

DOI: 10.11779/CJGE201611024

基于抽样可靠性的颗分试验取样数量研究

李 希^{1, 2}, 张 升^{*1, 2}, 盛岱超^{1, 2}, 马新岩³

(1. 中南大学土木工程学院, 湖南 长沙 410075; 2. 高速铁路建造技术国家工程实验室, 湖南 长沙 410075; 3. 中国民航机场建设集团公司, 北京 100101)

摘 要: 在确定工程现场粗粒料颗粒级配过程中, 所取试样量大小是保证所得结果准确性及可靠性的决定性因素之一。结合抽样分析可靠性理论, 提出了一种为确定粗粒料整体颗粒级配情况所需试样量的方法, 发现颗粒总体含量、颗粒间尺寸差异性大小、精度要求是决定抽样量的 3 个因素。通过开展筛分试验, 验证了方法的合理性, 并将其应用于具体工程实践。所得结果可以为相关工程实践及规范的发展和完善提供参考。

关键词: 抽样分析; 颗粒级配; 样本规模; 颗粒分析试验; 可靠性

中图分类号: TU441 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2016)11-2122-06

作者简介: 李 希(1989-), 男, 博士研究生, 主要从事颗粒破碎、强夯方面的研究。E-mail: csu_lixi@126.com。

Reasonable sample capacity for grain-size analysis tests based on sampling reliability

LI Xi^{1, 2}, ZHANG Sheng^{1, 2}, SHENG Dai-chao^{1, 2}, MA Xin-yan³

(1. School of Civil Engineering, Central South University, Changsha 410075, China; 2. National Engineering Laboratory for High Speed Railway Construction, Changsha 410075, China; 3. China Airport Construction Group Corporation, Beijing 100101, China)

Abstract: In the process of determining particle size distribution in engineering fields, the sample capacity is one of determining factors to guarantee the accuracy and reliability of results. Combining with the theory of sampling reliability analysis, a theoretical method to determine the sample capacity is proposed and validated afterwards. It is found out that three indexes should be considered to obtain grading information of coarse aggregate: the total amount of particles, the degree of particle size difference, and the accuracy requirements. Besides, the proposed method may benefit engineering practice and specification perfection.

Key words: sampling analysis; particle size distribution; sample capacity; grain-size analysis test; reliability

0 引 言

土的颗粒级配特征是对砂、碎石、块石等进行分类的主要指标, 决定了土的工程性质及基本的物理力学性质^[1-3]。在建筑混凝土、铁路、大型土石坝、机场填筑等工程实际中, 首先需确定所用骨料及现场粗粒料的颗粒级配情况; 然后根据级配等条件对土体分类并进行设计。因此, 颗粒级配也是进行设计和施工的基本参数。确定颗粒级配的一般做法是取一定量的土料试样进行颗粒分析试验, 以取出试样的颗粒级配推断场地材料整体的级配。足够的取样量是保证推断结果准确性的决定性因素, 而考虑到工程规模、工期要求、人力和物力成本等因素, 取样量无法无限制地增加。GBT 14684—2011《建设用砂》^[4]指出了为确定建筑用砂颗粒级配所需的试样质量为 500 g。GBT 14685—2011《建设用碎石、卵石》^[5]指出了最大粒径在 9.5~75 mm 范围, 为确定建筑用碎石、卵石颗粒级配所需

最少取样量, 但与 JGJ 52—2006《普通混凝土用砂、石质量及检验方法标准》^[6]的规定有很大出入。

此外, 对于大型土石坝、高填方机场、建筑地基等工程, 所用粗粒料颗粒尺寸往往达几十厘米甚至超一米的量级, 为确定工程现场填料的颗粒组成情况, 需要取多少试样才能客观准确地反映工程现场材料整体的颗粒级配情况? 国家规范及行业标准对此尚无明确说明, 相关的文献研究也鲜有报道。针对此问题, 本文从抽样分析可靠性的角度, 提出了一种确定试样量的方法; 通过对级配碎石材料进行筛分试验, 验证了该方法的合理性; 并以此指导了重庆江北机场扩建工程粗颗粒填料的级配确定工作。

基金项目: 国家重点基础研究发展计划(“973”计划)项目(2014CB047002)

收稿日期: 2015-09-25

*通讯作者(E-mail: zhang-sheng@csu.edu.cn)

