

DOI: 10.11779/CJGE201705001

一个基于细观结构的粗粒料弹塑性本构模型

刘斯宏¹, 邵东琛¹, 沈超敏¹, 王子健²

(1. 河海大学水利水电学院, 江苏 南京 210098; 2. 浙江省水利水电勘测设计院, 浙江 杭州 310002)

摘 要: 针对粗粒料的剪胀特性和强度非线性, 在经典弹塑性理论框架内, 建立了一个基于细观结构的粗粒料弹塑性本构模型。模型采用基于颗粒材料细观结构变化推导得到的屈服函数, 在此基础上由非相关联流动法则得到的剪胀方程, 结合粗粒料典型的三轴压缩试验结果, 引入一种无黏性土的压缩模式, 构造了能够统一描述粗粒料剪胀、剪缩特性的硬化参数。阐述了由常规三轴试验和等向压缩试验确定模型全部 7 个参数的方法。对 3 种粗粒料三轴压缩试验结果进行了预测, 预测结果与试验结果吻合良好, 说明模型能够合理地反映粗粒料的应力变形特性。

关键词: 粗粒料; 细观结构; 屈服函数; 剪胀性; 弹塑性本构模型

中图分类号: TU431

文献标识码: A

文章编号: 1000 - 4548(2017)05 - 0777 - 07

作者简介: 刘斯宏(1964 -), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事土石坝工程、粒状体力学及地基处理等方面的研究。

E-mail: sihongliu@hhu.edu.cn。

Microstructure-based elastoplastic constitutive model for coarse-grained materials

LIU Si-hong¹, SHAO Dong-chen¹, SHEN Chao-min¹, WANG Zi-jian²

(1. College of Water Conservancy and Hydropower Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China; 2. Zhejiang Design Institute of Water Conservancy and Hydroelectric Power, Hangzhou 310002, China)

Abstract: Considering the nonlinear characteristics of dilatancy and strength of coarse-grained materials, an elastoplastic constitutive model based on microstructures is established within the framework of classic elastoplastic theory. In the model, a yield function derived from the microstructure of granular materials is adopted, and a stress-dilatancy relationship is developed from the yield function with the non-associated flow rule. Based on the typical triaxial compression test results of coarse-grained materials, a hardening parameter is proposed by introducing a compression model for cohesionless soils, which can describe both the dilatancy and the contraction of coarse-grained materials. The proposed model has 7 parameters, which can be determined by the conventional triaxial compression tests and the isotropic compression tests. The proposed model is calibrated by modeling the triaxial compression tests on three rockfill materials. It is found that the calculated values are in good agreement with the experimental data, indicating that the proposed model can reflect the stress and deformation characteristics of coarse-grained materials reasonably.

Key words: coarse-grained material; microstructure; yield function; dilatancy; elastoplastic constitutive model

0 引 言

粗粒料由于具有压实性能好, 透水性强, 沉降变形小, 承载力高等良好的工程特性, 在土石坝工程中得到了广泛应用。国内外对其应力变形特性进行了大量的研究, 取得了丰硕的成果。试验研究表明^[1-6]: 粗粒料由于颗粒破碎的影响, 峰值强度呈现明显的非线性, 且在低围压下具有明显的剪胀性, 高围压条件下剪胀性不明显甚至消失。因此在构建粗粒料本构模型时, 应着重考虑反映粗粒料的强度非线性及剪胀特性。目前国内外学者建立的弹塑性本构模型主要有两类: 一类是在经典弹塑性理论的框架内, 由宏观试验或能

量假设得出屈服函数^[7-11], 但对屈服函数中蕴含的细观本质关注较少, 而且这类模型大多沿用剑桥模型的硬化规律; 另一类则基于广义塑性理论^[12-21], 根据试验结果进行大量试算来构造塑性模量, 大多直接采用原始或修正剑桥模型中的剪胀方程, 不能合理地反映粗粒料的剪胀特性, 而且许多模型都存在参数多, 参数确定方法复杂等问题。

本文在经典弹塑性理论的框架内, 通过下述 3 个

基金项目: 国家自然科学基金项目(51179059); 中央高校基本科研业务费项目(2015B25014)

收稿日期: 2016 - 01 - 31

方面的工作, 建立了一个适用于粗粒料的弹塑性本构模型: ①采用一种基于颗粒材料细观结构变化推导得到屈服函数, 在此基础上根据非相关联流动法则得到粗粒料剪胀方程; ②结合粗粒料典型的三轴压缩试验结果, 引入一种无黏性土的压缩模式, 构造了能够统一描述粗粒料剪胀、剪缩特性的硬化参数; ③采用随平均正应力减小的峰值内摩擦角描述粗粒料强度的非线性。

1 基于细观结构的颗粒材料屈服函数

1.1 细观结构参数 S

粗粒料等颗粒材料在加载过程中, 宏观力学特性的变化与材料细观结构的变化存在着必然的联系, 因此, 越来越多的学者对材料细观结构进行了深入的研究, 提出了多种表征颗粒细观结构的参量, 例如组构张量^[22]、综合结构势^[23]、颗粒接触角^[24]等。刘斯宏等^[25]根据离散单元法 (DEM) 数值模拟二轴压缩试验的结果, 提出了一个能够综合反映颗粒材料的力学特性与组构特征的细观结构参数 S , 其定义为颗粒接触力与颗粒接点数按颗粒接触角整理的归一化分布的累积。

