

DOI: 10.11779/CJGE201611012

横观各向同性砂土的强度准则

曹 威, 王 睿, 张建民

(清华大学水沙科学与水利水电工程国家重点实验室, 北京 100084)

摘 要: 提出了一个物理意义清晰且满足客观性原理的横观各向同性砂土的强度准则。通过对典型试验结果的观察, 总结了各向异性粒状材料峰值强度随加载方向的变化规律。分析了强度发挥的物理机制, 定义了一个新的无量纲各向异性参量 $\lambda(\sigma, \mathbf{F})$, 用于度量应力张量与组构张量的相对方位。利用该各向异性参量将 SMP 准则推广, 得到一个新的适用于横观各向同性砂土的强度准则。在沉积面方位已知的情况下, 该准则只需确定两个试验参数 k_{f0} 和 k , 其中 k_{f0} 代表基准强度, k 代表各向异性程度的大小。 k_{f0} 和 k 通过两个加载方向不同的破坏试验即可确定。通过物理试验和数值试验结果初步验证了该准则的有效性。

关键词: 横观各向同性; 砂土; 强度准则

中图分类号: TU441

文献标识码: A

文章编号: 1000 - 4548(2016)11 - 2026 - 07

作者简介: 曹 威(1991 -), 男, 博士研究生, 研究方向为岩土工程。E-mail: caow13@mails.tsinghua.edu.cn。

New strength criterion for sand with cross-anisotropy

CAO Wei, WANG Rui, ZHANG Jian-min

(State Key Laboratory of Hydrosience and Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: It is aimed to develop a strength criterion complying with the principle of objectivity for sand with cross-anisotropy. First, how the peak strength of anisotropic granular material varies with the loading direction is observed through some typical tests. Then, the mechanism of the strength mobilizing is analyzed, and a novel dimensionless anisotropy parameter $\lambda(\sigma, \mathbf{F})$, which measures the relative direction of stress tensor and fabric tensor, is defined. Using this parameter, the spatial mobilized plane (SMP) criterion is extended to describe the strength of sand with cross-anisotropy. If the position of the depositional plane is known, there are only two parameters, k_{f0} and k , to be determined in the criterion. They can be both easily determined by two experiments with different loading directions. The essential effectiveness of the new criterion is confirmed by the experimental facts and numerical modeling.

Key words: cross-anisotropy; sand; strength criterion

0 引 言

物质的各向异性是指其性质在不同的空间方位具有差异性, 横观各向同性是各向异性的一种特殊的特殊形式。在重力场中沉积的砂土, 其颗粒排列、力学性质通常具有横观各向同性。这种现象在土质地层中普遍存在, 对土的力学性能有着重要的影响。例如, Oda 等^[1]的条形基础模型试验表明, 加载方向不同时, 承载力差别可高达 50%; 殷宗泽等^[2]认为, 对堆石料各向异性考虑不足可能是面板堆石坝面板应力计算不够准确的原因之一, 需要研究和建立更符合实际情况的各向异性本构模型, 才能解决好这一常遇的难题。

由于问题的普遍性和重要性, 砂土的各向异性受到了国内外诸多学者的关注和研究。1883 年, Darwin 就注意到了砂土具有各向异性, 但将其作为专门的题目进行研究, 是从 Casagrande 等^[3]才开始的, Duncan

等^[4]也是较早进行相关研究的学者。此后许多学者进行了试验研究, 例如, Arthur 等^[5]、Tatsuoka 等^[6]进行了平面应变试验; Yamada 等^[7]、Ablelev 等^[8]进行了真三轴试验; Kinya 等^[9]、于艺林等^[10]、Rodriguez 等^[11]进行了空心圆柱扭剪试验; 张连卫^[12]、张雷^[13]进行了理想粒状材料试验; Fu 等^[14]使用离散元方法进行了数值模拟。

在众多的已有研究中, 各向异性砂土的强度备受关注, 许多各向异性砂土强度准则被相继提出。考虑土的各向异性的代表性方法有以下几种: ①最危险滑动面法^[15], ②加载方向法^[16-18], ③组构张量法^[19-22], ④扩展经典准则法^[18, 23-25]。在这些方法中, 最危险滑

基金项目: 国家自然科学基金项目(51038007, 51079074); 铁道部科技研究开发计划重点课题(2012G013-F)

收稿日期: 2015 - 07 - 06

动面法需要事先假定难以由试验获得的截面强度分布规律, 而且往往得到隐式准则, 求解复杂; 加载方向法^[16-18]中“加载方向”的物理含义显得不够清晰; 某些扩展 SMP 准则的方法^[18, 23-25]有非常清晰的物理含义, 但在某些两个主应力相等 (即中主应力系数为 0 或 1) 的特殊的应力状态下, 由于主应力方向的不确定性而导致有无穷多组空间滑动面, 可能导致不满足客观性原理的问题; 组构张量法和扩展经典准则法分别在数学上的严格和物理上的清晰上各具优势, 但截至目前, 在这个框架内提出的若干方法还存在一些不足, 如在某些特殊情况下不满足客观性原理, 或难以反映强度随大主应力方向角的非单调变化等。