1 取样量确定

从概率角度而言, 取样过程中每个颗粒被选中的概率相等, 从工程现场选取一定量的粗颗粒材料进行颗粒分析试验, 以选取试样的级配来推断整片场地颗粒的组成情况, 实际上是一种简单随机抽样过程。其中, 整个场地颗粒总数即为样本总量 N (趋向于无穷大), 待取的试样量即为所需要的样本量 n 。

在实际颗粒分析试验中, 首先会根据颗粒大小将颗粒群体分成若干粒组, 分别考察各个粒组对应的颗粒百分含量。可以将总体中需要考察的对象是否在规定的粒组内而划分为两类, 对每个考察对象定义指标值:

$$Y_i = \begin{cases} 1 & \text{第 } i \text{ 个对象在考察的粒组范围内 } (i=1,2,\dots), \\ 0 & \text{其他。} \end{cases} \quad (1)$$

若总体中有 A 数量的对象落在考察粒组范围内, 则在总体中考察对象实际数量百分含量为

$$P = \frac{A}{N} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N Y_i = \bar{Y} \quad , \quad (2)$$

式中, \bar{Y} 为考察对象在总体中实际数量的平均值。可以看出, 对整体中对象比例的估计是总体均值估计的另一种表现形式。而实际工程中并不能对总体为 N 的所有颗粒逐一考察, 往往是选取一定量的颗粒试样作为样本, 来推断工程现场颗粒整体的级配分布情况。对于样本量为 n 的试样, 若有 a 数量的颗粒落在所考察的粒组内, 则认为总体中所考察的粒组所占的数量比例为

$$p = \frac{a}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i = \bar{y} \quad , \quad (3)$$

式中, \bar{y} 为考察对象在样本中的数量平均值。对于简单随机抽样, 由样本所得估计值 p 是总体 P 的无偏估计, p 的方差为

$$\begin{aligned} V(p) &= V(\bar{y}) = E(\bar{y} - \bar{Y})^2 = \frac{1}{n^2} E[n(\bar{y} - \bar{Y})]^2 \\ &= \frac{1}{n^2} \left\{ E \left[\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{Y})^2 \right] + 2E \left[\sum_{i < j}^n (y_i - \bar{Y})(y_j - \bar{Y}) \right] \right\} \end{aligned} \quad (4)$$

由于总体中每个单元及其变量值 Y_i 出现在所有可能样本的次数都相等, 则作为所有的样本求得的均值 $E \left[\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{Y})^2 \right]$ 必定是 $\sum_{i=1}^N (Y_i - \bar{Y})^2$ 的倍数, 由于前者是对 n 个单元变量值的求和, 后者是 N 个单元变量值的求和, 而前者的单元整体上说与后者完全相同(不妨设为 Y_0), 因而有

$$\begin{aligned} E \left[\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{Y})^2 \right] &= E \left[\sum_{i=1}^n (Y_0 - \bar{Y})^2 \right] = n(Y_0 - \bar{Y})^2 \\ &= c \sum_{i=1}^N (Y_0 - \bar{Y})^2 = cN(Y_0 - \bar{Y})^2 \quad , \end{aligned} \quad (5)$$

即有

$$E \left[\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{Y})^2 \right] = \frac{n}{N} \sum_{i=1}^N (Y_i - \bar{Y})^2 \quad . \quad (6)$$

同样利用对称论证法, 有

$$E \left[\sum_{i < j}^n (y_i - \bar{Y})(y_j - \bar{Y}) \right] = \frac{n(n-1)}{N(N-1)} \sum_{i < j}^n (Y_i - \bar{Y})(Y_j - \bar{Y}) \quad , \quad (7)$$

将式 (6)、(7) 代入式 (5) 有

$$\begin{aligned} V(p) &= \frac{1}{nN} \left[\sum_{i=1}^N (Y_i - \bar{Y})^2 + 2 \frac{n-1}{N-1} \sum_{i < j}^N (Y_i - \bar{Y})(Y_j - \bar{Y}) \right] \\ &= \frac{1}{nN} \left\{ \left(1 - \frac{n-1}{N-1} \right) \sum_{i=1}^N (Y_i - \bar{Y})^2 + 2 \frac{n-1}{N-1} \sum_{i < j}^N (Y_i - \bar{Y})(Y_j - \bar{Y}) + \right. \\ &\quad \left. \frac{n-1}{N-1} \sum_{i=1}^N (Y_i - \bar{Y})^2 \right\} \\ &= \frac{1}{nN} \left\{ \left(1 - \frac{n-1}{N-1} \right) \sum_{i=1}^N (Y_i - \bar{Y})^2 + \frac{n-1}{N-1} \left[\sum_{i=1}^N (Y_i - \bar{Y}) \right]^2 \right\} \\ &= \frac{1}{n} \frac{N-n}{N} \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (Y_i - \bar{Y})^2 \quad , \end{aligned} \quad (8)$$

