DOI: 10.11779/CJGE2016S2016

重构裂隙网络定量描述方法及各向异性特征研究

谢 晶^{1,2}, 高明忠^{*1,2}, 张 茹^{1,2}, 金文城^{1,2}, 李圣伟^{1,2}, 谭 强^{1,2}

(1. 四川大学水利水电学院水力学与山区河流开发保护国家重点实验室,四川 成都 610065; 2. 四川大学能源工程安全与灾害力学教育部 重点实验室,四川 成都 610065)

摘 要:错综复杂的裂隙网络为岩体渗流提供了主要通道。定量角度表征裂隙网络各向异性特征是裂隙岩体渗流研究 的重要基础工作。基于离散裂隙网络重构技术,依托 RJNS^{3D}三维裂隙网络重构平台,探讨了离散裂隙网络有效定量描 述指标,采用测窗法定量研究了离散裂隙网络的各向异性特征。研究结果表明:裂隙密度、裂隙分维、CI 值以及相对 无量纲密度四个指标能够较好地定量描述裂隙网络的无序性和连通性; 当测窗垂直于具有裂隙平均产状的平面时,易 于形成复杂程度较高、连通程度较好的裂隙网络,其定量描述指标明显高于其它方向,呈现出明显的各向异性特征; 相对各指标平均值而言,二维裂隙密度差异性系数达到 0.111~0.493,裂隙分维差异性系数达到 0.015~0.072, CI 值差 异性系数达到 0.007~0.180,相对无量纲密度差异性系数达到 0.008~0.724;以往用裂隙分维这一单定量指标描述裂隙 网络各向异性特征有所欠缺,选取多指标或者选取差异性最为明显的相对无量纲密度较为合理。工程应用分析表明, 裂隙网络重构技术和测窗法的运用能够实现裂隙网络各向异性特征的定量描述,为裂隙岩体渗流特征研究奠定基础。 **关键词:** DFN 重构技术; RJNS^{3D}; 定量描述;各向异性

中图分类号: TU45 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000 - 4548(2016)S2 - 0098 - 06 **作者简介:** 谢 晶(1991 -), 男, 博士研究生, 主要从事岩土工程与岩石力学等方面研究。E-mail: xiejing200655@163.com。

Quantitative description methods and anisotropic characteristics of reconstructed DFN model

XIE Jing^{1, 2}, GAO Ming-zhong^{1, 2}, ZHANG Ru^{1, 2}, JIN Wen-cheng^{1, 2}, LI Sheng-wei^{1, 2}, TAN Qiang (1. State Key Laboratory of Hydraulics and Mountain River Engineering, College of Water Resource & Hydropower, Sichuan University, Chengdu 610065, China; 2. Key Laboratory of Energy Engineering Safety and Mechanics on Disaster (Sichuan University), Ministry of

Education, Chengdu 610065, China)

Abstract: The complex fracture network of rock mass provides the main paths for fluid transportation. The research on the anisotropic characteristics of fracture network from a quantitative way is an important and fundamental subject. Based on the statistical reconstruction of discrete fracture network and RJNS^{3D}, the quantitative description and anisotropic characteristics of fracture network are studied. The results show that: (1) The fracture density, fractal dimension, connectivity index and the relative dimensionless fracture density can quantitatively describe the randomness and connectivity of fracture network. (2) When the measuring window is perpendicular to the average orientation of fractures, a fracture network with a good connectivity can be generated and its quantitative indicates are obviously higher than other directions. (3) Compared with the average values of each index, the difference coefficient of the four indies reaches 0.111~0.493, 0.015~0.072, 0.007~0.180 and 0.008~0.724, respectively. (4) The fractal dimension is not the best index for the description of anisotropic characteristics, and choosing the multi-indicators or the relative dimensionless fracture density can be a good choice. The analysis results of the engineering application show that the method of the DFN reconstruction and measuring window can achieve the quantitative description of the anisotropic characteristics of fracture network. And it may provide some foundations for the study on the percolation characteristics of fractured rock mass.