颗粒接触角 α 定义为相互接触的两个颗粒的形心连线与大主应力作用面的夹角, 如图 1 所示, 以逆时针方向为正。图 2, 3 分别为根据双轴压缩试验 DEM 数值模拟结果, 按颗粒接触角统计得到的颗粒接触力分布 $F(\alpha)$ 及颗粒接点数分布 $\bar{N}(\alpha)$ 。其中, $F(\alpha)$ 为对应于颗粒接触角 α 的颗粒接触力的平均值, 表征颗粒间的受力分布; $\bar{N}(\alpha)$ 为对应颗粒接触角 α 的颗粒有接触力作用的接点数 (颗粒间相互挤压) 除以颗粒接点总数 (归一化处理), 表征颗粒的几何排布, 即骨架结构。归一化处理是为了消除试样尺寸效应对颗粒接点数分布的影响。从图中可以看出, 无论是颗粒接触力分布 $F(\alpha)$ 还是颗粒接点数分布 $\bar{N}(\alpha)$, 等向压缩状态时可以近似用圆来拟合, 呈现出各向同性的性状; 剪切状态时可以近似用椭圆来拟合, 椭圆的长轴方向为大主应力方向, 呈现出各向异性的性状。

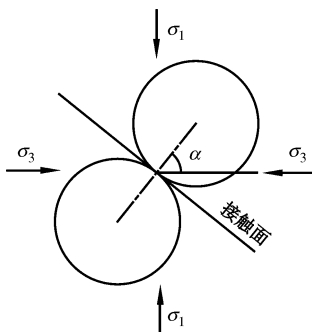


图 1 颗粒接触角 α 定义

Fig. 1 Definition of particle contact angle α

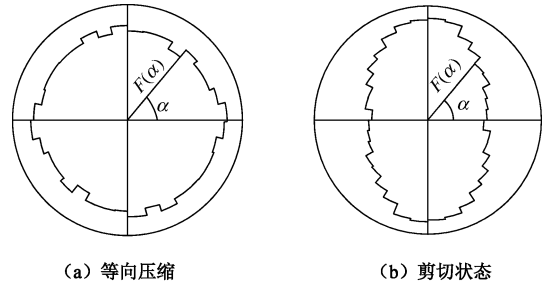


图 2 颗粒接触力按颗粒接触角 α 的统计分布图

Fig. 2 Distribution of particle contact forces statistically counted with respect to contact angles α

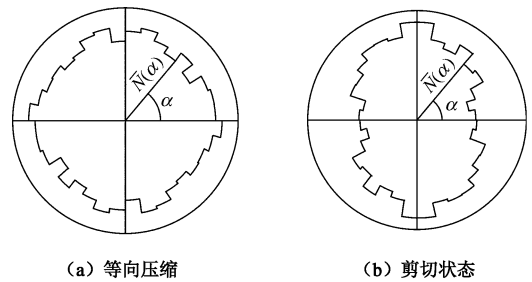


图 3 颗粒接点数按颗粒接触角 α 的归一化统计分布图

Fig. 3 Normalized distribution of particle contact points statistically counted with respect to contact angles α

为了综合考虑表征骨架结构特性的分布 $\bar{N}(\alpha)$ 与表征颗粒间受力特性的分布 $F(\alpha)$, 将这两种分布点乘, 得到了图 4 所示的 $\bar{N}(\alpha) \cdot F(\alpha)$ 分布。由图 4 可见, $\bar{N}(\alpha) \cdot F(\alpha)$ 分布特征与单独考虑颗粒接点数的分布或接触力的分布特征相似, 即: 在等向压缩状态时各向同性, 剪切过程中各向异性, 向大主应力方向集中。该分布反映颗粒的细观结构, 既考虑了颗粒材料的骨架结构特性, 又关注了颗粒间的受力特性, 是颗粒材料力链结构的综合反映。

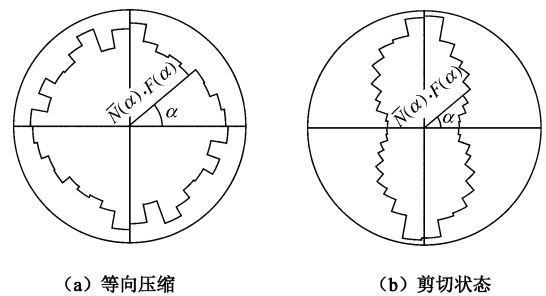


图 4 加权颗粒接触力按颗粒接触角分布图

Fig. 4 Weighted distribution of particle contact forces statistically counted with respect to contact angles α

