#### DOI: 10.11779/CJGE201706015

# 非饱和土地区高速铁路路基沉降预测模型

冯怀平1, 耿会岭1, 韩博文1, 商卫东2, 常建梅1

(1. 石家庄铁道大学土木工程学院,河北 石家庄 050043; 2. 河北建设勘察研究院有限公司,河北 石家庄 050031)

摘 要:准确、合理地预测线路工后沉降是高速铁路建设的关键,现场沉降观测数据表明不同饱和度地区路基沉降曲 线线型变化较大,基于饱和理论的沉降预测方法在工后沉降预测中存在不能准确描述沉降规律,且存在预测值偏小的 风险。基于实测沉降规律,提出了一个适用于非饱和土地区路基的沉降预测曲线模型。分析了预测曲线模型的特点, 并基于最小二乘法给出模型参数的求解方法。结合兰新铁路第二双线 LXS-15 标段沉降数据,提出相关系数、偏差度、 稳定度为模型有效性检验指标,结合施工完成2a的实测资料,进行了在施工完成3个月及6个月所提模型与规范要求 3种预测模型的对比研究;对3条不同饱和程度高铁路基沉降预测结果表明所提出的非饱和土预测模型具有较好的精度 和广泛的适用性,为非饱和土地区高速铁路建设合理判断工后沉降提供参考。

关键词: 非饱和土; 高速铁路; 工后沉降; 预测模型

 中图分类号: TU443
 文献标识码: A
 文章编号: 1000 - 4548(2017)06 - 1089 - 07

 作者简介: 冯怀平(1975 - ), 男, 副教授, 主要从事非饱和土测试及数值模拟等方面研究。E-mail:

 fenghuaiping@stdu.edu.cn。

# Prediction model for settlement of high-speed railway embankment in unsaturated areas

FENG Huai-ping<sup>1</sup>, GENG Hui-ling<sup>1</sup>, HAN Bo-wen<sup>1</sup>, SHANG Wei-dong<sup>2</sup>, CHANG Jian-mei<sup>1</sup>

(1. School of Civil Engineering, Shijiazhuang Tie Dao University, Shijiazhuang 050043, China; 2. Hebei Research Institute of Construction

& Geotechnical Investigation Co., Ltd., Shijiazhuang 050031, China)

**Abstract**: The precise prediction of post-construction settlement for high-speed railways is one of the key techniques in successful construction of high-speed railways. The in-situ observation data show that the shapes of settlement vary greatly under different unsaturated conditions. Limitations and risks are observed to predict unsaturated settlement using the traditional predication methods based on the saturated theory. A new prediction method for post-construction settlement of unsaturated high-speed railway embankment is proposed. The characteristics of the proposed model are analyzed, and the solving algorithm for the model is developed. Based on the observed settlement data in LXS-15 of Lanzhou-Xinjiang Double-Line Railway, predictions are carried out respectively using the proposed model and other three methods. By defining the correlation coefficient, deviation degree and stability property as the evaluation indices and using 2 years' continuous in-situ observation data, the prediction precision is investigated and compared. The applications in three sections with different saturations show that the proposed settlement prediction model is feasible and scientific for unsaturated embankment of high-speed railways, and it may provide a method for prediction of post-construction settlement of high-speed railways in unsaturated areas. **Key words**: unsaturated soil; high-speed railway; post-construction settlement; prediction model

# 0 引 言

为了保证高速铁路行车的高速性和平顺性,对高速铁路工后沉降有严格限制,因此准确预测工后沉降,确定合理的铺轨时间对于高速铁路建设至关重要。目前规范要求通过现场沉降观测,利用曲线拟合的方法判断路基的工后沉降<sup>[1]</sup>。规范推荐使用的沉降模型曲线法,包括双曲线法、指数曲线法、星野法、Asaoka法、泊松曲线法。这些方法多数是基于饱和土理论或

者饱和地区沉降变形规律得到,然而,近年来,中国 高速铁路网的进一步细化和"一带一路"战略的实施, 大量的高速铁路在中西部等非饱和土地区修建。因此, 研究非饱和土地区路基沉降变形规律对于指导高速铁 路的建设工期具有重要意义<sup>[2]</sup>。