式中, $\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (Y_i - \bar{Y})^2$ 为颗粒尺寸方差 S^2 。

由式 (2) 可知:

$$\sum_{i=1}^N Y_i^2 = \sum_{i=1}^N Y_i = A \quad , \quad (9)$$

$$\sum_{i=1}^N 2Y_i \bar{Y} = 2\bar{Y} \sum_{i=1}^N Y_i = 2\bar{Y}N\bar{Y} = 2NP^2 \quad , \quad (10)$$

$$\sum_{i=1}^N \bar{Y}^2 = 2N\bar{Y}^2 = NP^2 \quad . \quad (11)$$

将式 (9) ~ (11) 代入式 (8) 得

$$V(p) = \frac{P(1-P)}{n} \frac{N-n}{N-1} \quad . \quad (12)$$

在抽样分析中, 要求由样本所得参数的估计值 p 与总体中的实际值 P 的差别在误差限度内, 一般用置信度 $1-\alpha$ 和绝对误差限度 d 来表示, 即

$$P \left\{ |\bar{y} - \bar{Y}| \leq d \right\} = 1 - \alpha \quad , \quad (13)$$

根据双侧分位数 $u_{\alpha/2}$ 定义, 有

$$P \left(\frac{|\bar{y} - \bar{Y}|}{\sqrt{V(\bar{y})}} \leq u_{\alpha/2} \right) = 1 - \alpha \quad . \quad (14)$$

比较式 (13)、(14) 可得

$$V(p) = V(\bar{y}) = \frac{d^2}{u_{\alpha/2}^2} \quad (15)$$

结合式(12),可得在一定精度要求下,需要的样本量为

$$\frac{1}{n} = \frac{1}{N} + \frac{d^2}{u_{\alpha/2}^2 S^2} \quad (16)$$

可以看出,影响样本量的因素表现在3个方面:现场颗粒总体数量 N 、精度要求及颗粒总体尺寸的方差 S^2 。总体规模越大,要求的精度越高,总体颗粒尺寸差异性越大,则所需要的样本数量越大。

由式(9)~(11)得颗粒总体方差为

$$S^2 = \frac{1}{N-1} NP(1-P) \quad (17)$$

将式(17)代入式(16)得所需样本量:

$$n = \frac{u_{\alpha/2}^2 \frac{P(1-P)}{d^2}}{1 + \frac{1}{N} \left[\frac{u_{\alpha/2}^2 P(1-P)}{d^2} - 1 \right]} \quad (18)$$

由于 \bar{y} 是对 \bar{Y} 的无偏估计,根据中心极限定理可知 $\frac{\bar{y} - \bar{Y}}{\sqrt{V(\bar{y})}}$ 服从标准正态分布,根据要求的置信度 $1-\alpha$ 可查得对应的双侧分位数 $u_{\alpha/2}$ 。至此,可根据精度要求确定需要的样本量。例如,对总体中粒径为 D_i 的颗粒数量百分含量 P_i 进行估计,要求置信度为95%,绝对误差限为10%。即要求对于由样本所得的粒径为 D_i 颗粒数量百分含量估计值 p_i ,有95%的把握保证 p_i 在其真实值 $P_i \pm 10\%$ 范围内。此处 $d=10\%$, $u_{\alpha/2}=1.96$,场地中颗粒总数 $N=\infty$,代入式(18)可得到需要的样本量为

$$n_i = \frac{1.96^2 \frac{P_i(1-P_i)}{0.1^2}}{1 + \frac{1}{N} \left[\frac{1.96^2 P_i(1-P_i)}{0.1^2} - 1 \right]} = 384.16 P_i(1-P_i) \quad (19)$$