$\bar{N}(\alpha) \cdot F(\alpha)$ 分布表示的是对应于某一应力状态颗粒接触力随着颗粒接触角 α 在 $0^\circ \sim 360^\circ$ 范围内的变化情况, 反映了该应力状态下颗粒材料的细观结构。在本构建模中, 需要用一参量来定量描述 $\bar{N}(\alpha) \cdot F(\alpha)$ 分布。为此, 对 $\bar{N}(\alpha) \cdot F(\alpha)$ 分布求模, 求模结果定义为细观结构参数 S , 即

$$S = |\bar{N}(\alpha) \cdot F(\alpha)| = \sqrt{\sum [\bar{N}(\alpha) \cdot F(\alpha)]^2} \quad (1)$$

1.2 基于细观结构参数 S 变化的屈服函数

文献[25]对图 5 所示的等向压缩、等 p 剪切、侧限压缩和等 σ_3 剪切 4 种不同应力路径下的双轴压缩试验进行了 DEM 数值模拟。图 6 为根据 DEM 数值模拟结果整理得到的细观结构参量 S 随着宏观应力的变化过程曲线。图中的 p 与 q 分别为二维情况下的球应力与偏应力。统一将细观结构参数 S 的变化与宏观应力的变化近似地用幂指数关系来拟合, 其拟合方程示于相应的图中。图中 ΔS_p 与 ΔS_q 分别指代等向压缩与等 p 剪切过程中的细观结构参数增量, 其结果由式 (1) 细观统计计算获得。

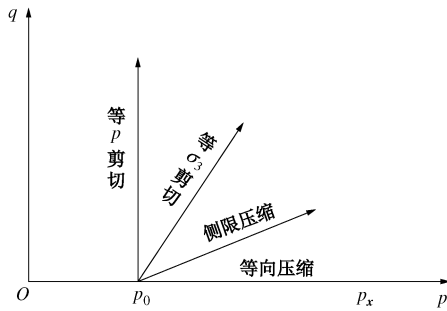
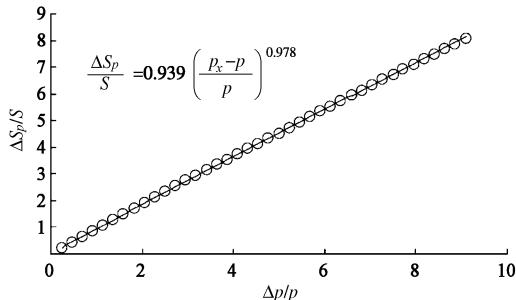
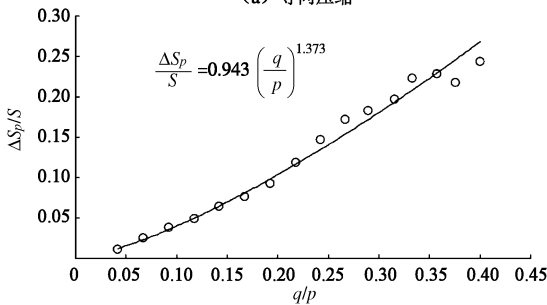


图 5 DEM 模拟的加载应力路径

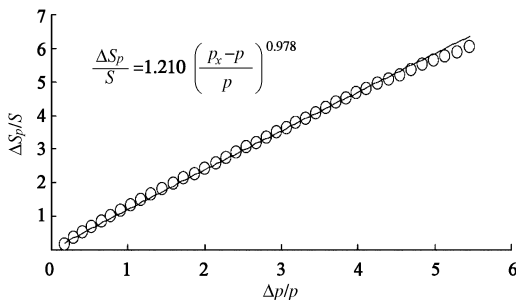
Fig. 5 Loading stress paths in DEM simulation



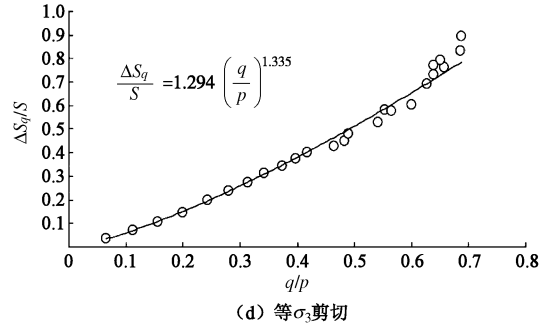
(a) 等向压缩



(b) 等 p 剪切



(c) 侧限压缩



(d) 等 σ_3 剪切

图 6 不同应力路径下细观结构参数 S 的变化与宏观应力之间的关系

Fig. 6 Change of microstructural parameter S against macro stress under different stress paths

假定同一屈服面上土体具有相同的本征变量。比如说, 剑桥模型假定同一屈服面上土体具有相同的塑性功。本文假定同一屈服面上土体的细观结构参数 S 相同, 也就是说以细观结构参数 S 作为硬化参数。基于此假定, 从同一应力状态出发, 沿着不同的应力路径到达某一新的屈服面, 其细观结构参数 S 的变化相等。例如, 假定图 5 中分别沿等向压缩路径和沿等 p 剪切路径到达新的屈服面, 其细观结构参量 S 的变化量相等, 即 $\Delta S_p = \Delta S_q$, 其表达式为

$$k_1 \left(\frac{p_x - p}{p} \right)^{n_1} = k_2 \left(\frac{q}{p} \right)^{n_2} \quad (2)$$