基金项目:国家自然科学基金项目(51478279);河北省教育厅 2015 年度科学技术研究项目(QN2015117) 收稿日期:2016-08-16

现场实测数据表明非饱和土地区地基沉降曲线形 式较饱和土地区有很多差异:如施工期沉降增加缓慢 有明显的平台期,而施工完成后沉降开始迅速增加随 后增加趋势变缓,沉降-时间曲线表现出明显的反 "S"型增长<sup>[3]</sup>;武广高铁现场沉降观测数据反映出沉 降量小但相对波动较大的特点<sup>[4]</sup>;济南高铁站场复合 地基,表现出折线型的特点,即在填筑初期施工速度 较快,预压土填筑完成后的沉降量所占沉降比例较大, 预压 11 个月后,沉降趋于稳定<sup>[5]</sup>,同样对于非饱和高 液限土路基,也有类似规律<sup>[6]</sup>。可以看出各地区沉降 规律有很大差别,这虽然与地基处理方式及现场施工 条件不同有关,但不同地区由于饱和度不同而引起的 沉降变形规律差异是其中一个主要因素<sup>[7]</sup>。因此,提 出一种广泛适用的非饱和地基的沉降预测模型是十分 必要的。

目前,国内外学者针对非饱和土沉降评价方法做 了 3 方面研究: 基于本构模型的理论计算法[8-12]但该 方法所得结果与实际沉降结果有较大差别,对于高速 铁路这种跨越复杂地质情况的长大型构造物应用困 难:基于离心机模型试验来进行的沉降变形规律的研 究<sup>[13]</sup>可以较好地模拟地基所受荷载情况,但是对于试 验时间与真实沉降时间的换算有待进一步证实:因此, 研究者结合实际沉降变形情况提出了一些曲线拟合方 法: 针对高铁沉降量小的观测数据的相对波动较大特 点,陈善雄等<sup>[4]</sup>将三点法引入双曲线模型中预测了武 广铁路客运专线地基沉降。梅国雄等[14]在线性加载或 近似线性加载情况下证明了沉降随时间变化过程的曲 线呈反"S"型的特征。宰金珉等<sup>[15]</sup>考虑施工全过程 的沉降量与时间关系的特点,建立了泊松曲线预测模 型,并考虑了饱和度对初始沉降影响。可以看出这些 方法只是基于特定情况且适应范围有待考证,缺少有 普遍适用性。

本文基于非饱和土在荷载作用下长期固结变形的 发展演化规律和高速铁路沉降监测数据,总结了非饱 和地区高速铁路沉降变形特点,并提出一种能适用于 非饱和土路基的沉降预测模型。

## 1 非饱和沉降预测模型

# 1.1 非饱和沉降预测模型

大量沉降观测实测资料表明,地基沉降随时间的 发展规律各不相同,沉降-时间曲线形式多样包括反 S型增长<sup>[3]</sup>、指数曲线特征<sup>[4]</sup>、折线型<sup>[5]</sup>发展等。在总 结非饱和土固结规律,结合实测的沉降曲线后,提出 一种适用于非饱和土地区的沉降预测模型,模型表述 如下:

$$S_{t} = \frac{S_{\infty}}{(1 + (1/at)^{n})^{m}} , \qquad (1)$$

式中, $S_t$ 为沉降量,t为累计时间, $S_\infty$ 为预测最终沉降量,a,m,n为待求参数。

模型具有以下特点: ① $t \neq 0$ ,故不通过原点; ② 当 t 趋于无穷大时, $S_t$  趋近于  $S_{\infty}$ ,故模型有界; ③  $S'_t = (a \cdot m \cdot n \cdot s) / [(at)^{n+1}(1 + (1/at)^n)^{m+1}] > 0$ ,模型单调 递增; ④具有很强的适应性,图1(a)、图1(b)给 出了不同参数对应的曲线图形。



图 1 不同参数时模型结果

Fig. 1 Model results with different parameters

#### 1.2 模型的参数拟合方法

该模型为时间序列模型,无法通过两边取对数形 式化为线性函数形式,因此这里采用非线性最小二乘 法来求解参数估计值。

非线性最小二乘法是以误差的平方和最小为准则 来估计非线性静态模型参数的一种参数估计方法。设 非线性系统的模型为 *y=f*(*x*, *c*), *c=*(*c*<sub>0</sub>, *c*<sub>1</sub>, *c*<sub>2</sub>, *c*<sub>3</sub>) 对 于 *N* 期的沉降观测数据进行拟合,在本模型中

$$f(x,c) = \frac{c_0}{\left[1 + \left(\frac{1}{c_1}x\right)^{c_2}\right]^{c_3}},$$
 (2)