若在颗粒分析试验中所分粒组个数为 w ,则为确定所有粒组颗粒百分含量需要的样本总量为

$$\begin{aligned} n_{all} &= n_1 + n_2 + \dots + n_i + \dots + n_w \\ &= 384.16 [P_1(1-P_1) + \dots + P_w(1-P_w)] \\ &= 384.16 [(P_1 + \dots + P_w) + (P_1^2 + \dots + P_w^2)] \\ &= 384.16 [1 + (P_1^2 + P_2^2 + \dots + P_w^2)] \quad (20) \end{aligned}$$

由于 $0 \leq P_i \leq 1$,据基本不等式公式有

$$\frac{1^2}{w} \leq P_1^2 + P_2^2 + \dots + P_w^2 \leq P_1 + P_2 + \dots + P_w = 1, \quad (21)$$

从而

$$384.16(1+1/w) \leq n_{all} \leq 384.16 \times 2 \quad (22)$$

由于取样越多相应的估计精度会越高,保守的 n_{all} 可取大值,从而有

$$n_{all} = 2 \times 384.16 = 768.33 \quad (23)$$

在实际工程取样过程中,一般不采用以颗粒个数作为控制指标,往往采用质量作为控制标准。取颗粒平均粒径为最大颗粒粒径 D_M 与最小颗粒粒径 D_m 的平均值,则需要的取样质量为

$$m = n_{all} \rho \frac{1}{6} \pi \left(\frac{D_m + D_M}{2} \right)^3 = 16 \rho \pi (D_m + D_M)^3 \quad (24)$$

一般的粗粒料密度 ρ 为 $1.9 \times 10^3 \sim 2.2 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$;相对于最大粒径 D_M 而言, D_m 的影响可以忽略,从而

$$m = 95.46 \times 10^3 D_M^3 \sim 110.53 \times 10^3 D_M^3 \text{ (kg)} \quad (25)$$

例如,如果现场最大粒径为0.5m的粗粒料,为达到置信度为95%,需要取样质量为 $11.93 \times 10^3 \sim 13.82 \times 10^3 \text{ kg}$,所需要的体积约 6.28 m^3 。

2 试验验证

笔者分别以级配碎石和混凝土建筑废料为试验原料,通过开展筛分试验对本文所提出的方法进行检验。取总质量分别为75842g的碎石和10550g的建筑废弃混凝土作为样本总体,对颗粒整体进行筛分试验,确定样本总体的级配分布情况及最大粒径;用容量瓶法^[6]测得碎石密度,代入式(24)可求得,要达到置信度95%所需的样本质量,测试及计算结果如表1所示。

表1 碎石、建筑混凝土筛分试验基本参数

材料	样本总量 /g	D_M /mm	密度 /($\text{g} \cdot \text{cm}^3$)	置信度 /%	样本量 /g
碎石	75842	40	2.35	95	7554
混凝土	10550	20	2.40	95	965

按照四分法^[4]从总体中取样,对样本进行筛分试验并与总体的颗粒级配相比较,两种情况下筛分试验结果分别如表2,3所示。

可以看出,对于级配碎石和废弃混凝土而言,两种情况下,由样本所得的各个粒组颗粒含量与材料总体各粒组颗粒含量接近:对于级配碎石材料,各粒组颗粒含量最大仅相差2.5%,累计相差8.15%;混凝土材料,各粒组颗粒含量最大仅相差3.74%,累计相差7.99%。说明采用本文所提出的方法确定取样量,所得试样颗粒级配能够准确代表材料整体的颗粒级配情况。

进一步开展了不同取样量情况下的对比试验。按照四分法,每次从材料质量为75842g的总体中分别取3554,4554,5554,6554,8554,9554g试样作为样本;通过筛分试验,得到不同取样质量情况下各个

粒组颗粒含量如表 4 所示, 与总体颗粒含量相差累计值如图 1 所示。

表 2 7554 g 碎石试样颗粒级配与总体颗粒级对比

Table 2 PSD of 7554 g gravel sample and overall PSD (%)

样本	粒组					
	<5 mm	5~10 mm	10~16 mm	16~25 mm	25~35 mm	35~45 mm
总体	4.30	15.35	28.68	39.59	9.57	2.51
7554 g 试样	1.84	14.24	31.17	41.07	9.30	2.17