式中, k_1 与 n_1 分别为等向压缩过程中幂指型关系的系数与指数, k_2 与 n_2 分别为等 p 剪切过程中幂指型关系的系数与指数。对式 (2) 整理得屈服函数为

$$f = \frac{q}{p} - k \left(\frac{p_x - p}{p} \right)^n = 0 \quad (3)$$

式中, $n = n_1 / n_2, k = (k_1 / k_2)^{1/n_2}$ 。对应于图 6 的结果, $k_1 = 0.939, k_2 = 0.943, n_1 = 0.978, n_2 = 1.373, k = 0.997, n = 0.712$ 。

根据侧限压缩和等 σ_3 剪切两个应力路径, 同样能够得到式 (3) 的屈服函数。图 7 为分别由两条不同的应力路径得到的两条屈服曲线。由图 7 可知, 这两条屈服曲线相当吻合, 从而验证了以细观结构参数 S 作为硬化参数来建立屈服面的合理性。

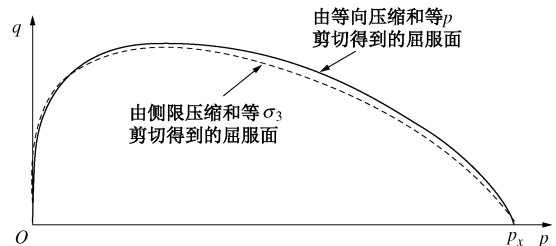


图 7 由不同应力路径得到的基于细观结构的屈服面

Fig. 7 Microstructure-based yield surfaces of granular materials from different stress paths

对屈服函数表达式(3)求导可得

$$\frac{dq}{dp} = \frac{mp^{m-1}q^{m+1} - k^{m+1}p^{2m}}{(m+1)p^m q^m} = \frac{m\eta^{m+1} - k^{m+1}}{(m+1)\eta^m} \quad (4)$$

式中, $m=1/n-1$, $\eta=q/p$ 。对于粗粒料, 不考虑其在饱和状态下的失稳路径, 因此当其应力比达到峰值时, $\eta=M_f$, $dq=0$ 。代入式(4), 可求得 $k = \sqrt[m+1]{mM_f}$ 。因此, 式(3)中参数 k 、 n 存在内在的关系, 并与粗粒料峰值强度有关。

2 粗粒料弹塑性本构模型

2.1 剪胀方程

图8为粗粒料典型的应力应变关系曲线。其主要特征为在A点体积应变从剪缩转变为剪胀, $d\varepsilon_v^p=0$, 对应的应力比 $\eta=M$ (本文称为变相应力比), 小于峰值应力比 M_f 。同时, 在A点, $d\varepsilon_d^p \neq 0$, $dq \neq 0$, 显然 $dpd\varepsilon_v^p + dqd\varepsilon_d^p \neq 0$, 即不满足正交流动法则。根据此特征, 结合式(4), 本文建议剪胀方程为

$$\frac{d\varepsilon_v^p}{d\varepsilon_d^p} = \frac{mM^{m+1} - m\eta^{m+1}}{(m+1)\eta^m} \quad (5)$$

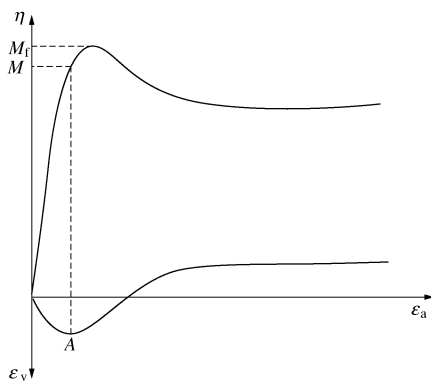


图8 粗粒料典型的应力应变关系曲线

Fig. 8 Typical stress-strain relationship of coarse-grained materials

若参数 $m=1$, 则式(5)转化为修正剑桥模型中的剪胀方程。因此, 通过调整参数 m , 式(5)可以统一描述黏土、粗粒料等不同岩土材料的剪胀特性。

2.2 硬化参数 H

将屈服函数表达式(3)写成对数形式, 可得

$$\ln \left(1 + \frac{q^n}{k^n p^n} \right) = \ln p_x - \ln p \quad (6)$$

类比剑桥模型, 令 $p_x = p_0 \exp(H)$, 式中 H 为硬化参数。则式(6)可以写为

$$f = \ln \frac{p}{p_0} + \ln \left(1 + \frac{q^n}{k^n p^n} \right) - H = 0 \quad (7)$$

由上文可知, 屈服函数表达式(3)以细观结构参数 S 为硬化参数。在宏观上, 细观结构参数 S 相当于

塑性功, 因为细观上颗粒接触力分布 $F(\alpha)$ 与颗粒接触点数分布 $\bar{N}(\alpha)$ 分别对应于宏观的应力与应变。因此宏观上硬化参数 H 可用塑性功表示:

$$H = \int dw_p = \int [\varphi_1(p, \eta) d\varepsilon_v^p + \varphi_2(p, \eta) d\varepsilon_d^p] \quad (8)$$