Key words: DFN reconstruction method; RJNS^{3D}; quantitative description; anisotropic characteristic

0 引 言

目前,"三高(高温、高地应力、高渗透压)"环 境下能源工程涉及的问题,已经受到工程界和学术界 基金项目:国家重点研发计划(2016YFC0600701) 收稿日期:2016-05-19 *通讯作者(E-mail:gmzh@scu.edu.cn) 的广泛关注。对于水利水电工程而言,在大坝蓄水期 以及长期运行过程中裂隙岩体渗流特征是工程安全的 主要影响因素之一,如1959年法国的 Malpasset 拱坝 溃坝,1963年意大利的 Vajont 拱坝近坝库岸岩体大滑 坡,1976年美国 Teton 土坝溃决等安全事故,裂隙岩 体渗流是关键诱发因素之一^[1]。而对于油气等流相资 源工程而言,非常规天然气资源和石油资源开采与裂 隙岩体的渗流特性有着密切关系。展开裂隙岩体渗透 特征的研究对于能源工程的安全运行和高效产出显得 至关重要。然而需要指出的是,岩土工程科学的研究 对象往往是岩体,岩体可以看成是由结构面所包围的 结构体和结构面共同组成的^[2]。错综复杂的裂隙网络 正是岩体渗流的主要载体和通道,因此,在研究裂隙 岩体渗透特性之前,如何从定量角度对岩体裂隙网络 的性质进行描述值得探究。

实际工程中岩体内部的采动裂隙的空间几何分 布形态难以获取,统计节理模型和裂隙网络重构技术 的提出,为工程岩体的力学行为研究及其渗流特性研 究提供了新的思路。基于露头上不连续面具有相同迹 长的特征,Baecher^[3]提出了圆盘节理模型。Warburton^[4] 从体视学角度出发,提出了节理 Poisson 圆盘模型。 张国强等^[5-6]采用节理 Poisson 圆盘模型,对节理网络 模拟中三大基础性问题进行了研究,包括岩体结构均 质区、迹长分布的获取和 Poisson 圆盘直径分布的推 断,从理论上完善了节理网络参数推断的方法和重构 的流程。Jin^[7]基于 Poisson 相似椭圆裂隙模型(椭圆 长轴与短轴之比为常数),推导了椭圆裂隙特征尺寸分 布解析解,并利用钻孔窥视技术统计重构了岩体的裂 隙网络。

离散裂隙网络(DFN)重构只是实现岩体内部裂隙体结构的可视化,仍不能对裂隙网络的性质进行定量描述。目前,定量描述裂隙网络特性时,分形几何理论的应用最为广泛。例如,易顺民等^[8-9]基于分形几何理论对裂隙网络或裂隙结构的分形特征进行了研究。陈剑平等^[10]通过计算机模拟手段实现了岩体裂隙网络的模拟,并研究了裂隙网络模型的分形特征。分形几何理论能够较好地描述岩体裂隙网络的复杂性和无序性,但不能直接反映裂隙网络的连通特性。Jafari^[11]针对二维裂隙网络,考虑裂隙网络的分维、交

叉点数量以及连通率,并建立了以上所有参数与等效 渗透率的定量关系。此外 Jafari^[12]基于逾渗原理,重 点考察无量纲裂隙密度和裂隙网络分维,研究了不同 裂隙密度下的等效渗透率与无量纲裂隙密度的定量关 系。然而,针对三维重构裂隙网络,仍缺乏裂隙网络 各向异性特征定量描述的系统研究。基于课题组 RJNS^{3D}三维裂隙网络重构平台,选用合适的裂隙网络 定量描述指标,结合测窗法对三维离散裂隙网络的各 向异性特征进行了研究,为裂隙岩体渗流特征研究奠 定了基础。

1 DFN 重构技术

众所周知,真实岩体裂隙网络空间分布特征尚处 于"黑箱"或者"灰箱"的状态,目前学术界主要通 过岩体露头^[6]或钻孔窥视^[7]等统计手段来探寻局部区 域裂隙发育规律。基于有限的裂隙统计数据进行裂隙 网络重构,是实现裂隙网络相关研究可视化的重要途 径。本文在张国强^[6]提出的岩体节理网络模拟工具箱 (Rock Mass Joint Network Simulation 3D)RJNS^{3D}的基 础上,考虑相似椭圆型的裂隙形状,建立了均质区内 岩体结构的三维裂隙网络模型。RJNS^{3D}工具箱采用 Monte Carlo 方法,借助 MATLAB 提供的图形接口, 能够实现不同尺度下的单组或多组节理的可视化,完 成测窗展示、分维计算、测窗裂隙交线坐标计算等功 能。离散裂隙网络重构模型基本参数见表 1,三维裂 隙网络模型见图 1,裂隙产状分布采用 Fisher 分布, 其系数为9。



