

DOI: 10.11779/CJGE201607016

# 黏土垫层水力-力学-化学耦合模型研究

张志红, 师玉敏, 朱 敏

(北京工业大学城市与工程安全减灾省部共建教育部重点实验室, 北京 100124)

**摘 要:** 在城市固废堆场建造运维、污染场地土壤、地下水围封阻隔等环境岩土、污染防治领域中, 均会涉及到土体力学行为、孔隙水流动以及污染物运移之间的耦合作用问题。将土体的固结变形分为由力学荷载引起的力学固结变形及由化学荷载引起的化学-渗透固结变形, 引入广义达西定律, 并考虑土体物理特性和输运性质的动态变化, 通过理论推导建立了适用于堆场黏土防渗垫层的水力-力学-化学耦合模型, 模型最大的特点是实现了土体固结变形、孔隙流体流动与污染物运移过程之间的全耦合, 各模型参数均能够体现耦合效应的影响。采用多场耦合有限元分析软件 COMSOL Multiphysics 对所建模型进行数值验证和求解, 模拟结果表明: 所建模型可从机理上描述水力-力学-化学全耦合过程, 模拟结果与 Peters 和 Smith 模拟结果吻合较好, 能够正确揭示超孔隙水压力、污染物浓度时空分布及土体固结变形的演化规律。

**关键词:** 水力-力学-化学耦合模型; 力学固结; 化学-渗透固结; 污染物; 运移

中图分类号: TU431 文献标识码: A 文章编号: 1000 - 4548(2016)07 - 1283 - 08

作者简介: 张志红(1976-), 女, 副教授, 硕士生导师, 主要从事环境岩土工程研究。E-mail: zhangzh2002@bjut.edu.cn。

## Coupled hydro-mechanical-chemical model for clay liner

ZHANG Zhi-hong, SHI Yu-min, ZHU Min

(The Key Laboratory of Urban Security and Disaster Engineering, Ministry of Education, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China)

**Abstract:** The interconnection among mechanical behaviors of soil, pore water flow and contaminant transport is always involved in the fields of environmental geotechnical engineering and controlling of pollution. The related problems include the construction and maintenance of urban solid waste yards, and the protection of soil and groundwater from pollution. The consolidation deformation of soil is divided into two parts: mechanical consolidation deformation caused by mechanical loading and chemo-osmotic consolidation deformation caused by chemical loading. Then, based on the generalized Darcy's law and considering dynamic variation of soil physical and transport properties, the coupled hydro-mechanical-chemical model for clay liner is established through theoretical deduction. The remarkable characteristic of the model is that it achieves a full coupling of the consolidation deformation of soil, pore fluid flow and contaminant transport processes. Furthermore, the parameters of the coupled model can also reflect the impacts of coupling effects. The finite element software COMSOL Mutiphysics is adopted to work out the solution of the proposed coupled model and verify its correctness. The numerical results illustrate that the established model can describe the coupled hydro-mechanical-chemical process through inquiring into mechanism. Moreover, the results agree well with those of Peters and Smith. The proposed model can accurately reveal the spatial and temporal distribution of the excess pore water pressure, contaminant concentrations and evolution consolidation deformation of soil.

**Key words:** coupled hydro-mechanical-chemical model; mechanical consolidation; chemo-osmotic consolidation; contaminant; transport

## 0 引 言

城市固废堆场建造运维等众多工程领域中, 评估黏土垫层阻隔效果不可或缺<sup>[1]</sup>, 由于固废堆体自重, 黏土垫层发生力学固结变形, 导致土体结构特性和渗透性能发生改变, 直接对污染物在垫层中的运移产生

影响<sup>[2-4]</sup>。并且试验研究表明, 当污染物在黏土中运移时, 黏土本身特有的双电层特性能够使得土体的体积和结构发生变化<sup>[5-7]</sup>。因此, 在复杂的填埋场环境下黏

基金项目: 国家自然科学基金面上项目 (51378035)