式中, $\varphi_1(p, \eta)$ 和 $\varphi_2(p, \eta)$ 分别为应力状态的函数。

将剪胀方程式(5)代入式(8)得

$$H = \int \left[\varphi_1(p, \eta) d\varepsilon_v^p + \varphi_2(p, \eta) \frac{(m+1)\eta^m}{mM^{m+1} - m\eta^{m+1}} d\varepsilon_v^p \right] = \int \varphi(p, \eta) d\varepsilon_v^p \quad (9)$$

将式(9)代入屈服函数的表达式(7), 求全微分得到塑性体积应变增量:

$$d\varepsilon_v^p = \frac{1}{\varphi(p, \eta)} \left(\frac{\partial f}{\partial p} dp + \frac{\partial f}{\partial q} dq \right) \quad (10)$$

将屈服函数分别对 p 、 q 求偏导数, 并代入式(10)得

$$d\varepsilon_v^p = \frac{1}{\varphi(p, \eta)} \frac{1}{p} \left(\frac{mM_f^{m+1} - m\eta^{m+1}}{mM_f^{m+1} + \eta^{m+1}} dp + \frac{(m+1)\eta^m}{mM_f^{m+1} + \eta^{m+1}} dq \right) \quad (11)$$

在等向压缩条件下, $dq=0$, $\eta=0$, 式(11)表示为

$$d\varepsilon_v^p = \frac{dp}{p} \frac{1}{\varphi(p, \eta)} \Big|_{\eta=0} \quad (12)$$

大量试验结果表明, 对于无黏性土, 等向压缩试验的体积应变 ε_v 与固结应力 p 在双对数坐标系下近似为线性关系^[26-27]。对于粗粒料, 弹性变形较小, 可以认为 $\varepsilon_v = \varepsilon_v^p$, 即有

$$\varepsilon_v^p = t \left(\frac{p}{p_a} \right)^\lambda \quad (13)$$

式中, ε_v^p 为塑性体应变, p_a 为大气压, t , λ 为参数。

对式(13)进行求导, 并与式(12)联立, 可得

$$\frac{1}{\varphi(p, \eta)} \Big|_{\eta=0} = \frac{1}{\lambda t \left(\frac{p}{p_a} \right)^\lambda} \quad (14)$$

另一方面, 当 $\eta=M$, 即达到变相应力比时, $d\varepsilon_v^p=0$, 代入式(11)得

$$\frac{1}{\varphi(p, \eta)} \Big|_{\eta=M} = 0 \quad (15)$$

在满足式(14)、(15)的条件下, 基于式(11), 通过大量试算后, 本文确定 $\varphi(p, q)$ 的表达形式为

$$\varphi(p, q) = \frac{M^{m+1}}{M_f^{m+1}} \frac{M_f^{m+1} - \eta^{m+1}}{M^{m+1} - \eta^{m+1}} \frac{1}{\lambda t \left(\frac{p}{p_a} \right)^\lambda} \quad (16)$$

最后, 将式(16)代入式(9), 得到硬化参数 H 的具体表达式为

表 1 3 种不同粗粒料的本构模型参数

Table1 Constitutive model parameters of 3 different coarse-grained materials

粗粒料	e_0	$\varphi_0 / (^\circ)$	$\Delta\varphi / (^\circ)$	$\psi_0 / (^\circ)$	$\Delta\psi / (^\circ)$	m	t	λ	κ	ν
过渡层	0.24	55.7	10.6	50.2	6.9	0.8	0.1419	0.9632	0.006	0.3
主堆石 I	0.22	51.2	9.4	44.2	4.1	0.7	0.2806	0.8644	0.002	0.3
主堆石 II	0.23	52.2	8.9	45.8	4.3	0.7	0.2275	0.8975	0.003	0.3

$$H = \frac{1}{\lambda t \left(\frac{p}{p_a}\right)^\lambda} \int \frac{M_f^{m+1} M_f^{m+1} - \eta^{m+1}}{M_f^{m+1} M_f^{m+1} - \eta^{m+1}} d\varepsilon_v^p \quad (17)$$

对式 (17) 求导得

$$d\varepsilon_v^p = \lambda t \left(\frac{p}{p_a}\right)^\lambda \frac{M_f^{m+1} M_f^{m+1} - \eta^{m+1}}{M_f^{m+1} M_f^{m+1} - \eta^{m+1}} dH \quad (18)$$

因为在加载过程中, $dH \geq 0$ 始终成立, 由式 (18) 知: 当 $\eta < M < M_f$ 时, $d\varepsilon_v^p > 0$, 土体发生剪缩; 当 $\eta = M$ 时, $d\varepsilon_v^p = 0$, 此时为剪缩到剪胀的过渡状态; 当 $M < \eta < M_f$ 时, $d\varepsilon_v^p < 0$, 土体发生剪胀; 当 $\eta = M_f$ 时, $dH = 0$, 土体达到峰值强度, 屈服面停止扩张。