本文在观察和总结已有试验规律、揭示颗粒材料强度发挥物理机制的基础上, 尝试运用简洁的数学公式对各向异性砂土强度进行合理描述, 同时给出参数的确定方法并引用典型试验数据进行验证, 最终建立概念清晰、简洁实用的各向异性砂土强度理论准则。

已有各向异性强度准则一般参数较多, 而本文公式的主要特点是形式简单、物理意义比较明确、参数少且容易确定; 与 Pietruszczak 等^[16-17]和 Kong 等^[18]建议的各向异性强度准则相比, 本文准则定义各向异性参量的方式更加直接, 能更为合理地确定强度的最小值及对应的大主应力作用方向; 与直接依赖于空间滑动面与沉积面夹角的强度准则^[18, 23-25]相比, 还具有满足客观性原理的优点。

1 试验规律

粒状材料峰值摩擦角随大主应力方向角的变化而变化, 表现了其强度的各向异性特征。为叙述方便, 定义沉积面与大主应力面所夹锐角为大主应力方向角, 用 δ 表示, 如图 1 所示。图 2 为一些典型的试验结果, 其中图 2 (a) 为张连卫^[13]得到的二维理想粒状材料的物理试验结果, 图 2 (b) 为 Fu 等^[14]得到的二维理想粒状材料的数值模拟试验结果, 图 2 (c) 为 Kinya 等^[9]得到的丰浦砂物理试验的结果。

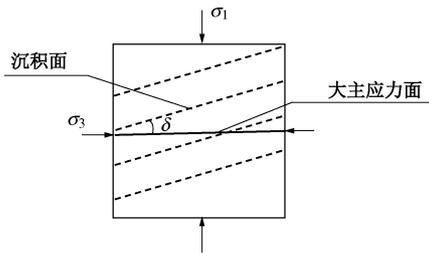
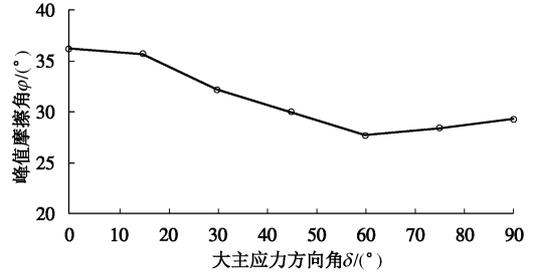


图 1 大主应力方向角的定义

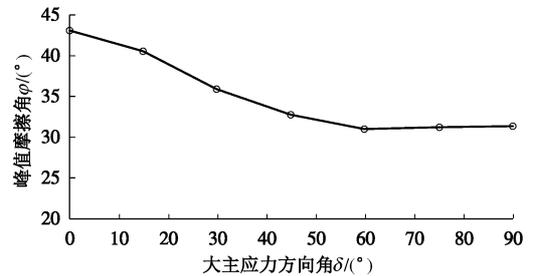
Fig. 1 Definition of angle of major principal stress

3 种类型的试验结果均表明, 各向异性粒状材料

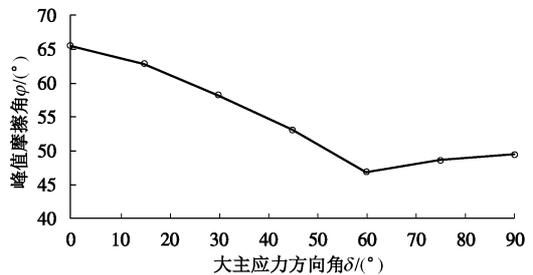
强度的发挥与大主应力方向角 δ 有如下显著关系: ①当大主应力方向与沉积面法向重合时, 强度达到最大值; ②随着大主应力方向角的增大, 砂土强度整体上呈减小的趋势, 但并不是单调减小的; ③大主应力方向角在 60° 左右时, 强度达到最小值。



(a) 二维物理模拟试验 (试验数据参考张连卫^[13])



(b) 二维数值模拟试验 (试验数据参考Fu等^[14])



(c) 三维物理模拟试验 (试验数据参考Kinya等^[9])

图 2 峰值摩擦角与大主应力方向的关系

Fig. 2 Relationship between peak friction angle and orientation of major principal stress