收稿日期: 2015 - 07 - 13

土垫层中土颗粒-孔隙水-污染物之间的各种作用并不是相互独立的,而是相互耦合、诱发、阻碍或推动,共同影响土体变形、孔隙水流动和污染物运移过程,而描述该耦合系统的核心是对适用于黏土垫层的水力-力学-化学耦合模型开展研究。

Kaczmarek 等<sup>[8-9]</sup>考虑了化学-力学固结过程,建立了适用于黏土的一维线性水力-力学-化学耦合模型。Peters 等<sup>[10]</sup>进一步完善了 Kaczmarek 的工作,建立了考虑对流影响的水力-力学-化学耦合模型,其数值结果表明对流作用阻滞了污染物的运移。之后, Li 等<sup>[11]</sup>将其由一维耦合模型推广到了二维。基于已有的研究成果, Witteveen 等<sup>[12]</sup>以渗透吸力作为控制变量建立了弹塑性化力耦合模型。

但是上述所建耦合模型均忽略了污染物在运移过程中土颗粒对其的吸附作用,而实际上对于黏土而言,土颗粒对污染物的吸附作用是污染物运移过程中不可忽略的重要机制。其次,当前研究较少考虑渗滤液水头对污染物运移的影响。然而调查结果表明中国正在运行的多座填埋场存在渗滤液水位高的问题<sup>[13]</sup>。另外填埋堆体自重作用下,防渗土层产生的固结变形会显著影响其物理特性及输运性质,因此,有必要建立一个能够综合考虑各种影响因素的水力-力学-化学全耦合模型,合理反映全耦合作用下土体固结变形的演化过程、孔隙流体流动规律以及污染物浓度的时空分布特征。

本文基于力学平衡方程,孔隙水、土骨架及污染物质量守恒原理以及广义达西定律建立了能够考虑土体物理特性和输运性质变化并能统一描述土体变形、孔隙流体流动、污染物扩散、对流和吸附现象的水力-力学-化学全耦合模型,并采用多场耦合分析有限元软件 COMSOL Multiphysics 对所建模型进行数值验证和求解。

## 1 水力-力学-化学耦合模型的建立

### 1.1 基本假定

- (1) 土体处于等温状态;
- (2) 土体是饱和和各向同性均质小变形线弹性体;
- (3) 污染物是水溶性的化学物质;
- (4) 土体中的固相颗粒、孔隙水和污染物本身不可力学压缩;
- (5) 土体变形、污染物运移只发生在竖直方向;
- (6) 渗流符合广义达西定律。

### 1.2 土体变形控制方程

对于一维小变形的均质饱和土体,其力学平衡方程为

$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + f_z = 0, \quad (1)$$

式中,  $\sigma_z$  为  $z$  方向的总应力,  $f_z$  为体积力,

$$f_z = [(1-n)\rho_s + n\rho_f] \cdot g, \quad (2)$$

其中,  $n$  为孔隙率,  $\rho_s$  和  $\rho_f$  分别为固体和孔隙流体的密度,  $g$  为重力加速度。

当土体中孔隙水向下渗流时,由有效应力原理可知:

$$\sigma' = \sigma - p_w = \sigma - u + \gamma_w h_0, \quad (3)$$

式中,  $\sigma'$  为土体的有效应力,  $p_w$  为孔隙水压力,  $u$  为超孔隙水压力,  $h_0$  为渗滤液静水头,  $\gamma_w$  为水的重度,  $\gamma_w h_0$  表征土体所受渗流力对有效应力的贡献。