其中, c<sub>2</sub>和 c<sub>3</sub>为非线性拟合系数。

首先给拟合系数一个初始值, 记为 c<sub>i</sub>(0)(j=0,1,2,3),且使

$$c_i = c_i(0) + \delta c_i \quad , \tag{3}$$

如果能够求出 $\delta c_j$ 的值,则可以由式(3)确定 $c_j$ 的值。 为了求出 $\delta c_i$ 。函数 $f(x_i,c)$ 可转化为一个关于 $\delta c_i$ 的 (7)

线性函数, 定义拟合残差的平方和为

$$Q = \sum_{i=1}^{N} \left[ f(x_i, c) - y_i \right]^2 \quad . \tag{4}$$

在 $c_j(0)$ 附近对拟合函数f(x,c)作泰勒级数展开,并略去 $\delta c_i$ 的高次项,并代入式(4)得

$$Q = \sum_{i=1}^{N} \left[ f_0(x_i, c) + \frac{\partial f_0(x_i, c)}{\partial c_0} \delta c_0 + \dots + \frac{\partial f_0(x_i, c)}{\partial c_1} \delta c_1 + \frac{\partial f_0(x_i, c)}{\partial c_3} \delta c_3 - y_i \right]^2 \quad . \tag{5}$$

根据最小二乘原理,式(5)应满足 $\frac{\partial Q}{\partial \delta c_i} = 0$ ,

即  $2\sum_{i=1}^{N} \left[ f_0(x_i, c + \frac{\partial f_0(x_i, c)}{\partial c_0} \delta c_0 + \frac{\partial f_0(x_i, c}{\partial c_1} \delta c_1 + \dots + \frac{\partial f_0(x_i, c)}{\partial c_3} \delta c_3 - y_i \right] \frac{\partial f_0(x_i, c)}{\partial c_j} = 0 \quad (j = 0, 1, 2, 3) \circ (6)$ 将式 (6) 改成矩阵形式

$$4 \times C = B$$

其中,

$$A = \begin{bmatrix} a_{00} & a_{01} & a_{02} & a_{03} \\ a_{10} & a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{20} & a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{30} & a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix},$$
  
$$B = \{b_0, b_1, b_2, b_3\}^{\mathrm{T}},$$
  
$$C = \{\delta c, \delta c, \delta c, \delta c\}$$

在矩阵A中,

$$a_{jk} = \sum_{i=1}^{N} \frac{\partial f_0(x_i,c)}{\partial c_j} \frac{\partial f_0(x_i,c)}{\partial c_k} \qquad (j,k=0,1,2,3),$$

在矩阵B中,

$$b_{j} = \sum_{i=1}^{N} \frac{\partial f_{0}(x_{i},c)}{\partial c_{j}} [f_{0}(x_{i},c) - y_{i}] \qquad (j = 0,1,2,3) \ .$$

通过解方程(7)即可求出 $\delta c_j$ 的值,再由式(2) 得到 $c_j$ 的值,如果求得的 $|\delta c_j|$ 较大则将 $c_j$ 作为 $c_j$ (0) 的新值,重复上述计算,迭代至 $|\delta c_j|$ 可以忽略的时候 则迭代结束,此时参数全部解出。

# 2 工程应用

## 2.1 工程概况

兰新二线 LXS-15 标段,位于甘肃酒泉境内。选 取 DK889+600—DK890+200 的实测沉降监测数据进 行分析。该区段地层主要由粉土、砾砂、细圆砾土等 组成,路基形式为路堤,最大边坡高度 6 m,线路处 于山前洪积平原,相对高度 2~5 m,自然坡度约为 5°~15°,采用冲击碾压地基处理方式,勘探深度内 未见地下水,为典型的非饱和土路基。自2010年8 月2日开始填土,2010年9月11日填土完毕,层厚 5.2 m,施工同步进行沉降观测,2011年3月线路铺 轨完成。为研究该地区合理评价方法,铺轨后,又 持续进行沉降观测 2.0 a多(至2013年3月9日为 止)。

选取施工完成后3个月(2010年12月)和施工 完成后6个月(2011年3月)的两个时间节点的沉降 观测数据,对比研究三点法、指数法、泊松曲线法以 及本文所提出的非饱和土沉降预测模型进行拟合,并 与完工2a的实测数据进行对比研究不同方法在非饱 和土地区沉降评估中的特点。