2 物理机制

张建民^[26]对二维理想粒状材料试验结果进行了细致观察和分析, 揭示了颗粒集合体内的滑移、偏转、破碎 3 种细观变形机制及其组合变化对摩擦效应的影响, 提出的偏转机制和卓越剪切方向的概念对理解颗粒各向异性强度规律具有重要的参考价值。张建民^[26]指出, 卓越剪切方向是剪切带的生成方向, 具有唯一性, 它与大主应力方向的夹角为 $45^\circ + \frac{\varphi_{cr}}{2}$ (φ_{cr} 为颗粒材料表观滑动摩擦角), 如图 3 所示。加载过程中, 随着颗粒材料强度逐渐发挥, 颗粒长轴有逐渐向卓越剪切方向偏转的趋势。

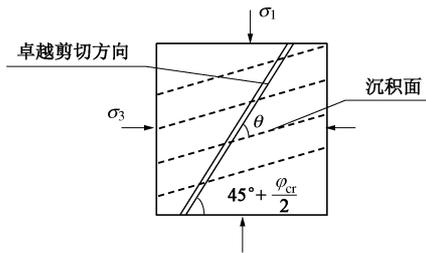


图3 卓越剪切方向示意图

Fig. 3 Illustration of dominant shear direction

在二维各向异性粒状材料中，卓越剪切方向与沉积面之间的夹角（图3中的 θ ）越大，材料达到峰值强度时颗粒偏转的趋势就越大，所需克服的阻力也越大，表现峰值摩擦角也就越大。二维各向异性粒状材料试验观察揭示的机理为砂土各向异性强度研究提供了重要思路。本文基于卓越剪切方向的概念，在Matsuoka等^[27]建立的各向同性空间滑动面（SMP）理论框架下，建立三维的横观各项同性砂土强度准则。SMP理论认为土单元在外力的作用下，砂土颗粒有向SMP偏转的趋势，因而本文做出如下假设：SMP是砂土颗粒发生滑移的平均优势面，类似于二维情形下的卓越剪切面。

若将应力张量表示为

$$\sigma = \sigma_1 e_1 e_1 + \sigma_2 e_2 e_2 + \sigma_3 e_3 e_3 \quad (1)$$

其中， $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ 分别为应力张量 σ 的第一，第二，第三主应力， e_1, e_2, e_3 分别为第一、第二、第三主应力方向的单位向量，则在主应力空间中，一个典型的SMP如图4所示，这个SMP的单位法向为

$$n_{SMP} = \frac{\sqrt{\frac{1}{\sigma_1}} e_1 + \sqrt{\frac{1}{\sigma_2}} e_2 + \sqrt{\frac{1}{\sigma_3}} e_3}{\sqrt{\frac{1}{\sigma_1} + \frac{1}{\sigma_2} + \frac{1}{\sigma_3}}} \quad (2)$$

SMP退化到二维情况，表达式为

$$n_{SMP,2D} = \frac{\sqrt{\frac{1}{\sigma_1}} e_1 + \sqrt{\frac{1}{\sigma_3}} e_3}{\sqrt{\frac{1}{\sigma_1} + \frac{1}{\sigma_3}}} \quad (3)$$

与张建民^[26]提出的卓越剪切方向是重合的。

SMP是由应力状态决定的，可以看作是应力空间中的优势滑动面；而沉积面则是由材料的内在结构决定的，可以视为结构空间的抗剪薄弱面。根据二维理想棒状材料的试验结果和机理分析，以及SMP是砂土颗粒发生滑移的平均优势面的假设，可以推断：SMP与沉积面夹角越小，材料强度也就越低。无论是二维的各向异性粒状材料还是三维的各向异性粒状材料，由于应力张量与结构的相对空间关系不同，导致了峰值强度发挥时颗粒偏转所需克服的阻力大小不

同，是粒状材料峰值强度具有各向异性的微观物理基础。

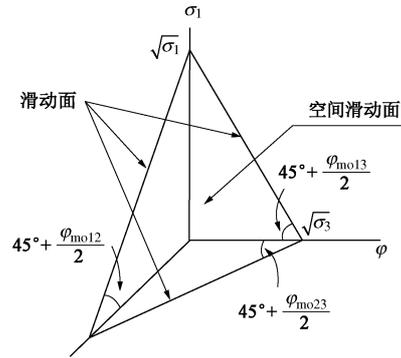


图4 空间滑动面示意图 (Matsuoka等, 1974)

Fig. 4 Illustration of spatial mobilized plane (Matsuoka et al., 1974)