由黏土固结变形的产生机理可知,土体总应变由两部分组成,一部分由力学固结变形引起,另一部分由化学-渗透固结变形引起,应力-应变本构关系可表示为

$$\sigma'_{ij} = C_{ijkl} (\varepsilon_{kl} - \varepsilon_{kl}^c), \quad (4)$$

式中,  $C_{ijkl}$  为刚度矩阵,  $\varepsilon_{kl}$  为总应变,  $\varepsilon_{kl}^c$  为污染物浓度变化引起的土体应变,可表示为<sup>[14]</sup>

$$\varepsilon_{kl}^c = g_{kl} (c - c_s), \quad (5)$$

式中,  $c_s$  为研究土体外部污染物浓度 ( $\text{kg/m}^3$ ),  $c$  为研究土体内的污染物浓度,  $g_{kl}$  为材料参数,一般来说,  $g_{kl} = a\delta_{kl}$ ,  $a$  为化学膨胀系数,  $\delta_{kl}$  为 Kronecker 符号。

将式 (5) 代入式 (4), 对于各向同性黏土材料,应力-浓度-应变本构关系可表示为

$$\sigma'_{ij} = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \varepsilon_{ij} + \frac{E}{(1+\nu)} \varepsilon_{ij} - \alpha \frac{E}{(1-2\nu)} (c - c_s) \delta_{ij}, \quad (6)$$

式中,  $E$  为弹性模量,  $\nu$  为泊松比。

竖向位移与应变可通过几何方程表示:

$$\varepsilon_z = -\frac{\partial w_z}{\partial z}, \quad (7)$$

式中,  $w_z$  为土体的竖向位移,  $\varepsilon_z$  为竖向应变。

将式 (2) ~ (7) 代入式 (1) 中,力学平衡方程可简化为

$$-2G \frac{1-\nu}{1-2\nu} \frac{\partial^2 w_z}{\partial z^2} - \alpha \frac{E}{(1-2\nu)} \frac{\partial c}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial z} - \gamma_w i + [(1-n)\rho_s + n\rho_f] \cdot g = 0, \quad (8)$$

式中,  $G$  为剪切模量,  $i = \frac{h_0}{H}$  为渗滤液水力梯度,  $H$  为

黏土垫层厚度,其中式 (8) 左边第二项和第三项分别体现了污染物浓度和超孔隙水压力对土体固结变形的贡献。若去掉方程第二项、最后一项以及渗流力的影响,式 (8) 可退化为不考虑体积力的经典一维 Biot 固结方程<sup>[15]</sup>:

$$-2G \frac{1-\nu}{1-2\nu} \frac{\partial^2 w_z}{\partial z^2} + \frac{\partial u}{\partial z} = 0 \quad (9)$$

1.3 孔隙流体流动控制方程

孔隙流体和固体的质量守恒为

$$\frac{\partial(\rho_f n)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_f n V_f)}{\partial z} = 0 \quad (10a)$$

$$\frac{\partial[\rho_s(1-n)]}{\partial t} + \frac{\partial[\rho_s(1-n)V_s]}{\partial z} = 0 \quad (10b)$$

由于  $V_s \partial(\rho_f n) / \partial z \approx 0$ ,  $V_s \partial[\rho_s(1-n)] / \partial z \approx 0$ <sup>[16]</sup>, 将式 (10a) 和 (10b) 两边分别除以  $\rho_f$ ,  $\rho_s$ , 然后相加可得

$$\frac{1}{\rho_f} \frac{\partial[\rho_f n(V_f - V_s)]}{\partial z} + \frac{\partial V_s}{\partial z} + \frac{(1-n)}{\rho_s} \frac{\partial \rho_s}{\partial t} + \frac{n}{\rho_f} \frac{\partial \rho_f}{\partial t} = 0 \quad (11)$$