表 3 965 g 建筑混凝土试样颗粒级配与总体颗粒级对比

Table 3 PSD of 965 g concrete sample and overall PSD (%)

样本	粒组				
	<1 mm	1~2 mm	2~5 mm	5~10 mm	10~20 mm
总体	2.86	7.14	23.81	28.57	38.10
965 g 试样	2.48	6.27	27.55	28.59	35.12

表 4 不同质量的碎石试样颗粒级配与总体颗粒级配情况

Table 4 PSD of gravel samples with different qualities and overall PSD (%)

样本	粒组/mm					
	<5	5~10	10~16	16~25	25~35	35~45
总体	4.30	15.35	28.68	39.59	9.57	2.51
3554 g 试样	4.99	15.14	24.67	38.54	16.67	0.00
4554 g 试样	2.29	15.57	33.25	38.23	10.66	0.00
5554 g 试样	3.14	15.21	24.99	42.42	10.29	3.95
6554 g 试样	3.55	14.65	28.76	43.79	8.14	1.10
8554 g 试样	4.18	16.02	29.03	36.20	10.88	3.69
9554 g 试样	3.98	17.91	29.18	36.84	9.92	2.18

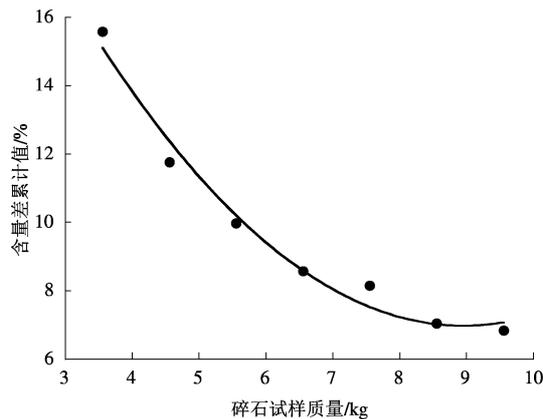


图 1 碎石试样颗粒含量差累计值随取样量变化

Fig. 1 Change of particle content in each group of gravel samples with different quantities

同样的方法, 从质量为 10550 g 的废弃混凝土总体中分别取 665, 765, 865, 1065, 1165 g 的试样作为样本, 通过对不同质量的试样进行筛分试验, 得到不同取样质量情况下各个粒组颗粒含量如表 5 所示, 与总体颗粒含量相差累计值如图 2 所示。

表 5 不同质量的混凝土试样颗粒级配与总体颗粒级配情况

Table 5 PSD of concrete samples with different qualities and overall PSD (%)

样本	粒组/mm				
	<1	1~2	2~5	5~10	10~20
总体	2.86	7.14	23.81	28.57	38.10
665 g 试样	3.63	8.31	29.15	24.17	34.74
765 g 试样	2.48	6.27	30.16	27.28	33.81
865 g 试样	3.71	8.23	25.72	27.46	34.88
1065 g 试样	3.20	7.63	26.30	28.65	34.21
1165 g 试样	3.35	6.62	26.57	26.83	36.63

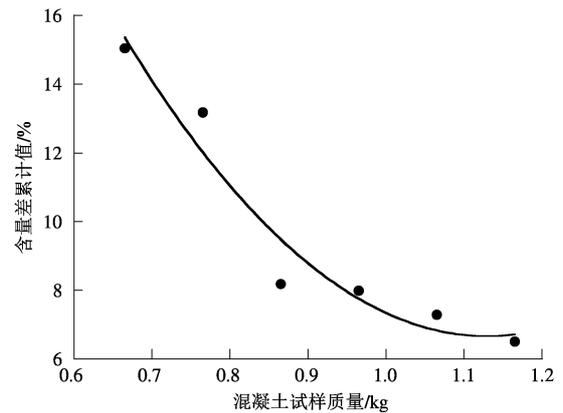


图 2 混凝土试样各粒组颗粒含量差累计值随取样量变化

Fig. 2 Change of particle content in each group of concrete samples with different quantities

可以看出, 随着取样质量的增加, 样本的颗粒级配与材料整体颗粒级配越来越接近, 相差累计值也越来越小, 说明取样量越大越能反映材料整体的颗粒级配情况。另外, 在由计算所得取样量附近, 样本各粒组含量与材料总体各粒组含量差累计值出现拐点, 说明按照本文所提出的方法确定的取样量能够在满足精度要的前提下使得取样量尽量少。