3 横观各向同性强度准则及参数确定

3.1 横观各向同性强度准则

Matsuoka^[28]基于SMP概念提出的强度准则具有明晰的物理含义，且能合理地考虑中主应力效应，本文尝试将其推广到适用于横观各向同性砂土。SMP准则的表达式为

$$\frac{I_1 I_2}{I_3} = k_f \quad (4)$$

式中， I_1, I_2, I_3 分别为应力张量 σ 的第一，第二，第三不变量， k_f 为由试验确定的、反映材料强度特性的常数。张建民等^[29]将SMP准则写成数学形式上与莫尔-库仑准则类似的形式：

$$\frac{\tau_{SMP}}{\sigma_{SMP}} = \tan \Phi' \quad (5)$$

式中， σ_{SMP} 表示SMP上正应力大小， τ_{SMP} 表示SMP面上剪应力大小，并将 Φ' 称为表现摩擦角。由张量的数学性质， σ_{SMP} 及 τ_{SMP} 满足如下关系：

$$\begin{cases} \sigma_{SMP} = n_{SMP} \cdot \sigma \cdot n_{SMP} \\ \sigma_{SMP}^2 + \tau_{SMP}^2 = n_{SMP} \cdot \sigma^2 \cdot n_{SMP} \end{cases} \quad (6)$$

通过简单的运算即可得到

$$\frac{\tau_{SMP}}{\sigma_{SMP}} = \sqrt{\frac{I_1 I_2}{9 I_3} - 1} \quad (7)$$

通过比较式(4)、(5)、(7)可以得到 k_f 与 $\tan \Phi'$ 的关系：

$$k_f = 9(\tan^2 \Phi' + 1) \quad (8)$$

即 k_f 与 $\tan \Phi'$ 是一一对应的，可以相互确定，因此式(4)与式(5)是等价的。式(4)直接由张量不变量写成，形式上更加简洁，而式(5)物理意义更加清晰，而且更能在明确的物理意义下退化为二维的强度公

式, 所以本文的推广过程将直接从式 (5) 而非式 (4) 出发, 但为了最终表达式的简洁, 最后的强度准则依然会写成不变量的函数。令 $\varphi'_{\text{triaxial}}$ 为常规三轴试验得到的摩擦角, 它与表观摩擦角 Φ' 的关系为

$$\tan \Phi' = \frac{2\sqrt{2}}{3} \tan \varphi'_{\text{triaxial}} \quad (9)$$

两者可以方便地相互换算。

另一方面, 借鉴 Oda 等^[30]的方法, 用组构张量 F 描述土的各向异性, 表达式为

$$F = \frac{1}{3+\Delta} [(1+\Delta)e_x e_x + (1+\Delta)e_y e_y + (1-\Delta)e_z e_z] \quad (10)$$

式中, e_x, e_y 为沉积面内两个相互正交的单位向量, e_z 为沉积面垂直方向的单位向量, Δ 为用于描述各向异性程度的参数。可以看出, 在横观各向同性条件下, 组构张量 F 包含了沉积面法向 e_z 和各向异性程度参数 Δ 两种信息。

在各向异性材料中, $\tan \Phi'$ 不再为常数, 还与 σ 及 F 的相对方向有关, 因此 SMP 准则可改写为一个更为普遍的形式:

$$\frac{\tau_{\text{SMP}}}{\sigma_{\text{SMP}}} = \tan \Phi'(\sigma, F) \quad (11)$$

而为满足客观性原理, $\tan \Phi'(\sigma, F)$ 还必须是关于 σ 和 F 的各向同性函数。

基于前文所述的物理机制, 构造一个新的无量纲数 Λ 作为各向异性参量, 其表达式为

$$\Lambda(\sigma, F) = \frac{\sigma_N - \sigma_{\text{SMP}}}{I_1} \quad (12)$$

式中, σ_N 表示沉积面上的正应力大小。

$\sigma_N = e_z \cdot \sigma \cdot e_z$ 。 Λ 为沉积面与 SMP 之间夹角的度量。当 Λ 等于 0 时, 沉积面与 SMP 重合, 此时粒状材料强度具有最小值; 当 Λ 逐渐偏离 0 时, 沉积面与 SMP 的夹角也逐渐增加, 可以用 Λ^2 进行描述, 此时粒状材料强度也随之增加。另外, 这样定义的 Λ 是 σ 及 F 的各向同性函数。

图 5, 6 为 $\sigma_1 / \sigma_3 = 3$ 、中主应力系数 b 取若干典型值的情况下, Λ, Λ^2 与 δ 的函数关系。从图 5, 6 中可以看出, Λ 与 δ 有良好的单调关系, 而 Λ^2 则随着沉积面与 SMP 的夹角的增大而增大。