指南中规定,使用曲线回归法进行评估确定沉降 变形趋势,曲线回归的相关系数不应小于 0.92,本文 也采用相关系数作为模型评价的主要标准之一。相关 系数是研究两个变量之间线性相关程度的量,取值在 -1 和1之间其值越大,误差越小,变量之间的线性相 关程度越高;相关系数计算公式:

$$R = \frac{\operatorname{Cov}(\overline{X}, \overline{Y})}{\sqrt{D(\overline{X})}\sqrt{D(\overline{Y})}} \quad , \tag{8}$$

式中, $\overline{X}$ , $\overline{Y}$ 分别为实测沉降值和预测值的平均数, Cov( $\overline{X},\overline{Y}$ )为两组数的协方差, $D(\overline{X})$ , $D(\overline{Y})$ 为两组 数的方差。

采用实测沉降数据拟合出沉降预测模型曲线求得 模型中未知参数,从而利用该模型求得的预测值,而 后利用 Excel 中 Correl 函数得出实测值与预测值的相 关系数。

为了定义曲线预测的精度提出偏差度的定义,通 过将预测沉降与完工2a后的实测值对比判断预测精 度。本文定义"偏差度"为2a后的实测沉降值与预 测沉降之差与实测沉降的比值。偏差度是描述预测值 与真实值偏离程度的量,偏差度的绝对值越小,表明 模型预测结果越接近于实测沉降值,是反应预测结果 可靠性的一个指标。另外,偏差度也可表示预测值是 否偏于安全,若偏差度为负值表明预测结果比真实值 大,偏于安全;若为正值则预测结果小于实测值,这 在工程上是不安全的。其计算公式为

$$P = \frac{S_{\mathcal{K}} - S_{\widetilde{\mathcal{M}}}}{S_{\mathcal{K}}} \quad , \tag{9}$$

式中, *S*<sub>来</sub>为实测 2 a 沉降值, *S*<sub>预</sub>为预测 2 a 沉降值。 2.2 稳实度

稳定度定义为基于完工后3个月沉降数据和6个 月沉降数据所预测最终沉降值之差。稳定度反映了模 型在前期观测数据基础上产生预测结果的稳定程度, 其值越小则表明该模型对前期观测数据的依赖性越弱,预测适应性越好。稳定度公式定义为

$$W = S_1 - S_2 \quad . \tag{10}$$

式中,*S*<sub>1</sub>为基于工后3个月沉降数据做出的预测结果, *S*<sub>2</sub>为基于6个月沉降数据的预测结果。

#### 2.3 模型精度评价标准

(1) 不同模型预测结果的对比分析

将非饱和路基沉降预测模型法在施工完成3个月 和施工完成6个月的时候所得预测结果与三点法、泊 松曲线法和指数曲线法进行精度分析和对比。相关系 数、偏差度及稳定度的对比结果如图2~4所示,表1 给出了不同预测方法得出的偏差度的绝对值和。



图 2 不同预测方法相关系数对比

Fig. 2 Correlation coefficients by different prediction methods





Fig. 3 Deviation degrees by different prediction methods

三点法在各个断面拟合结果中,相关系数普遍较低,如断面 DK889+600 相关系数小于 0.92,施工完成 6 个月后的沉降数据评估中断面 DK890+000 的相关系数依然小于 0.92。即随着监测数据的增多,三点

法预测结果的相关系数并没有增大,有的反而下降; 同时从图3可以看出,三点法预测结果的偏差度正负 变化剧烈,说明三点法受最后几次观测数据的影响较 为明显,最终沉降预测值波动较大,其在非饱和土路 基沉降预测上计算结果并不可靠。



图 4 不同预测方法稳定度对比

Fig. 4 Stability degrees by different prediction methods 表 1 不同预测曲线偏差度绝对值和

Tabla 1	Sum	of absolute	values	of de	viation	dagraas
Table 1	Sum	of absolute	values	or de	viation	degrees

		0
预测方法	完成3个月时	完成6个月时
三点法	0.906	0.868
指数曲线法	3.853	0.873
泊松曲线法	0.791	0.559
本模型法	0.781	0.321