式中,  $t$  为时间,  $V_s$  为土骨架变形的绝对速度,  $V_f$  为孔隙流体的绝对速度, 可分别表示为

$$V_s = \frac{\partial w_z}{\partial t} = \frac{\partial V_s}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial w_z}{\partial t} \right) = \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial w_z}{\partial z} \right) = -\frac{\partial \varepsilon_z}{\partial t} \quad (12)$$

$$V_f - V_s = V_r = \frac{1}{n} V \quad (13)$$

式中,  $V_r$  为孔隙流体相对于土骨架的速度,  $V$  为孔隙流体渗流速度。其中, 在超孔隙水压力梯度和渗滤液水力梯度共同作用下, 孔隙水的渗流速度可以通过 Darcy 定律表示为

$$v_h = -\frac{k_h}{r_w} \frac{\partial u}{\partial z} + k_h i \quad (14)$$

式中,  $k_h$  为水力传导系数。

根据化学渗透流动的机制可知, 在浓度梯度作用下, 孔隙水的流动可通过类似于 Darcy 定律的方式表示为

$$v_c = k_c \frac{\partial c}{\partial z} = \omega k_h \frac{\partial c}{\partial z} \quad (15)$$

式中,  $v_c$  为由于化学渗透流动引起的孔隙水流动速度,  $k_c$  为化学渗透传导系数,  $\omega$  为化学渗透有效系数。

因此孔隙水的流动速度包含三部分, 分别是由超孔隙水压力梯度、渗滤液水力梯度以及浓度梯度引起, 可用广义达西定律表示为

$$V = -\frac{k_h}{r_w} \frac{\partial u}{\partial z} + k_c \frac{\partial c}{\partial z} + k_h i \quad (16)$$

将式 (12)、(13)、(16) 代入式 (11), 可得孔隙流体流动的控制方程为

$$\frac{1}{\rho_f} \frac{\partial}{\partial z} \left[ \rho_f \left( -\frac{k_h}{r_w} \frac{\partial u}{\partial z} + k_c \frac{\partial c}{\partial z} + k_h i \right) \right] - \frac{\partial \varepsilon_z}{\partial t} + \frac{(1-n)}{\rho_s} \frac{\partial \rho_s}{\partial t} + \frac{n}{\rho_f} \frac{\partial \rho_f}{\partial t} = 0 \quad (17)$$

若不考虑孔隙流体和固体密度的变化, 且忽略渗滤液水力梯度及污染物浓度对孔隙水流动的影响时, 方程 (17) 可退化为经典一维水流连续性方程:

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( -\frac{k_h}{r_w} \frac{\partial u}{\partial z} \right) - \frac{\partial \varepsilon_z}{\partial t} = 0 \quad (18)$$

1.4 污染物运移控制方程

根据质量守恒定律, 污染物在土体中运移时一部分溶解在孔隙水中一起运动, 另一部分吸附在固体颗粒上, 随着土体固结变形而运动。

图 1 为一维坐标系下土体的代表性单元体, 土体固结过程中孔隙流体排出土体, 土骨架发生变形, 而污染物随着土骨架和孔隙流体发生竖向运移并通过单元体的上下表面。

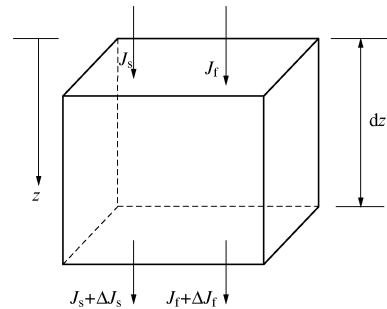


图 1 土体代表性单元体

Fig. 1 Representative elementary volume within soil

根据液相质量守恒 (不考虑源汇项) 可知:

$$\frac{\partial(nc)}{\partial t} = -\frac{\partial J_f}{\partial z} \quad (19)$$

式中,  $J_f$  为液相中污染物在  $z$  方向的质量通量, 由于黏土具有半透膜特性, 在液相中, 污染物的质量通量可以表示为

$$J_f = (1-\omega) \left[ \left( -nD \frac{\partial c}{\partial z} \right) + Vc \right] \quad (20)$$

式中,  $D$  为水动力弥散系数。当  $\omega=0$  时, 表示黏土半透膜特性不存在, 式 (20) 可简化为污染物在不考虑膜效应的变形黏土中的对流-弥散质量通量, 当  $\omega=1$  时,  $J_f=0$ , 该结论和理论事实一致, 即在理想的半透膜中, 污染物的运移完全被阻止。将式 (20) 代入式 (19) 可得

$$\frac{\partial(nc)}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial z} \left\{ (1-\omega) \left[ \left( -nD \frac{\partial c}{\partial z} \right) + Vc \right] \right\} \quad (21)$$