由于沉积面与 SMP 的夹角越大, Λ^2 也越大, 所以假设 $\tan \Phi'$ 与 Λ^2 有单调关系, 照顾到数学形式上的简洁, 进一步假设 $\tan^2 \Phi'$ 与 Λ^2 具有线性关系:

$$\tan^2 \Phi'(\Lambda) = \alpha + \beta \Lambda^2 \quad (13)$$

式中, α, β 为与材料特性有关的常数。为了把最后的表达式直接写成应力不变量的函数, 将式 (13) 代入式 (8) 得到

$$k_f(\sigma, F) = 9(\alpha + \beta \Lambda^2 + 1) \quad (14)$$

并定义:

$$\begin{cases} k = 9\beta, \\ k_{f0} = 9(1 + \alpha), \end{cases} \quad (15)$$

即进行变量的代换, 可得到

$$k_f(\sigma, F) = k_{f0} + k \Lambda^2 \quad (16)$$

将式 (16) 代入式 (10) 即得到

$$\frac{I_1 I_2}{I_3} = k_{f0} + k \Lambda^2 \quad (17)$$

式 (17) 即为将 SMP 准则推广后得到的横观各向同性砂土的强度准则。其中, k_{f0} 和 k 为材料参数。 k_{f0} 为破坏状态下, 沉积面与 SMP 面重合时 ($\Lambda = 0$) $\frac{I_1 I_2}{I_3}$ 的取值, 因此代表了强度的基准值; 而 k 表示 Λ^2 增加一个单位时 $\frac{I_1 I_2}{I_3}$ 增加的大小, 代表了各向异性程度的大小。

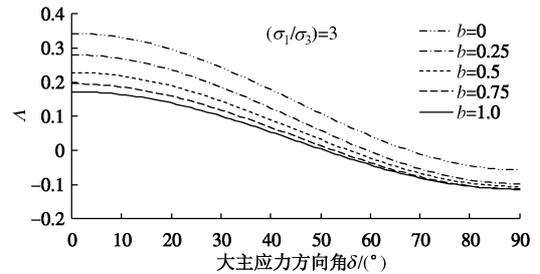


图 5 各向异性参数 Λ 与大主应力方向关系

Fig. 5 Relationship between anisotropic parameter Λ and orientation of major principal stress

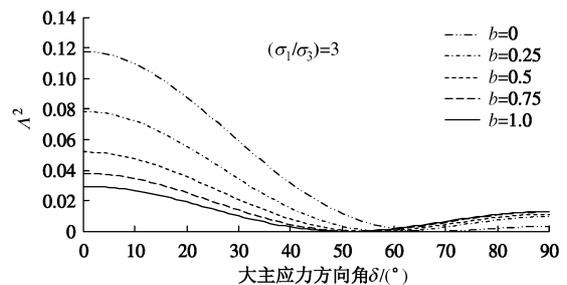


图 6 各向异性参数 Λ 的平方与大主应力方向关系

Fig. 6 Relationship between square of anisotropic parameter Λ and orientation of major principal stress

二维情况与三维情况类似, 但需考虑基本物理量的表现形式稍有不同, 例如, 应力张量只有二维:

$$\sigma = \sigma_1 e_1 e_1 + \sigma_3 e_3 e_3 \quad (18)$$

组构张量也只有二维:

$$F = \frac{1}{2} [(1+\Delta)e_x e_x + (1-\Delta)e_z e_z] \quad (19)$$

应力不变量的表达式为

$$\begin{cases} I_1 = \sigma_1 + \sigma_3, \\ I_2 = \sigma_1 \sigma_3. \end{cases} \quad (20)$$

SMP 的法向此时应按式 (3) 写成二维形式, 代入式 (6) 可求得 SMP 面上的剪应力、正应力:

$$\begin{cases} \sigma_{\text{SMP},2\text{D}} = \frac{2I_2}{I_1}, \\ \tau_{\text{SMP},2\text{D}} = \frac{\sqrt{I_1 I_1 I_2 - 4I_2^2}}{I_1}. \end{cases} \quad (21)$$

从而可以求得

$$\tan \Phi'_{2\text{D}} = \frac{\tau_{\text{SMP},2\text{D}}}{\sigma_{\text{SMP},2\text{D}}} = \sqrt{\frac{I_1 I_1}{4I_2} - 1}. \quad (22)$$

类比于三维情况, 即材料破坏时定义在 SMP 的表观摩擦角 $\tan \Phi'$ 为常数, 二维情况下的 SMP 准则可以写为

$$\frac{I_1 I_1}{I_2} = 4(\tan^2 \Phi'_{2\text{D}} + 1), \quad (23)$$

也可以写为

$$\frac{I_1 I_1}{I_2} = k_{f,2\text{D}}. \quad (24)$$

与三维情况一样, 假设 $\tan^2 \Phi'_{2\text{D}}$ 与 Λ^2 具有线性关系, 即可得到二维情况下的类似的各向异性强度准则:

$$\frac{I_1 I_1}{I_2} = k_{f0} + k\Lambda^2. \quad (25)$$

相应的各向异性参量和材料参数的物理意义与三维情况类似。式 (17) 与式 (25) 中的材料参数 k 都在宏观上代表各向异性程度的大小, 而式 (10) 中的 Δ 则在细观上表示土的各向异性程度的大小, 将这两个量联系起来对于统一砂土各向异性强度的细观机理与宏观现象具有重要意义, 但其具体关系仍需通过进一步的物理和数值研究中确定。

