computational method for active earth pressure of cohesive soil under nonlimit state[J]. Rock and Soil Mechanics, 2013, **34**(1): 148 - 154. (in Chinese))
- [6] MEI G, CHEN Q, SONG L. Model for predicting displacement-dependent lateral earth pressure[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2009, **46**(8): 969 - 975.
- [7] Massachusetts Highway Department. Massachusetts Bridge Manual[S]. Boston: Massachusetts Highway Department, 1999.
- [8] ENGLAND G L, BUSH D I, TSANG N C M. Integral bridges: a fundamental approach to the time-temperature loading problem[M]. Thomas Telford, 2000.
- [9] British Code BA42/96. The design of integral bridge[S]. London: British Highway Agency, 1996.
- [10] COLE R T, ROLLINS K M. Passive earth pressure mobilization during cyclic loading[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2006, **132**(9): 1154 - 1164.
- [11] SHAMSABADI A, ROLLINS K M, KAPUSKAR M. Nonlinear soil-abutment-bridge structure interaction for seismic performance-based design[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2007, **133**(6): 707 - 720.
- [12] POTTS D M, FOURIE A B. A numerical study of the effects of wall deformation on earth pressures[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 1986, **10**(4): 383 - 405.
- [13] EN1997-1 Eurocode7: geotechnical design-part 1: general rules[S]. 2005.
- [14] Canadian Geotechnical Society. Canadian foundation engineering manual[M]. Canadian Geotechnical Society, 1978.
- [15] 陈页开. 挡土墙上土压力的试验研究与数值分析[D]. 杭州: 浙江大学, 2001. (CHEN Ye-kai. Model test and numerical analysis of earth pressures on retaining wall[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2001. (in Chinese))
- [16] 岳祖润, 彭胤宗, 张师德. 压实黏性填土挡土墙土压力离心模型试验[J]. 岩土工程学报, 1992, **14**(6): 90 - 96. (YUE Zu-run, PENG Yin-zong, ZHANG Shi-de. Centrifuge model test on lateral pressure on walls retaining compacted clayey backfill[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1992, **14**(6): 90 - 96. (in Chinese))
- [17] 陈国芳. 挡土墙与填土间相互作用的研究[D]. 成都: 西南交通大学, 1989. (CHEN Guo-fang. Study on interaction between retaining wall and backfill[D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 1989. (in Chinese))