根据固相质量守恒可得

$$\frac{\partial[(1-n)\rho_s S]}{\partial t} = -\frac{\partial J_s}{\partial z} \quad (22)$$

式中,  $S$  为单位质量固体颗粒吸附的污染物的质量 (kg/kg),  $J_s$  为固相中  $z$  方向污染物的质量通量, 可表示为

$$J_s = (1-n)V_s \rho_s S \quad (23)$$

将式 (23) 代入式 (22) 可得

$$\frac{\partial[(1-n)\rho_s S]}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial z}[(1-n)V_s \rho_s S] \quad (24)$$

将液相和固相质量守恒方程相加可得整体污染物质量守恒:

$$\frac{\partial(nc)}{\partial t} + \frac{\partial[(1-n)\rho_s S]}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left\{ (1-\omega) \left[ \left( nD \frac{\partial c}{\partial z} \right) - Vc \right] \right\} - \frac{\partial[(1-n)V_s \rho_s S]}{\partial z} \quad (25)$$

式(25)中土体固结变形对污染物运移的影响主要体现在孔隙率的变化、固结变形导致的对流、固相吸附的污染物随土骨架变形的运动,以及渗透有效系数和弥散系数的变化项之中;而化学渗透流动主要体现在孔隙水流动速度及液相污染物质量通量影响项。

若不考虑土体的固结变形和化学渗透流动的影响,则污染物运移方程式(25)可以退化为刚性土体的传统运移模型,即

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} - V_f \frac{\partial c}{\partial z} - \frac{(1-n)\rho_s}{n} \frac{\partial S}{\partial t} \quad (26)$$

本文为简化计算采用线性等温吸附模式,则污染物运移方程式(25)可表示化简为

$$\frac{\partial(nc)}{\partial t} + \frac{\partial[(1-n)\rho_s K_d c]}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left\{ (1-\omega) \left[ \left( nD \frac{\partial c}{\partial z} \right) - Vc \right] \right\} - \frac{\partial[(1-n)V_s \rho_s K_d c]}{\partial z} \quad (27)$$

式中,  $K_d$  为线性吸附系数。因此,式(8)、(17)、(27)形成了控制土体变形、孔隙流体流动、污染物运移耦合的非线性偏微分方程组,其中每个控制方程中均包含3个独立未知量  $w_z$ ,  $u$ ,  $c$ 。该偏微分方程组中的重要参数如孔隙流体和固体密度、孔隙率、水力传导系数、水动力弥散系数、化学渗透有效系数均随着土体固结变形和污染物运移发生动态变化。

### 1.5 土体物理特性和输运参数

假定土体的固结变形是力学荷载和化学荷载共同作用下引起的力学固结和化学-渗透固结变形的叠加,则孔隙率总的变化可以描述为

$$\Delta n = n_0 - n = m_v (\sigma' - \sigma'_0) + m_c (c - c_0) \quad (28)$$

式中,  $m_v$  表征有效应力变化引起的体积变化系数,  $m_c$  表征污染物浓度变化引起的体积变化系数,  $\sigma'_0$  为土体初始有效应力,  $c_0$  为土体孔隙流体中初始时刻的浓度。其中力学固结变形引起孔隙率的变化体现在有效应力的变化项中,化学-渗透固结引起孔隙率的变化一部分体现在有效应力的变化项中,另一部分体现在污染物浓度变化项中。

为考虑孔隙流体和固体密度的变化,假设某时刻溶解在孔隙水中及吸附在土颗粒上的污染物质量分别为  $m_{sw}$ ,  $m_{ss}$ , 二者初始时刻质量分别为  $m_{sw0}$  和  $m_{ss0}$ ,