图 1 三维裂隙网络模型示意图

Fig. 1 Schematic view of 3D fracture network

| 表 1 | 离散裂隙网络重构及测窗基本参数 |
|-----|-----------------|
| | |

| Table 1 Basic parameters of discrete fracture network reconstruction and measuring window | | | | | | | | | | |
|---|----------|-------|-------|-------|----------|-------|-------------|----------------|--|--|
| 控制 | 模拟区域 | 裂隙 | 直径 | 裂隙平均 | 体积 密度 | 测窗 | 测窗 | 覆盖网格 | | |
| 参数 | 长×宽×高 | 长短轴之比 | 正态分布均 | 倾向/倾角 | | 半长×半宽 | 倾向/倾角 | | | |
| | /m | | 值/标准差 | /(°) | | /m | /(°) | 迟天/m | | |
| 大小 | 40×40×20 | 2 | 25/1 | 135/0 | 0.015 | 16×8 | 135/(0~180) | 4,2,1,0.5,0.25 | | |

2 DFN 定量描述指标

DFN 定量描述指标有多种,大致可以分为数学指标和物理指标。数学指标包括裂隙数量、裂隙迹长以及裂隙密度等,该类指标大多只是从数学统计意义上进行定量描述,较为常规。物理指标主要包括裂隙分维、CI 值以及相对无量纲密度等,该类指标从裂隙网络交错纵横的性质出发,重点描述裂隙网络分布的无序性和连通性。由于裂隙密度和相对无量纲密度已经考虑了裂隙数量和裂隙迹长的因素,因此选取裂隙密度、裂隙分维、CI 值和相对无量纲密度四类指标对裂隙网络重构模型进行定量描述。

2.1 裂隙密度

裂隙密度包括一维线密度 ρ_{10} 、二维面密度 ρ_{20} 以 及三维体积密度 ρ_{30} 。一维线密度为单位测线上与裂 隙交切的个数,二维面密度为单位面积内的裂隙数量, 三维体积密度为单位体积内裂隙中心点的数量,其表 达式记作

$$\rho_{i0} = \frac{N_i}{\lambda_i} \qquad (i = 1, 2, 3) \quad , \qquad (1)$$

式中, N_i 为裂隙数量, λ_i 为一维测线长度、二维测窗 面积或三维测芯体积。

2.2 裂隙分维

裂隙分形维数常被作为定量描述裂隙网络无序无 规则分布现象的特征量,简称裂隙分维。裂隙分维可 以直接量化裂隙网络的复杂程度^[10]。裂隙分维越大, 表明裂隙网络越发育,裂隙网络的空间分布特征越复 杂,其所表征的岩体越破碎。

裂隙分维计算常采用网格覆盖法,即用一系列不同大小的正方形 (*r×r*)或正方体网格 (*r×r×r*)去覆盖测窗内或测芯内的裂隙,获得不同大小网格覆盖裂隙网络的总数量 *N*(*r*),两者关系可以表示为

$$N(r) \sim r^{-D} \quad , \tag{2}$$

式中, D 为裂隙分维,即为双对数坐标系中由 lnN(r) -ln(r)拟合的直线的斜率。裂隙分维的计算已经可以 在 RJNS^{3D}工具箱中实现,测窗法计算裂隙分维的过 程如图 2 所示。

2.3 CI值

裂隙分维是总体上反映裂隙网络的复杂程度,但 并没有直接反映裂隙体之间的交叉、连通特征。CI

(Connectivity Index)值为研究二维区域内平均每条 裂隙对应的交叉点个数^[11],可以较为直接地反映裂隙 网络的连通情况,记作

$$CI = \frac{M_{\underline{\mathcal{R}}\underline{\mathbb{X}}\underline{\mathbb{A}}}}{N} \quad , \tag{3}$$

式中, M _{交叉点}为研究区域内交叉点的数量, N 为研究

区域内裂隙的条数。



图 2 RJNS^{3D}工具箱中测窗法计算裂隙分维示意 Fig. 2 Schematic view of FD calculation in RJNS^{3D}

2.4 相对无量纲密度

相对无量纲密度主要是借鉴于逾渗理论。对于较 为复杂的地质几何体,逾渗理论是一种实际并且普遍的 数学工具来描述连通特性、传导特性以及渗透特性^[13]。 裂隙网络有效渗透率与逾渗性质存在如下关系

$$K_{\rm eff} \propto (p - p_{\rm c})^{\mu}$$
 , (4)