3.2 参数确定

对三维横观各向同性粒状材料, 做任意两个大主应力方向角不同强度试验, 利用试验结果即可得到如下方程组:

$$\begin{cases} \left(\frac{I_1 I_2}{I_3} \right)_{f1} = k_{f0} + k\Lambda_{f1}^2, \\ \left(\frac{I_1 I_2}{I_3} \right)_{f2} = k_{f0} + k\Lambda_{f2}^2. \end{cases} \quad (26)$$

其中, 下标 f 表示取材料破坏时的值, 下标 1, 2 对应第 1 个试验和第 2 个试验。

原则上, 只要 $\Lambda_{f1}^2 \neq \Lambda_{f2}^2$, 就可以通过上述一元二次方程组求得所需的两个强度参数 k_{f0} 和 k 。为保证精度, Λ_{f1}^2 与 Λ_{f2}^2 应该有足够的差异, 试验也应尽量简单, 因此建议采用两个中主应力系数 b 均为 0, 大主应力

方向角分别为 0° 和 90° 的真三轴试验确定材料参数。此时, 式 (21) 就可以写为

$$\begin{cases} \left(\frac{I_1 I_2}{I_3} \right)_{f0^\circ} = k_{f0} + k\Lambda_{f0^\circ}^2, \\ \left(\frac{I_1 I_2}{I_3} \right)_{f90^\circ} = k_{f0} + k\Lambda_{f90^\circ}^2. \end{cases} \quad (27)$$

其中, 下标 $0^\circ, 90^\circ$ 分别对应大主应力方向角为 $0^\circ, 90^\circ$ 的试验。解式 (22) 得到

$$\begin{Bmatrix} k_{f0^\circ} \\ k \end{Bmatrix} = \frac{1}{\Lambda_{f90^\circ}^2 - \Lambda_{f0^\circ}^2} \begin{bmatrix} \Lambda_{f90^\circ}^2 & -1 \\ -\Lambda_{f0^\circ}^2 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \left(\frac{I_1 I_2}{I_3} \right)_{f0^\circ} \\ \left(\frac{I_1 I_2}{I_3} \right)_{f90^\circ} \end{Bmatrix}. \quad (28)$$

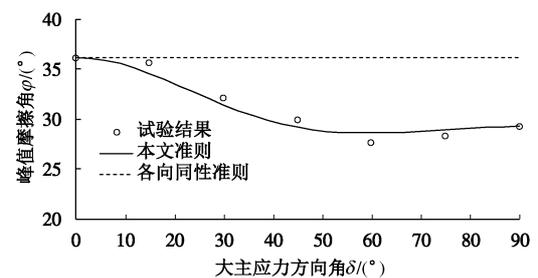
对比式 (17) 和式 (25) 可知, 在二维情况下与之对应的参数求取公式为

$$\begin{Bmatrix} k_{f0^\circ} \\ k \end{Bmatrix} = \frac{1}{\Lambda_{f90^\circ}^2 - \Lambda_{f0^\circ}^2} \begin{bmatrix} \Lambda_{f90^\circ}^2 & -1 \\ -\Lambda_{f0^\circ}^2 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \left(\frac{I_1 I_1}{I_2} \right)_{f0^\circ} \\ \left(\frac{I_1 I_1}{I_2} \right)_{f90^\circ} \end{Bmatrix}. \quad (29)$$

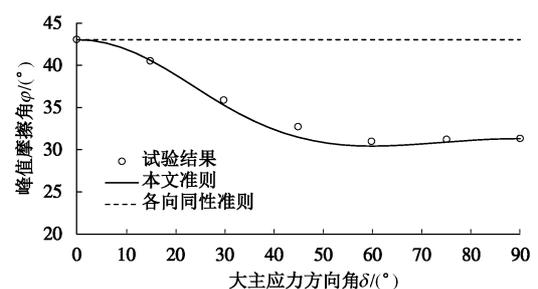
式 (28)、(29) 即为所提出的各向异性强度准则在三维和二维情况下的参数确定方法。

4 试验验证

采用典型试验结果对所提出的强度准则进行验证, 结果如图 7 所示。其中各向异性强度参数取值均利用大主应力方向角为 0° 和 90° 时试验结果确定, 其余各大主应力方向角的峰值强度则是采用本文建立的横观各向同性强度准则计算得到的。



(a) 二维物理模拟试验 (试验数据参考张连卫^[13])



(b) 二维数值模拟试验 (试验数据参考Fu等^[14])