如不考虑污染物本身的体积对孔隙流体体积的改变以及土颗粒体积的变化,则孔隙流体和土颗粒密度的变化为

$$\begin{aligned} \Delta \rho_f &= \rho_f - \rho_{f0} = \frac{m_w + m_{sw}}{V_f} - \frac{m_{w0} + m_{sw0}}{V_{f0}} \\ &= \frac{\rho_w V_f + c V_f}{V_f} - \frac{\rho_w V_{f0} + c_0 V_{f0}}{V_{f0}} \\ &= c - c_0 \quad , \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} \Delta \rho_s &= \rho_s - \rho_{s0} = \frac{m_{s0} + m_{ss}}{V_{s0}} - \frac{m_{s0}}{V_{s0}} \\ &= \frac{(m_{s0} + S m_{s0}) - m_{s0}}{V_{s0}} = S \rho_{s0} \quad , \end{aligned} \quad (30)$$

式中,  $m_w$ ,  $m_s$  分别为某一时刻孔隙水和土颗粒的质量,  $m_{w0}$ ,  $m_{s0}$  分别为二者的初始质量,  $V_f$  为孔隙流体的体积,  $V_{f0}$ ,  $V_{s0}$  为孔隙流体和土颗粒的初始体积。

对于变形土体,水力传导系数应随着土体的固结变形而发生动态变化,水力传导系数与孔隙率之间的关系可近似表示为<sup>[17]</sup>

$$k_h \approx k_{h0} \left( \frac{n}{n_0} \right)^3 \quad , \quad (31)$$

式中,  $k_{h0}$  为初始状态的水力传导系数。

污染物在土体中的水动力弥散是分子扩散和机械弥散共同作用的结果,因此水动力弥散系数  $D$  可表示为有效分子扩散系数  $D_e$  和机械弥散系数  $D_L$  之和,即

$$D = D_e + D_L \quad , \quad (32)$$

$$D_e = \tau D_0 \quad , \quad (33)$$

$$D_L = \alpha_L V \quad , \quad (34)$$

$$\tau = n^m \quad , \quad (35)$$

式中,  $\alpha_L$  为纵向弥散度<sup>[18]</sup>,  $\tau$  为黏土的弯曲因子,可通过式(34)确定,其中  $m$  为经验参数<sup>[19]</sup>。

由此,式(8)、(17)、(27)、(28)~(35)共同构成了水力-力学-化学全耦合模型,该模型的优势主要体现在实现了黏土变形、孔隙流体流动和污染物运移过程之间的全耦合,不再是一般意义单向耦合或弱耦合,并且模型考虑了黏土的物理特性和输运性质的动态变化。

## 2 水力-力学-化学耦合模型数值求解

### 2.1 模型验证

由于本文所建耦合模型是一个高度复杂的非线性二阶偏微分方程组,难以获得其解析解,因此采用多场耦合分析有限元软件 COMSOL Multiphysics 对所建模型进行数值求解

为确保验证模型及数值结果的可靠性,考虑相同的耦合影响因素,在相同的定解条件下分别对本文所

建水力-力学-化学(HMC)耦合模型以及国外学者 Peters 等<sup>[10]</sup>的耦合模型开展数值求解, 并进行对比验证。为了便于分析和比较, 考虑相同的耦合因素, 因此需要忽略体积力、渗流力、且不考虑渗滤液水力梯度导致的对流项、污染物运移机制中的吸附项, 以及土体物理特性和输运性质的变化, 此时本文所建 HMC 耦合模型可退化为

$$-2G \frac{1-\nu}{1-2\nu} \frac{\partial^2 w_z}{\partial z^2} - \alpha \frac{E}{(1-2\nu)} \frac{\partial c}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial z} = 0, \quad (36)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( -\frac{k_h}{r_w} \frac{\partial u}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k_c \frac{\partial c}{\partial z} \right) - \frac{\partial \varepsilon_z}{\partial t} = 0, \quad (37)$$