2.3 弹性变形特性

粗粒料的弹性体积应变可以按 $e - \lg p$ 图中的回弹曲线计算, 由此可以确定弹性体积应变的表达式为

$$d\varepsilon_v^e = \frac{\kappa}{1 + e_0} \frac{dp}{p} \quad (19)$$

式中, κ 为 $e - \lg p$ 图中回弹直线的斜率, e_0 为初始孔隙比。

设粗粒料的泊松比为 ν , 弹性广义剪应变的表达式为

$$d\varepsilon_d^e = \frac{2}{9} \frac{1 + \nu}{1 - 2\nu} \frac{\kappa}{1 + e_0} \frac{dq}{p} \quad (20)$$

3 模型参数确定及试验验证

3.1 模型参数确定

本文建立的模型共有 $M_f, M, m, \lambda, t, \kappa, \nu$ 七个参数, 可以分为 3 组。

(1) 剪切特性参数 M_f, M, m

参数 M_f 与 M 根据粗粒料的峰值内摩擦角 φ 、临胀内摩擦角 ψ (排水剪切试验中剪缩与剪胀的转换点对应的内摩擦角) 按下式计算:

$$\left. \begin{aligned} M_f &= \frac{6 \sin \varphi}{3 - \sin \varphi} \\ M &= \frac{6 \sin \psi}{3 - \sin \psi} \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

土石坝工程中, 粗粒料的峰值内摩擦角 φ 通常与平均应力 p 有关, 即强度具有非线性特性, 可以用以下函数关系表示:

$$\varphi = \varphi_0 - \Delta\varphi \lg \left(\frac{p}{p_a}\right) \quad (22)$$

式中, φ_0 是平均应力等于一个大气压力 ($p = p_a$) 时的峰值内摩擦角, $\Delta\varphi$ 表示平均应力增加一个数量级时峰值内摩擦角降低的幅度。

与式 (22) 类似, 假定临胀内摩擦角 ψ 与平均应力 p 的关系为^[15]

$$\psi = \psi_0 - \Delta\psi \lg \left(\frac{p}{p_a}\right) \quad (23)$$

式中, ψ_0 是平均应力等于一个大气压力 ($p = p_a$) 时的临胀内摩擦角, $\Delta\psi$ 表示平均应力增加一个数量级时临胀内摩擦角降低的幅度。

根据三轴压缩试验结果, 分别以 $d\varepsilon_v^p / d\varepsilon_d^p$ 与 η 为纵、横坐标整理得到一系列试验点, 按照剪胀方程式 (5) 进行拟合, 即可确定参数 m 。

(2) 压缩特性参数 λ, t

参数 λ 和 t 根据粗粒料的等向压缩试验结果, 整理 $\varepsilon_v - (p/p_a)$ 的关系, 按式 (13) 进行拟合确定;

(3) 弹性变形参数 κ, ν

κ 为 $e - \lg p$ 回弹曲线的斜率, ν 为泊松比, 对粗粒料一般取 0.3 左右。

3.2 试验验证

为了验证本文提出的粗粒料弹塑性本构模型, 对于某混凝土面板堆石坝过渡层、主堆石 I 区、主堆石 II 区的 3 种典型粗粒料, 根据三轴压缩试验及等向压缩试验结果, 按 3.1 节所述的方法分别整理得到模型参数, 如表 1 所示。

图 9~11 为 3 种粗粒料不同围压下的三轴压缩试

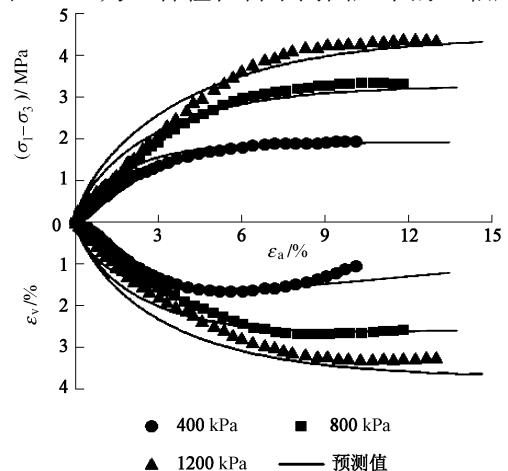


图 9 三轴压缩试验结果及模型预测结果 (过渡层堆石料)
Fig. 9 Triaxial compression test results vs. model predictions (Rockfill in transitional area)

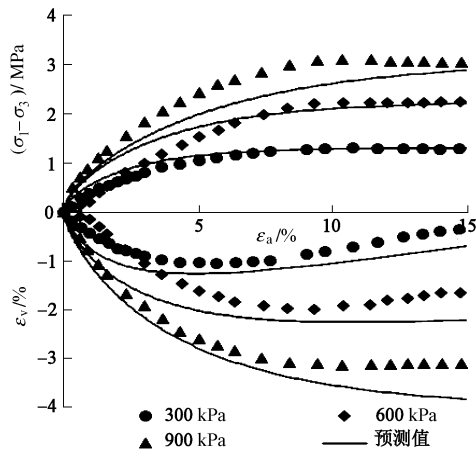


图 10 三轴压缩试验结果及模型预测结果 (主堆石料 I)

Fig. 10 Triaxial compression test results vs. model predictions (main rockfill I)