3 工程应用

以文中提出的方法为指导, 开展了重庆江北机场扩建工程所用粗粒料的级配确定工作。拟建场地位于渝北区辖区, 场地原始地形为属构造剥蚀浅丘斜坡地貌, 整体地势北西高南东低, 地形标高 289~413 m, 相对高差 124 m。据地面调查及钻探揭示, 场地内地层有场区上覆土层为第四系全新统人工填土层 (Q₄^{ml}), 第四系全新统残坡积层 (Q₄^{el+dl}); 下伏基岩为侏罗系中统沙溪庙组 (J_{2s}) 砂、泥岩互层。按照因地制宜、就地取材的原则, 将开挖原山体所得土、石用于填筑机场边坡。所用粗粒料级配良好是确保填方密实性和机场跑道长期稳定性的重要措施之一。

整片场地分 8 个标段, 首先经踏勘选定不同标段

场地内颗粒最大粒径，代入式(25)得到所需的取样质量(含水率高时系数取大值)如表6所示。通过对试样进行颗粒分析试验，得到整片场地颗粒级配区间如图3所示。可以看出，所用粗粒料不均匀系数在13.2~77.3之间，曲率系数在1.1~1.26之间，整体颗粒级配良好。

表6 不同标段所需样本质量

标段	1	2	3	4	5	6	7	8
D_M/mm	100	100	800	100	150	750	150	50
质量/kg	95.5	95.5	56591.4	110.5	373.0	46629.8	373.0	13.8

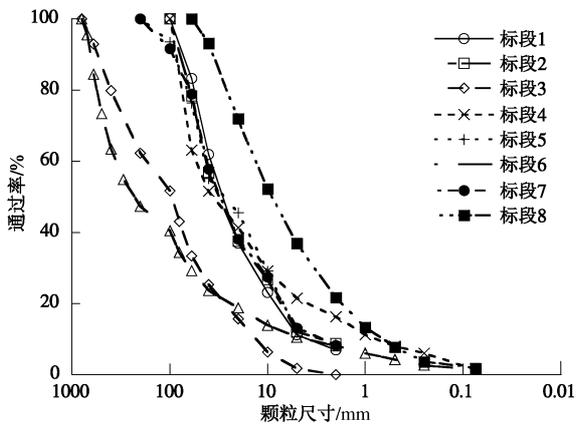


图3 重庆某机场所用粗粒料颗粒级配曲线

Fig. 3 Grading curves of coarse aggregate used by an airport in Chongqing

4 讨论

岩土工程中所用颗粒材料，如砂、碎石颗粒形状不规则，颗粒材料平均粒径的表示方法及计算方法不尽相同。DL/T 5151—2001《水工混凝土砂石骨料试验规程》^[7]、SL 251—2000《水利水电工程天然建筑材料勘察规程》^[8]采用前苏联学者斯克拉姆塔耶夫于1943年提出的斯氏平均粒径，张瑞瑾^[9]提出了颗粒的几何平均粒径和加权平均粒径等。而以上方法均是基于各级筛孔的筛余百分含量为已知的情况下求出的。对于本文，材料整体各个粒组颗粒百分含量未知，无法利用已有方法求得平均粒径，必须对其进行假设，文中取用线性平均粒径 $\bar{D}_1 = (D_m + D_M)/2$ 。

实际上，为确定所需试样的质量，材料整体平均粒径应为各个粒组质量百分含量的加权值，表达式为

$$\bar{D}_2 = \frac{\sum_{i=1}^w D_i P(D_i)}{\sum_{i=1}^w P(D_i)} \quad (26)$$

式中， $P(D_i)$ 表示粒径为 D_i 的颗粒对应的通过率。

利用重庆某机场粗粒料实测数据，对两者进行了比较，如表7所示。

表7 质量平均粒径与线性平均粒径对比

Table 7 Comparison between quality average particle size with linear average particle size

参数	标段							
	1	2	3	4	5	6	7	8
\bar{D}_1/mm	50.0	50.0	400.0	50.0	75.0	350.0	75.0	25.0
\bar{D}_2/mm	34.8	36.8	206.6	40.8	40.9	283.3	42.3	14.6