式中, *K*_{eff}为有效渗透率, *μ* 为系数, *p* 和 *p*_c 为逾渗概 率和逾渗阈值, 只有当逾渗概率超过逾渗阈值才能产 生逾渗。Jafari 等^[12]指出运用逾渗理论来描述裂隙网 络连通特性的关键在于寻找描述逾渗概率的等效变 量, 结合"排除面积"概念的无量纲裂隙密度即为合 适的等效变量。其中排除面积的计算表达式如下

$$A_{\rm ex} = \frac{2}{\pi} l^2 \quad , \tag{5}$$

式中, *A*_{ex}为排除面积, *l* 为裂隙迹长(本裂隙重构模型,由于裂隙迹长是变量,则采用研究区域内的平均迹长)。无量纲密度即为

$$\rho_{20}' = \rho_{20} A_{\rm ex}$$
 (6)

考虑无量纲密度逾渗阈值 ρ'_{20-c} ,则相对无量纲裂隙密度为 $\rho'_{20} - \rho'_{20-c}$,前人研究表明对于二维裂隙网络,无量纲密度逾渗阈值为 $3.6^{[12]}$ 。

3 DFN 各向异性特征

为研究 DFN 各向异性特征,在重构的 DFN 三维 模型中,通过调整测窗倾角(0°~180°,间隔 15°, 如图 3 所示)旋转测窗,当测窗倾角为 0°时则平行 于具有裂隙平均产状的平面,当测窗倾角为 90°时则 垂直于具有裂隙平均产状的平面。从而对三维裂隙体 各个方向上的裂隙展布有较为直观的认识,并计算各 测窗内的裂隙分维、裂隙数量、交叉点数量以及裂隙 迹长等重要参数,结合前文提及的四类裂隙网络定量 描述指标对 DFN 各向异性特征进行研究。统计计算结 果如图 4~7 所示。



图 3 DFN 模型内测窗旋转示意

Fig. 3 Schematic view of measuring window rotation in DFN model



图 4 二维裂隙密度各向异性特征

Fig. 4 Anisotropic characteristics of fracture density



图 5 裂隙分维各向异性特征











fracture density

计算结果表明,除裂隙分维外,其余二维裂隙密 度、CI 值以及相对无量纲裂隙密度均呈现出明显的各 向异性特征。裂隙分维与其平均值较为接近,差异性 并不是十分明显, 当测窗产状垂直于具有裂隙平均产 状的平面时,裂隙分维要略高于其他方向。而对于二 维裂隙密度和相对无量纲密度,则呈现出一明显规律: 当测窗与具有裂隙平均产状平面的夹角越大,定量描 述指标越高,当测窗与具有裂隙平均产状平面垂直时 指标数值达到最大。由于裂隙网络重构的随机性,CI 值呈现出一定的随机性,但也基本满足上述特征。产 生这一现象的原因在于, 当测窗平行于具有裂隙平均 产状的平面时,裂隙体与测窗相交的机率最低,测窗 内产生的二维裂隙网络复杂程度、连通程度相对较低, 而当测窗垂直于具有裂隙平均产状的平面时,测窗内 极大可能地构成复杂程度较高、连通特性较好的裂隙 网络, 各定量描述指标从而达到最大值。

相对各指标平均值而言,二维裂隙密度差异性系数达到 0.111~0.493,裂隙分维差异性系数达到 0.015~0.072,CI 值差异性系数达到 0.007~0.180,相对无量纲密度差异性系数达到 0.008~0.724。裂隙分维差异性系数要明显低于其它三类指标。为全方位定量描述裂隙网络的性质,以往只用裂隙分维这一单定量描述指标显然有所欠缺,仍需考虑与裂隙网络连通性联系较为紧密的 CI 值和相对无量纲密度定量指标。综合各指标的差异性系数,选取差异性最为明显的相对无量纲密度作为重构裂隙网络各向异性特征描述的定量指标较为合理。