指数曲线法预测结果的相关系数普遍较高,两次 预测结果变化不大。但是从图3可以看出,指数曲线 法在施工完成3个月时,预测结果的偏差度较高。并 且从图4可以看出其两次预测结果的稳定度相差较大 说明该模型预测的稳定性较差,在断面 DK890+100 上稳定度为6.16,表明两次预测结果相差6.16 mm, 而该断面的实测最终沉降才4.52 mm,因此指数曲线 法在前期沉降数据较少的情况下,预测结果可靠度不 高。

泊松曲线法相关系数普遍较高。偏差度也较小, 表明预测结果较接近实测值,但是从图 3 中可以看出 其偏差度全为正值,说明预测值一般较真实沉降小, 因此其预测结果在工程实际中是偏于危险的。分析认 为是泊松曲线固定的拐点导致的,因为泊松曲线、 Gompertz 等生长模型会存在一个固定的拐点,分别会 发生在 *S*<sub>∞</sub>/2 和 *S*<sub>∞</sub>/*e* 处<sup>[16]</sup>, *S*<sub>∞</sub>为最终沉降,这一假设 与实际的路基沉降存在一定的不同所造成。

本文所提出的路基沉降预测模型法相关系数普遍 较高,施工完成3个月时在断面 DK889+700 所得相 关系数最小为 0.956 远远高于指南中规定的 0.92,数 据增加到6个月的时候相关系数有了进一步的提升。 偏差度相对于其它预测模型较小,如图3所示对比不 同方法预测结果偏差度的绝对值之和发现其值小于其 它模型说明该模型的预测精度比其它模型要高。并且 计算的偏差度数值上大部分为负数说明该模型的预测 结果偏于安全,稳定度也相对较好。

(2) 模型拟合曲线结果

表 2,3 分别为施工完成后 3 个月和施工完成后 6 个月的本模型拟合结果中各参数值和拟合结果。

#### 表2施工完成后3个月拟合结果

Table 2 Fitting results of 3 months after construction

	模型参数				预测值	2 a 后	
断面号	$S_{\infty}$	а	n	т	/mm	沉降/mm	
DK889+600	3.77	0.020	3.500	0.809	3.768	4.06	
DK889+700	2.99	0.015	3.500	0.296	2.992	5.52	
DK889+800	8.41	0.016	3.500	0.633	8.413	8.16	
DK890+000	8.10	0.359	1.967	213.570	8.099	7.29	
DK890+100	4.92	0.267	2.749	853.368	4.922	4.52	
DK890+200	6.28	0.016	3.500	0.353	6.282	6.41	

表3施工完成后6个月拟合结果

Table 3 Fitting results of 6 months after construction

		模型	预测值	2 a 沉		
断面号	$S_{\infty}$	а	n	т	/mm	降/mm
DK889+600	4.07	0.017	3.500	0.672	4.068	4.06
DK889+700	6.61	0.222	0.571	5.358	6.608	5.52
DK889+800	8.10	0.017	3.500	0.675	8.095	8.16
DK890+000	7.57	0.035	2.535	3.110	7.567	7.29
DK890+100	4.68	0.158	3.085	360.06	4.678	4.52
DK890+200	6.14	0.017	3.500	0.361	6.147	6.41

利用 C++开发了评估系统,以断面 DK889+800 和断面 DK889+200 为例运用非饱和沉降预测模型在 施工完成 3 个月和 6 个月时得出拟合曲线。横线为预 测最终沉降,由两次预测曲线可以看出,本模型对沉 降曲线的拟合度较高,对数据的增加反应也比较灵敏, 拟合曲线见图 5,6 所示。





图 6 DK890+200 拟合曲线图 Fig. 6 Fitting curves of DK890+200

# 3 沉降预测模型适应性研究

为了验证非饱和土路基沉降预测模型的适应性, 分别选取郑西客专 DK351+41、石武客专 DK323+090、 秦沈客专 DK275+920 三个断面进行沉降预测对比分 析,研究本模型对不同的非饱和土地区适应性。

石武铁路客运专线 DK323+090 段地基土质以粉 质黏土为主,地下水埋深 8~9 m,地基处理采用换 CFG 桩网复合地基处理,路堤填筑高度 6.3 m。沉降 观测从 2009 年 7 月 30 日开始到 2010 年 11 月 5 日止。 采用三点法、双曲线法、泊松曲线和本模型对沉降观 测 17 个月沉降观测数据进行拟合,拟合预测结果如图 7 所示。结果表明,双曲线法和三点法均无法收敛, 因此由于工期延长或路基土体固结时间较长而造成的 沉降随时间变化曲线的平台期延长的情况不宜采用该 两种方法。泊松曲线可以较好拟合实测曲线但是预测 结果偏小,工程上偏于危险的。而采用本模型对数据 拟合精度较高,预测结果较大偏于安全。