$$\frac{\partial(nc)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[ \left( nD \frac{\partial c}{\partial z} \right) - Vc \right], \quad (38)$$

$$V = -\frac{k_h}{r_w} \frac{\partial u}{\partial z} + k_c \frac{\partial c}{\partial z}, \quad (39)$$

$$\Delta n = n_0 - n = m_v (\sigma' - \sigma'_0) + m_c (c - c_0). \quad (40)$$

采用退化后的耦合模型 (36) ~ (40) 模拟一维化学-渗透固结问题, 如图 2 所示, 假设黏土衬垫层厚度为  $H$ , 垫层上部施加力学荷载  $p=100 \text{ kPa}$ , 黏土层发生力学固结, 待到力学固结完成稳定后, 超孔隙水压力完全消散, 土层厚度为  $H'$ , 然后在土层上部源源不断的供给渗滤液, 取渗滤液为 NaCl 溶液, 不考虑土层中污染物的背景浓度, 其中模型参数如表 1 所示。

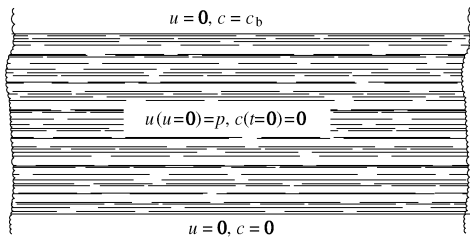


图 2 黏土垫层示意图

Fig. 2 Sketch map of clay liner

表 1 模型参数

Table 1 Model parameters

参数	物理意义	取值
$H$	黏土垫层初始厚度	1 m
$H'$	力学固结完成之后土层厚度	0.95 m
$c_b$	上边界污染源浓度	$230 \text{ kg/m}^3$
$k_h$	水力传导系数	$1.0 \times 10^{-10} \text{ m/s}$
$k_c$	化学渗透传导系数	$2.14 \times 10^{-13} \text{ m}^5/\text{kg/s}$
$n_0$	初始孔隙率	0.5
$\nu$	泊松比	0.3
$m_v$	有效应力变化引起的体积变化系数	$5.0 \times 10^{-7} \text{ ms}^2/\text{kg}$
$m_c$	污染物浓度变化引起的体积变化系数	$0.105 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{kg}$
$D$	分子扩散系数	$5.0 \times 10^{-10} \text{ m}^2/\text{s}$

注: 表 1 各参数取值与文献[8]相同。

虽然土体在外部荷载作用下力学固结已完成, 但是随污染物的运移, 土体将会逐渐发生化学-渗透固结过程, 其定解条件如下:

初始条件:

$$\left. \begin{aligned} u(z, 0) &= 0, \\ c(z, 0) &= 0 \quad (0 < z < H') \end{aligned} \right\} \quad (41)$$

上边界条件:

$$\left. \begin{aligned} u(0, t) &= 0, \\ c(0, t) &= c_b \quad (t \geq 0) \end{aligned} \right\} \quad (42)$$

下边界条件:

$$\left. \begin{aligned} u(H', t) &= 0, \\ c(H', t) &= 0 \quad (t \geq 0) \end{aligned} \right\} \quad (43)$$

在相同的材料参数和定解条件下, 首先建立一维黏土垫层几何模型, 划分单元格, 输入材料参数, 然后通过内置的 PDE 模块自定义输入本文所建立的数学耦合模型 (36) ~ (40), 进行数值求解, 结果如图 3, 4 所示, 表明超孔隙水压力、污染物浓度随深度的变化规律均与 Peters 和 Smith 的计算结果吻合良好。