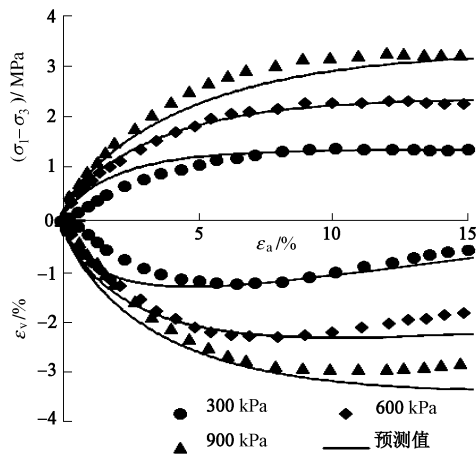


图 11 三轴压缩试验结果及模型预测结果 (主堆石料 II)

Fig. 11 Triaxial compression test results vs. model predictions (main rockfill II)

验结果与模型预测结果的对比。可以看出,模型预测结果与试验结果吻合较好,较好地反映了粗粒料在低围压下剪胀、高围压下剪缩的特性,从而验证了本文模型的合理性。

4 结 语

本文针对粗粒料剪胀性与强度非线性两个主要特性,在经典弹塑性理论框架内,基于细观结构建立了一个粗粒料的弹塑性本构模型。模型采用一种基于材料细观结构参数 S 变化推导得到的颗粒材料屈服函数,在此基础上由非相关关联流动法则得到了粗粒料的剪胀方程,结合粗粒料典型的三轴压缩试验结果,引入一种无黏性土的压缩模式,构造了能够统一描述粗粒料剪胀、剪缩特性的硬化参数 H ,采用随平均应力增加而减小的峰值内摩擦角描述粗粒料的强度非线性。模型共有 7 个参数,可通过常规三轴试验和等向压缩试验确定。

用本文模型对 3 种不同粗粒料的三轴压缩试验进

行了预测,模型预测结果与试验结果吻合良好,表明本文模型能够合理地反映粗粒料的应力变形特性,同时也验证了由细观结构变化推导得到的颗粒材料屈服函数的合理性。

颗粒破碎也是粗粒材料的一个重要的特性,本文模型尚未考虑,值得进一步研究。

致 谢: 本文模型在构建过程中受得到北京航空航天大学姚仰平教授的帮助,特此表示衷心的感谢!

参考文献:

- [1] 秦红玉, 刘汉龙, 高玉峰, 等. 粗粒料强度和变形的大型三轴试验研究[J]. 岩土力学, 2004, 25(10): 1575 - 1580. (QIN Hong-yu, LIU Han-long, GAO Yu-feng, et al. Research on strength and deformation behavior of coarse aggregates based on large-scale triaxial tests[J]. Rock and Soil Mechanics, 2004, 25(10): 1575 - 1580. (in Chinese))
- [2] 刘汉龙, 秦红玉, 高玉峰, 等. 堆石粗粒料颗粒破碎试验研究[J]. 岩土力学, 2005, 26(4): 562 - 566. (LIU Han-long, QIN Hong-yu, GAO Yu-feng, et al. Experimental study on particle breakage of rockfill and coarse aggregates[J]. Rock and Soil Mechanics, 2005, 26(4): 562 - 566. (in Chinese))
- [3] 程展林, 丁红顺, 吴良平. 粗粒土试验研究[J]. 岩土工程学报, 2007, 29(8): 1151 - 1158. (CHENG Zhan-lin, DING Hong-shun, WU Liang-ping. Experimental study on mechanical behaviour of granular material[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2007, 29(8): 1151 - 1158. (in Chinese))
- [4] 杨光, 孙逊, 于玉贞, 等. 不同应力路径下粗粒料力学特性试验研究[J]. 岩土力学, 2010, 31(4): 1118 - 1122. (YANG Guang, SUN Xun, YU Yu-zhen, et al. Experimental study of mechanical behavior of a coarse-grained material under various stress paths[J]. Rock and Soil Mechanics, 2010, 31(4): 1118 - 1122. (in Chinese))
- [5] 丁树云, 蔡正银, 凌华. 堆石料的强度与变形特性及临界状态研究[J]. 岩土工程学报, 2010, 32(2): 248 - 252. (DING Shu-yun, CAI Zheng-yin, LING Hua. Strength and deformation characteristics and critical state of rock fill[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2010, 32(2): 248 - 252. (in Chinese))
- [6] 陈生水, 韩华强, 傅华. 循环荷载作用下堆石料应力变形特性研究[J]. 岩土工程学报, 2010, 32(8): 1151 - 1157. (CHENG Sheng-shui, HAN Hua-qiang, FU Hua. Stress and deformation behaviors of rockfill under cyclic loadings[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2010, 32(8): 1151 - 1157. (in Chinese))