对于水利水电工程而言,在高渗透压作用下,对 涉及区域裂隙岩体渗流特性的掌控是十分关键的,例 如坝址选取、坝基防渗、地下洞室围岩防渗以及库区 边坡稳定等等。对于油气工程而言,岩体裂隙网络的 空间发育程度和连通特性直接决定着油气资源获取的 难易程度。从计算结果不难推断出垂直于具有裂隙平 均产状平面的方向是裂隙较为发育、连通特性较好、 岩体较为破碎的,为裂隙岩体渗流提供了主要的通道。 因此,在进行水利水电工程防渗处理时,应用上述分 析结果,应尽量重点选取垂直于具有裂隙平均产状平 面的方向,从而提升防渗措施的合理性和有效性。而 在进行油气工程抽采孔(井)布置时,应尽量选择垂 直于具有裂隙平均产状平面(或具有较高连通程度的 测窗平面)的邻近方向,从而尽可能提升油气资源抽 采效率。

4 工程应用分析

为了应用该种分析方法,利用前人研究成果[7], 即某矿区工作面前方岩体离散裂隙网络重构模型(图 8),结合测窗法和定量描述指标对该裂隙网络的连通 特性展开分析并应用。图 8 中 ABCD 平行于采面, ADEF 平行于巷道走向, ABHF 平行于巷道底板。该 模型模拟尺寸为 120 m×30 m×20 m, 裂隙轴比为 2, 旋转角为163°,裂隙产状为(266.085°/50.175°), 三维裂隙密度为 0.0378, 直径分布均值和标准差调整 为(15/1)。以上离散裂隙网络基本控制参数均为基于 现场钻孔裂隙窥视试验的统计分析或者数学推导的结 果。本次分析采用 3 个代表性测窗, 分别为平行于 ABCD 的测窗、平行于 ADEF 的测窗、平行于 ABHF 的测窗,测窗以模型中心点为中心,测窗尺寸为 30m ×15m。根据前文分析结果,选取各向异性特征较为 明显的裂隙密度和相对无量纲密度两个定量描述指标 进行计算分析。结果表明,3个代表性测窗计算结果 存在明显的差异性,不同定量描述指标的分布规律也 存在差异(图9)。





Fig. 8 Reconstructed fracture network in front of mining face at one coal mine^[7]

对于裂隙密度而言,平行于 ABHF 的测窗要高于 其余两个测窗。对于相对无量纲密度而言,平行于 ADEF 的测窗要明显高于其余两个测窗。可以看出, 运用单一指标描述裂隙网络的空间分布特征和连通特 性有所欠妥。综合两个定量指标计算结果,认为平行 于巷道走向方向的测窗有复杂程度较高、连通性较好 的裂隙网络。众所周知,煤层开采中瓦斯抽采是防治 煤与瓦斯突出和充分利用煤层气资源的重要手段,其 中如何合理布置抽采钻孔显得至关重要。基于以上初 步分析结果,该煤层瓦斯抽采钻孔应尽量偏向巷道走 向布置,从而提升抽采效率。



Fig. 9 Calculated results of representative measuring windows

需要指出的是:第一,虽然结合 DFN 重构技术和 测窗法,采用该4个定量描述指标能够较好地描述裂 隙网络各方向的发育规律以及连通特性,但对于三维 裂隙网络渗流的各向异性特征的直接定量描述,还有 待进一步研究,本方法仅仅提供一种初步的、简化的 分析思路。第二,工程岩体远比离散裂隙网络模型复 杂得多,目前离散裂隙网络均考虑裂隙内部无填充介 质,而工程岩体裂隙中往往有填充介质,岩体基质、 裂隙体、充填体相互作用极其复杂,这将一定程度上 影响岩体的强度和渗透性,考虑充填介质的裂隙网络 定量评价还有待深入研究,如裂隙网络中考虑充填体 结构效应、阻塞效应等方面的研究是十分必要的。

5 结论与建议

(1)裂隙密度、裂隙分维、CI 值以及相对无量 纲密度四个定量指标能够较好地描述裂隙网络空间 发育的无序性与连通性。

(2)测窗法的运用能够较好地展示三维离散裂隙网络空间分布的各向异性特征。计算结果表明当测窗垂直于具有裂隙平均产状的平面时,形成了复杂程度较高、连通性较好的裂隙网络,各定量指标要明显高于其他方向。

(3)通过旋转测窗,改变测窗与具有裂隙平均 产状平面的角度,测窗与空间裂隙交切而成的二维裂 隙网络呈现出明显的各向异性特征。相对各指标平均 值而言,其二维裂隙密度差异性系数达到 0.111~ 0.493,裂隙分维差异性系数达到 0.015~0.072,CI 值差异性系数达到 0.007~0.180, 相对无量纲密度差 异性系数达到 0.008~0.724。