图 7 石武 DK323+090 拟合图



郑西铁路 DK351+416 段地基土质主要为黄土, 采用 CFG 桩及长短桩方式进行地基处理。干燥少雨地 下水位较低, 地基中土体饱和度较低。断面 DK351+416 沉降观测 10 个月沉降观测数据进行数据 拟合所得结果如图 8 所示。结果表明三点法和双曲线 法拟合度均较低,且双曲线预测结果基本不收敛。泊 松曲线预测结果依旧偏于安全,而新模型拟合度较高 且预测结果偏于安全。



图 8 郑西 DK351+416 拟合图

Fig. 8 Fitting curves of DK351+416 in Zhengzhou-Xi'an Railway 秦沈客用专线 DK275+920 断面处于冲积平原地

形平坦开阔,临近线路为水田,路堤中心最大填土 s 高度为 7.21 m。填方路基段位于黑鱼沟 1 号桥和 2 号 桥之间。地层自上而下依次为:表层硬塑状砂黏土, 厚 0~2.6 m;第二层为淤泥质砂黏土,厚 0~4.4 m; 第三层为松软砂黏土,软塑一流塑态,厚 0~4.6 m; 第四层,饱和中密粉细砂。沉降观测从 2000 年 3 月 16 日开始到 2001 年 7 月 1 日结束,共 16 个月沉降观 测数据。各种方法预测结果如图 9 所示。结果表明对 于高饱和地基本模型依旧可以较好地拟合且预测结果 较泊松曲线更为安全。



图 9 秦沈 DK275+920 拟合图



以上对比结果表明对于高速铁路非饱和土路基, 本模型都具有较高的拟合度且拟合结果偏于安全;而 双曲线法和三点法对于饱和度较高的秦沈客专较为适 用而对于较为干燥地区不具有适用性;泊松曲线虽然 拟合度较高但是预测结果偏于危险。

# 4 结 论

(1)从非饱和土路基沉降曲线基本特征出发,建 立非饱和土路基沉降预测模型,给出模型参数的求解 方式,分析了相关参数的特点。

(2)提出了偏差度、稳定度的概念,并将相关系数、偏差度、稳定度应用于模型精度评价。

(3)将非饱和沉降预测模型应用于工程实际得出 该模型预测结果较其它模型预测精度较高。

(4)不同的非饱和土地区非饱和沉降预测模型拟 合结果与实测值接近,相关系数较高,预测值比真实 值偏大,预测结果较安全。

#### 参考文献:

- [1] Q/CR 9230—2016 铁路工程沉降变形观测与评估技术规程
   [S]. 2016. (Q/CR 9230—2016 Observation and evaluation specification for settlement deformation of railway engineering[S]. 2016. (in Chinese))
- [2] 许兴旺,李肖伦. 湿陷性黄土地区客运专线路基沉降观测分析[J]. 岩土力学, 2010, 21(1): 233 236. (XU Xing-wang, LI Xiao-lun. An observation and analysis of passenger dedicated line subgrade in collapsible loess zone[J]. Rock and Soil Mechanics, 2010, 21(1): 233 236. (in Chinese))