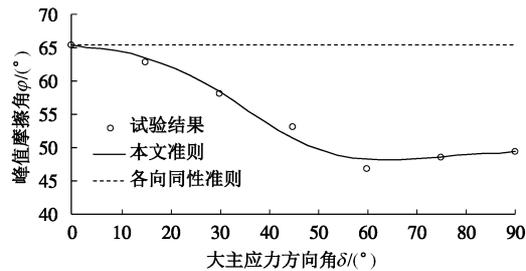
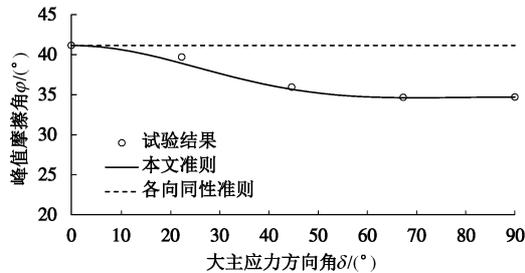
(c) 三维物理模拟试验, $b=0.5$ (试验数据参考Kinya等^[9])(d) 内华达砂材料试验, $b=0$ (试验数据参考Rodriguez^[11])

图 7 强度准则的验证

Fig. 7 Validation of the strength criteria

对比本文强度准则计算结果与实际试验结果可以看出, 针对二维和三维试验的物理和数值试验, 本文提出的方法能够对任意大主应力方向角对应的峰值摩擦角给出较为准确的预测。

5 结 论

在观察各向异性粒状材料强度规律和理解强度发挥物理机制的基础上, 本文引入一个新的无量纲的各向异性参量, 并利用该参量将 SMP 准则推广, 提出了一个适用于横观各向同性砂土的强度准则, 同时给出了两个参数的试验确定方法, 并与已有的试验数据进行了对比验证, 初步验证了所提准则的适用性。该准则具有以下主要优点:

(1) 表达式是显式的, 形式简洁, 运算简便, 同时满足客观性原理。

(2) 能更为合理地确定强度的最小值及对应的大主应力作用方向, 描述大主应力作用方向不同对横观各向同性砂土峰值抗剪强度的影响。

(3) 两个强度参数的物理含义清晰且易于试验确定, 在沉积面已知的情况下, 相比于各向同性准则只需多确定一个参数。

需要说明的是: 本文准则的适用性, 还有待于更多试验数据的检验; 本文准则的实际应用, 有赖于沉积面方向和土体应力状态的确定, 因此仍需配合相关勘测和计算方法。

参考文献:

[1] ODA M, KOISHIKAWA I, HIGUCHI T. Experimental study of anisotropic shear strength of sand by plane strain test[J].

Soils and Foundations, 1978, **18**(1): 25 - 38.

[2] 殷宗泽, 张坤勇, 朱俊高. 面板堆石坝应力变形计算中考虑土的各向异性[J]. 水利学报, 2004, **49**(11): 22 - 26. (YIN Zong-ze, ZHANG Kun-yong, ZHU Jun-gao. Considering soil's anisotropy in the calculation of stress deformation of concret-faced rockfill dam[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2012, **43**(1): 43 - 50. (in Chinese))

[3] CASAGRANDE A, CARILLO N. Shear failure of anisotropic materials[J]. Journal of Boston Society of Civil Engineers, 1944, **31**(4): 74 - 81.

[4] DUNCAN J M, SEED H B. Strength variation along failure surfaces in clay[J]. Journal of Soil Mechanics & Foundations, 1966, **92**(6): 81 - 104.

[5] ARTHUR J, MENZIES B K. Inherent anisotropy in a sand[J]. Géotechnique, 1972, **22**(1): 115 - 128.

[6] TATSUOKA F, NAKAMURA S, HUANG C C, et al. Strength anisotropy and shear band direction in plane strain tests of sand[J]. Soils and Foundations, 1990, **30**(1): 35 - 54.

[7] YMADA Y, ISHIHARA K. Anisotropic deformation characteristics of sand under three dimensional stress conditions[J]. Soils and Foundations, 1979, **19**(2): 79 - 94.

[8] ABELEV A V, LADE P V. Effects of cross anisotropy on three-dimensional behavior of sand I: Stress-strain behavior and shear banding[J]. Journal of Engineering Mechanics, 2003, **129**(2): 160 - 166.

[9] KINYA M, SEIICHI M, SHOSUKE T. Deformation behavior of anisotropic dense sand under principal stress axes rotation[J]. Soils and Foundations, 1986, **26**(1): 36 - 52.

[10] 于艺林, 张建民, 童朝霞, 等. 定轴排水剪切试验中各向异性砂土的力学响应[J]. 岩土力学, 2011, **32**(6): 1637 - 1642. (YU Yi-lin, ZHANG Jian-min, TONG Zhao-xia, et al. Behavior of anisotropic mica sand under fixed principal stress axes drained shear test[J]. Chinese Journal of Rock and Soil Mechanics, 2011, **32**(6): 1637 - 1642. (in Chinese))

[11] RODRIGUEZ N M. Experimental study of 3D failure surface for cross-anisotropic sand deposits during stress rotation[D]. Washington D C: The Catholic University of America, 2012.