(4)综合各指标的差异性系数,以往只用裂隙 分维这一单定量描述指标有所欠缺,仍需考虑与裂隙 网络连通性联系较为紧密的 CI 值和相对无量纲密度。 选取差异性最为明显的相对无量纲密度作为重构裂 隙网络各向异性特征描述的定量指标较为合理。

(5) 裂隙网络的定量描述及各向异性特征研究 是了解裂隙岩体渗流特性的重要基础工作之一。本文 采用的定量描述指标和各向异性特征研究方法能够 在一定程度上为实际工程岩体渗流规律研究、防渗措 施制定、抽采方案等方面提供参考。

参考文献:

- 张有天.从岩石水力学观点看几个重大工程事故[J].水利 学报, 2003(5): 1 - 10. (ZHANG You-tian. Analysis on several catastrophic failures of hydraulic projects in view of rock hydraulics[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2003(5): 1 - 10. (in Chinese))
- [2] 王良奎,陈剑平,卢 波. 样本窗口中不连续面体积密度的评价与应用[J]. 煤田地质与勘探, 2002, 30(3): 42 44.
 (WANG Liang-kui, CHEN Jian-ping, LU Bo. Estimation and application of volume density of discontinuities in sampling window[J]. Coal Geology and Exploration, 2002, 30(3): 42 44. (in Chinese))
- [3] BAECHER G B, LANNEY N A. Trace length biases in Joint surveys[C]// Proceedings of the 19th U S Symposium on Rock Mechanics, 1978: 56 - 65.
- [4] WARBURTON P M. A stereological interpretation of joint trace data[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and Geomechanics, 1980, 17(4): 181 - 190.
- [5] 张国强,费文平,张 茹,等.节理 Poisson 圆盘模型直径 分布推断的解析方法[J]. 岩土力学, 2011, 32(4): 1149 -1156. (ZHANG Guo-qiang, FEI Wen-ping, ZHANG Ru, et al. Analytical method for estimating diameter distribution of Poisson disc joint model[J]. Rock and Soil Mechanics, 2011,

32(4): 1149 - 1156. (in Chinese))

- [6] 张国强. 基于 Poisson 圆盘模型的节理网络参数推断研究
 [D]. 成都:四川大学, 2011. (ZHANG Guo-qiang. Research on parameter estimations of joint network modeling using the poisson disc[D]. Chengdu: Sichuan University, 2011. (in Chinese))
- [7] JIN W, GAO M, YU B, et al. Elliptical fracture network modeling with validation in Datong Mine, China[J]. Environmental Earth Sciences, 2015, 73(11): 7089 - 7101.
- [8] 易顺民,黎志恒,张延中.膨胀土裂隙结构的分形特征及 其意义[J]. 岩土工程学报, 1999, 21(3): 294–298. (YI Shun-min, LI Zhi-heng, ZHANG Yan-zhong. The fractal characteristics of fractures in expansion soil and itssignificance[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1999, 21(3): 294 - 298. (in Chinese))
- [9] 唐朝生, 王德银, 施 斌, 等. 土体干缩裂隙网络定量分析 [J]. 岩土工程学报, 2013, 35(12): 2298 - 2305. (TANG Chao-sheng, WANG De-yin, SHI Bin, et al. Quantitative analysis of soil desiccation crack network [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2013, 35(12): 2298 -2305. (in Chinese))
- [10] 陈剑平, 王 清, 肖树芳. 岩体裂隙网络分形维数计算机模 拟[J].工程地质学报, 1995, 3(3): 79 - 85. (CHEN Jian-ping, WANG Qing, XIAO Shu-fang. Computer modeling of the fractal dimension of rock mass fracture network[J]. Journal of Engineering Geology, 1995, 3(3): 79 - 85. (in Chinese))
- [11] JAFARI A, BABADAGLI T. Estimation of equivalent fracture network permeability using fractal and statistical network properties[J]. Journal of Petroleum Science and Engineering, 2012, 92: 110 - 123.
- [12] JAFARI A, BABADAGLI T. Relationship between percolation-fractal properties and permeability of 2-D fracture networks[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2013, 60: 353 - 362.
- [13] STAUFFER D, AHARONY A. Introduction to percolation theory[]. CRC Press, Bristol: Taylor and Francis, 1994.

(责任编辑 明经平)