- [3] 廖卫红, 王军保. MMF 模型在地基沉降预测中的应用研究
  [J]. 地下空间与工程学报, 2011, 7(4): 807 811. (LIAO Wei-hong, WANG Jun-bao. Study on application of mmf model to prediction of foundation settlement[J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering. 2011, 7(4): 807 811. (in Chinese))
- [4] 陈善雄, 王星运, 许锡昌, 等. 路基沉降预测的三点修正指数曲线法[J]. 岩土力学, 2011, 32(11): 3355 3360. (CHEN Shan-xiong, WANG Xing-yun, XU Xi-chang, et. Three-point modified exponential curve method for predicting subgrade settlements[J]. Rock and Soil Mechanics. 2011, 32(11): 3355 3360. (in Chinese))
- [5] 李 懿, 王连俊, 栾光日, 等. 高速铁路站场咽喉区复合地基的工程特性研究[J]. 铁道学报, 2014, 36(12): 93 95. (LI Yi, WANG Lian-jun, LUAN Guang-ri, et al. Research on consolidation characteristics of composite foundation in the throat area of high-speed railway station[J]. Journal of the China Rail Way Society, 2014, 36(12): 93 95. (in Chinese))
- [6] 吴立坚,郑甲佳,邓 捷. 高液限土路基的沉降变形规律
  [J]. 岩土力学, 2013, 34(增刊 2): 351 355. (WU Li-jian, ZHENG Jia-jia, DENG Jie. Settlement law of high liquid limit soil embankment[J]. Rock and Soil Mechanics, 2013, 34(S2): 351 355. (in Chinese))
- [7] 吴丽君. 高速铁路非饱和土固结压缩特性及地基加固技术 研究[D]. 成都: 西南交通大学, 2011. (WU Li-jun. Study on compressibility and consolidation of unsaturated soil and reinforced technique on high-speed railway[D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2011. (in Chinese))
- [8] 杨代泉, 沈珠江. 非饱和土一维固结简化计算[J]. 岩土工程学报, 1991(5): 70 78. (YANG Dai-quan, SHEN Zhu-jiang. Simplified computation of 1D consolidation for partially saturated soil[J]. Rock and Soil Mechanics, 1991(5): 70 78. (in Chinese))
- [9] 秦爱芳,阳柳平,孙德安,等.两种边界条件下非饱和土一 维固结特性分析[J].上海大学学报(自然科学版),2011, 17(3):314-319. (QIN Ai-fang, YANG Liu-ping, SUN De-an, et al. One-dimensional consolidation behavior of unsaturated soils under two boundary conditions[J]. Journal of Shanghai University (natural science), 2011, 17(3): 314 - 319. (in Chinese))

- [10] 陈正汉,谢定义,刘祖典. 非饱和土固结的混合物理论(I)
  [J].应用数学和力学, 1993(2): 127 137. (CHEN Zheng-han, XIE Ding-yi, LIU Zu-dian. Consolidation theory of unsaturated soil based on the theory of mixture (I) [J]. Applied Mathematics and Mechanics, 1993(2): 127 137. (in Chinese))
- [11] 陈正汉,谢定义,刘祖典. 非饱和土固结的混合物理论 (II)[J]. 应用数学和力学, 1993, 14(8): 687 - 698. (CHEN Zheng-han, XIE Ding-yi, LIU Zu-dian. Consolidation theory of unsaturated soil based on the theory of mixture (II)[J]. Applied Mathematics and Mechanics, 1993, 14(8): 687 - 698. (in Chinese))
- [12] 殷宗泽,凌华. 非饱和土一维固结简化计算[J]. 岩土工程学报, 2007, 29(5): 18-21. (YIN Zong-ze, LING Hua. Simplified computation of 1D consolidation for partially saturated soil[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2007, 29(5): 18-21. (in Chinese)))
- [13] 邹祖银, 蒋关鲁, 朱占元. 基于离心机模型试验的非饱和 土地基沉降特征分析[J]. 防灾减灾工程学报, 2014(1): 67
  72. (ZOU Zu-yin, JIANG Guan-lu, ZHU Zhan-yuan. Analysis of Unsaturated soil foundation settlement characteristics based on Centrifuge model test[J]. Journal of Disaster Prevention and Mitigation Engineering, 2014(1): 67
  72. (in Chinese))
- [14] 梅国雄, 宰金珉, 赵维炳, 等. 地基沉降 时间曲线型态 的证明及其应用[J]. 土木工程学报 2005, 38(6): 69 - 72. (MEI Guo-xiong, ZAI Jin-min, ZHAO Wei-bing, et al. Proof and application of s-shape settlement time curve for linear or nearly linear loadings[J]. China Civil Engineering Journal, 2005, 38(6): 69-72. (in Chinese))
- [15] 宰金珉,梅国雄.全过程的沉降量预测方法研究[J]. 岩土力 学 2000, 21(4): 322 - 32. (ZAI Jin-min, MEI Guo-xiong. Forecast method of settlement during the complete process of construction and operation[J]. Rock and Soil Mechanics, 2000, 21(4): 322 - 32. (in Chinese)))
- [16] 赵明华,龙 照,邹新军. 路基沉降预测的 Usher 模型应用研究[J]. 岩土力学, 2008, 29(11): 2973 2977. (ZHAO Ming-hua, LONG Zhao, ZOU Xin-jun. Prediction of roadbed settlement by Usher model[J]. Rock and Soil Mechanics, 2008, 29(11): 2973 2981. (in Chinese))