可以看出，该机场所用粗粒料的线性平均粒径普遍大于其质量平均粒径；由式(24)可知，按照本文所提出的方法计算出的所需试样质量仍偏于保守，但由于试验结果可靠度随试样质量的增加而提高，取线性平均粒径的做法仍有可行性，所得机场颗粒级配情况可信。

实际上，土体作为由碎散颗粒组成的集合，整体颗粒级配情况具有任意性，在未知颗粒级配的情况下，试图提出一种通用的表征颗粒平均粒径的公式难度大。如何准确估算未知级配的粗粒料质量平均粒径有待进一步研究。

另一方面，在实际工程中，对于难以直接筛分的超大粒径颗粒，往往采用刻度尺直接量测的办法确定其具体尺寸，难免存在人为误差，亟需更简便、准确的方法。而在采矿行业中，利用摄影技术确定颗粒级配的方法被普遍采用^[10-12]，值得借鉴。

5 结语

在确定工程现场粗粒料颗粒组成情况的过程中，通过对一定量的试样进行颗粒分析试验来推断整片场地颗粒组成情况，实际上是一种随机抽样过程。所需抽取的试样质量与现场颗粒本身组成情况及精度要求有关：颗粒总体规模越大、颗粒间尺寸差异性越大、要求的置信度越高，则需要的样本量越大。可以通过确定工程现场粗粒料最大颗粒粒径及其堆积密度确定所需的取样质量。

本文仅仅是为满足一定精度要求，对所需的试样量进行探讨，以期对相关工程实践及规范的完善提供参考。对于所取出的颗粒材料具体如何进行尺寸量测，以及不同尺寸颗粒组成的群体如何确定其平均粒径仍需做进一步研究。

参考文献:

[1] ZHANG S, TONG C X, LI X, et al. A new method for

- studying the evolution of particle breakage[J]. *Géotechnique*, (accepted), 2015.
- [2] 童晨曦, 张 升, 李 希, 等. 基于 Markov 链的岩土材料颗粒破碎演化规律研究[J]. *岩土工程学报*, 2015, **37**(5): 870 - 877. (TONG Chen-xi, ZHANG Sheng, LI Xi, et. al. Evolution of geotechnical materials based on Markov chain considering particle crushing[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2015, **37**(5): 870 - 877. (in Chinese))
- [3] 李 希, 张 升, 童晨曦, 等. 基于线性拟合的颗粒材料破碎状态表征[J]. *岩土力学*, 2015, **36**(增刊): 305 - 309. (LI Xi, ZHANG Sheng, TONG Chen-xi, et. al. A new method for characterizing particle crushing state of granular materials based on linear fitting[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2015, **36**(S0): 305 - 309. (in Chinese))
- [4] GB/T 14684—2011 建设用砂[S]. (GBT 14684—2011 Sand for construction[S]. 2011. (in Chinese))
- [5] GB/T 14684—2011 建筑用碎石、卵石[S]. 2011. (GBT 14684—2011 Pebble and crushed stone for construction[S]. 2011. (in Chinese))
- [6] JGJ 52—2006 普通混凝土用砂、石质量及检验方法标准[S]. 2006. (JGJ 52—2006 Standard for technical requirements and test method of sand and crushed stone (or gravel) for ordinary concrete[S]. 2006. (in Chinese))
- [7] DL/T 5151—2014 水工混凝土砂石骨料试验规程[S]. 2014. (DL/T 5151—2014 Test code for hydraulic concrete[S]. 2014. (in Chinese))
- [8] SL 251—2010 水利水电工程天然建筑材料勘察规程[S]. 2015. (SL 251—2000 code for investigation of natural building material for water resources and hydropower project[S]. 2010. (in Chinese))
- [9] 张瑞瑾. 河流泥沙动力学[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 1998. (ZHANG Rui-jin. *River sediment dynamics*[M]. Beijing: China Water Conservancy and Hydropower Press, 1998)
- [10] KO Y D, SHANG H. A neural network-based soft sensor for particle size distribution using image analysis[J]. *Powder Technology*, 2011, **212**(2): 359 - 366.
- [11] ALLEN T. Particle size measurement[M]. New York: Springer, 2013.
- [12] FONSECA J, O'SULLIVAN C, COOP M R, et al. Non-invasive characterization of particle morphology of natural sands[J]. *Soils and Foundations*, 2012, **52**(4): 712 - 722.