- [7] ROSCOE K H, SCHOFIELD A N, THURAIRAJAH A. Yielding of clays in states wetter than critical[J]. *Géotechnique*, 1963, **8**(2): 22 - 53.
- [8] ROSCOE K H, BURLAND J B. On the generalized stress-strain behaviour of wet clay[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1968: 535-609.
- [9] 姚仰平, 侯伟, 罗汀. 土的统一硬化模型[J]. *岩石力学与工程学报*, 2009, **28**(10): 2135 - 2151. (YAO Yang-ping, HOU Wei, LUO Ting. Unified hardening model for soils[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2009, **28**(10): 2135 - 2151. (in Chinese))
- [10] 刘萌成, 高玉峰, 黄晓明. 考虑强度非线性的堆石料弹塑性本构模型研究[J]. *岩土工程学报*, 2005, **27**(3): 294 - 298. (LIU Meng-cheng, GAO Yu-feng, HUANG Xiao-ming. Study on elasto-plastic constitutive model of rockfills with nonlinear strength characteristics[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2005, **27**(3): 294 - 298. (in Chinese))
- [11] 孙海忠, 黄茂松. 考虑颗粒破碎的粗粒土临界状态弹塑性本构模型[J]. *岩土工程学报*, 2010, **32**(8): 1284 - 1290. (SUN Hai-zhong, HUANG Mao-song. Critical state elasto-plastic model for coarse granular aggregates incorporating particle breakage[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2010, **32**(8): 1284 - 1290. (in Chinese))
- [12] ZIENKIEWICZ O C. Generalized plasticity and some models for geomechanics[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 1982, **3**(3): 303 - 318.
- [13] PASTOR M. A generalized plasticity model for anisotropic behavior of sand[J]. *Computer Methods and Advances in Geomechanics*, 1991, **1**: 661 - 668.
- [14] PASTOR M, ZIENKIEWICZ O C, CHAN A H C. Generalized plasticity and the modelling of soil behavior[J]. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 1990, **14**(3): 151 - 190.
- [15] 陈生水, 傅中志, 韩华强, 等. 一个考虑颗粒破碎的堆石料弹塑性本构模型[J]. *岩土工程学报*, 2011, **33**(10): 1489 - 1496. (CHENG Sheng-shui, FU Zhong-zhi, HAN Hua-qiang, et al. An elastoplastic model for rockfill materials considering particle breakage[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2011, **33**(10): 1489 - 1496. (in Chinese))
- [16] 朱晟, 魏匡民, 林道通. 筑坝土石料的统一广义塑性本构模型[J]. *岩土工程学报*, 2014, **36**(8): 1394 - 1399. (ZHU Sheng, WEI Kuang-min, LIN Dao-tong. Generalized plasticity model for soil and coarse-grained dam materials[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2014, **36**(8): 1394 - 1399. (in Chinese))
- [17] YAO Y P, HOU W, ZHOU A N. UH model: three-dimensional unified hardening model for overconsolidated clays[J]. *Géotechnique*, 2009, **59**(5): 451 - 469.
- [18] YAO Y P, SUN D A, MATSUOKA H. A unified constitutive model for both clay and sand with hardening parameter independent on stress path[J]. *Computers and Geotechnics*, 2008, **35**(2): 210 - 222.
- [19] YAO Y P, YAMAMOTO H, WANG N D. Constitutive model considering sand crushing[J]. *Soils and Foundations*, 2008, **48**(4): 603 - 608.
- [20] YAO Y P, SUN D A, LUO T. A critical state model for sands dependent on stress and density[J]. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 2004, **28**: 323 - 337.
- [21] 姚仰平. UH模型系列研究[J]. *岩土工程学报*, 2015, **37**(2): 193 - 217. (YAO Yang-ping. Advanced UH models for soils[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2015, **37**(2): 193 - 217. (in Chinese))
- [22] SATAKE M. Fabric tensor in granular materials[C]// IUTAM Conference on Deformation and Flow of Granular Materials, 1982: 63 - 68.
- [23] 谢定义, 齐吉琳. 土结构性及其定量化研究的新途径[J]. *岩土工程学报*, 1999, **21**(6): 651 - 656. (XIE Ding-yi, QI Ji-lin. Soil structure characteristics and new approach in research on its quantitative parameter[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 1999, **21**(6): 651 - 656. (in Chinese))
- [24] 刘斯宏, 姚仰平, 孙其诚, 等. 基于细观结构的颗粒介质应力应变关系研究[J]. *科学通报*, 2009, **54**(11): 1496 - 1503. (LIU Si-hong, YAO Yang-ping, SUN Qi-cheng, et al. Microscopic study on stress-strain relation of granular materials[J]. *Chinese Science Bulletin*, 2009, **54**(11): 1496 - 1503. (in Chinese))
- [25] LIU Si-hong, WANG Zi-jian, WANG Yi-shu, et al. A yield function for granular materials based on microstructures[J]. *Engineering Computations*, 2015, **32**(4): 1006 - 1024.
- [26] 沈珠江. 土的三重屈服面应力应变模式[J]. *固体力学学报*, 1984, **5**(2): 163 - 174. (SHEN Zhu-jiang. A stress strain model for soils with three yield surfaces[J]. *Acta Mechanica Solida Sinica*, 1984, **5**(2): 163 - 174. (in Chinese))
- [27] YASUFUKU N, MURATA H, HYODO M, et al. A stress-strain relationship for anisotropically consolidated sand over a wide stress region[J]. *Soils and Foundations*, 1991, **31**(4): 75 - 92.