[12] 张连卫. 各向异性粒状材料破坏规律与强度准则及应用[D]. 北京: 清华大学, 2007. (ZHANG Lian-wei. Research on failure mechanism and strength criterion of anisotropic granular materials and its application[D]. Beijing: Tsinghua University, 2007. (in Chinese))

[13] 张 雷. 粒状介质的强度变形规律及其细观物理机制研究[D]. 北京: 清华大学, 2012. (ZHANG Lei. Micro to macro deformation and strength law for granular materials[D]. Beijing: Tsinghua University, 2012. (in Chinese))

- [14] FU P, DAFALIAS Y F. Study of anisotropic shear strength of granular materials using DEM simulation[J]. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 2011, **35**(10): 1098 - 1126.
- [15] 陈越. 粒状材料强度异向性的物理实质和数学表现形式[J]. *岩土工程学报*, 1992, **14**(1): 1 - 13. (CHEN Yue. Physical essence and mathematical expressions of strength-anisotropy for granular materials[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 1992, **14**(3): 1 - 13. (in Chinese))
- [16] PIETRUSZCZAK S, MROZ Z. Formulation of anisotropic failure criteria incorporating a microstructure tensor[J]. *Computers and Geotechnics*, 2000, **26**(2): 105 - 112.
- [17] PIETRUSZCZAK S, MROZ Z. On failure criteria for anisotropic cohesive-frictional materials[J]. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 2001, **25**(5): 509 - 524.
- [18] KONG Y, ZHAO J, YAO Y. A failure criterion for cross-anisotropic soils considering microstructure[J]. *Acta Geotechnica*, 2013, **8**(6): 665 - 673.
- [19] TOBITA Y. Fabric tensors in constitutive equations for granular materials[J]. *Soils and Foundations*, 1989, **29**(4): 91 - 104.
- [20] LI X S, DAFALIAS Y F. Constitutive modeling of inherently anisotropic sand behavior[J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 2002, **128**(10): 868 - 880.
- [21] 李学丰, 黄茂松, 钱建固. 宏细观结合的砂土各向异性破坏准则[J]. *岩石力学与工程学报*, 2010, **29**(9): 1885 - 1892. (LI Xue-feng, HUANG Mao-song, QIAN Jian-gu. Failure criterion of anisotropic sand with method of macro-meso incorporation[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2010, **29**(9): 1885 - 1892. (in Chinese))
- [22] GAO Z, ZHAO J, YAO Y. A generalized anisotropic failure criterion for geomaterials[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2010, **47**(22): 3166 - 3185.
- [23] 罗汀, 李萌, 孔玉侠, 等. 基于 SMP 的岩土各向异性强度准则[J]. *岩土力学*, 2009, **30**(2). (LUO Ting, LI Meng, KONG Yu-xia, et al. Failure criterion based on SMP for anisotropic geomaterials[J]. *Chinese Journal of Rock and Soil Mechanics*, 2009, **30**(2). (in Chinese))
- [24] 姚仰平, 孔玉侠. 横观各向同性土强度与破坏准则的研究[J]. *水利学报*, 2012, **43**(1): 43 - 50. (YAO Yang-ping, KONG Yu-xia. Research on the cross-anisotropic soil's strength and failure criterion[J]. *Journal of Hydraulic Engineering*, 2012, **43**(1): 43 - 50. (in Chinese))
- [25] 张连卫, 张建民, 张嘎. 基于 SMP 的粒状材料各向异性强度准则[J]. *岩土工程学报*, 2008, **30**(8): 1107 - 1111. (ZHANG Lian-wei, ZHANG Jian-min, ZHANG Ga. SMP-based anisotropic strength criteria of granular materials[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2008, **30**(8): 1107 - 1111. (in Chinese))
- [26] 张建民. 砂土动力学若干基本理论探究[J]. *岩土工程学报*, 2012, **34**(1): 1 - 50. (ZHANG Jian-min. New advances in basic theories of sand dynamics[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2012, **34**(1): 1 - 50. (in Chinese))
- [27] MATSUOKA H, NAKAI T. Stress-deformation and strength characteristics of soil under three different principal stresses[J]. *Doboku Gakkai Ronbunshu, JSCE*, 1974, **232**: 59 - 70.
- [28] MATSUOKA H. On the significance of the spatial mobilized plane[J]. *Soils and Foundations*, 1976, **16**(1): 91 - 100.
- [29] ZHANG J M, SHAMOTO Y, TOKIMATSU K. Cyclic critical stress states of sand with nonfrictional effects[J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 1999, **125**(10): 1106 - 1114.
- [30] ODA M, NAKAYAMA H. Introduction of inherent anisotropy of soils in the yield function[J]. *Micromechanics of Granular Materials*, 1988, **14**(1): 81 - 90.