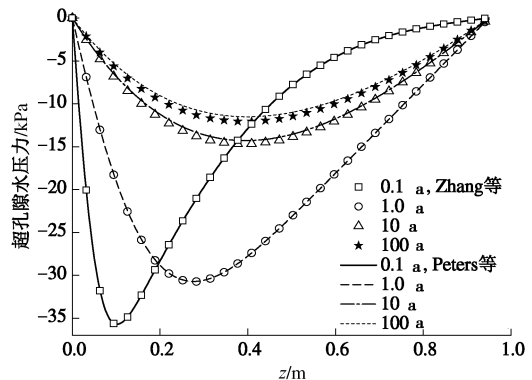


图 3 化学-渗透固结作用下超孔隙水压力随土层深度的分布  
Fig. 3 Distribution of excess pore water pressure with depth during chemo-osmotic consolidation of clay

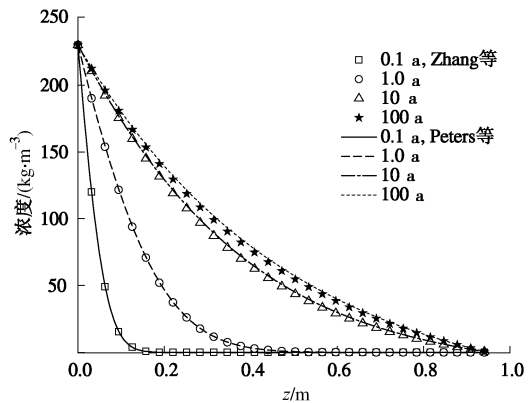


图 4 化学-渗透固结作用下污染物浓度随土层深度的分布  
Fig. 4 Distribution of contaminant concentration with depth during chemo-osmotic consolidation of clay

2.2 耦合模型数值求解

如果仅考虑土体力学固结过程而不考虑化学荷载引起的化学-渗透固结时, 本文所建水力-力学-化学(HMC)耦合模型式(8)、(17)、(27)、(28)~(35)可以退化为水力-力学(HM)耦合污染物运移模型。

假设有一厚度为1 m的黏土防渗层, 土层上下表面均排水, 上覆荷载瞬时施加, 即 $\frac{\partial p}{\partial t} = 0$ , 模型参数如表2所示, 不考虑土层中污染物的背景浓度, 并忽略体积力和渗流力, 定解条件为

初始条件:  $u(z, 0) = p = 100 \text{ kPa} \quad (0 < z \leq H)$

$c(z, 0) = 0 \quad (0 < z \leq H)$ 。

上边界条件: 透水、浓度为 $c_b$ 的自由位移边界,

下边界条件: 透水、浓度为0的固定位移边界。

表2 模型参数

Table 2 Model parameters

参数	物理意义	取值
$c_b$	上边界污染源浓度	230 kg/m <sup>3</sup>
$k_{h0}$	初始水力传导系数	1.0 × 10 <sup>-10</sup> m/s
$k_c$	化学渗透传导系数	2.14 × 10 <sup>-13</sup> m <sup>5</sup> /kg/s
$n_0$	初始孔隙率	0.5
$\rho_{s0}$	初始固相密度	2.7 × 10 <sup>3</sup> kg/m <sup>3</sup>
$\rho_{f0}$	初始孔隙流体密度	1.0 × 10 <sup>3</sup> kg/m <sup>3</sup>
$\nu$	泊松比	0.3
$m_v$	有效应力变化引起的体积变化系数	5.0 × 10 <sup>-7</sup> ms <sup>2</sup> /kg
$m_c$	污染物浓度变化引起的体积变化系数	0.105 × 10 <sup>-3</sup> m <sup>3</sup> /kg
$D_0$	初始分子扩散系数	5.0 × 10 <sup>-10</sup> m <sup>2</sup> /s
$i$	渗滤液竖向水力梯度	5.8

注: 各参数取值与文献[2, 6]相同。

采用 COMSOL Multiphysics 分别对 HMC 耦合模型, HM 耦合污染物运移模型进行数值求解, 图5~7分别为两种不同耦合模式下超孔隙水压力的分布规律、土体沉降量演化规律、以及污染物运移规律。

如图5所示, 考虑 HM 耦合时, 不同时刻土层各处的超孔隙水压力均为正值, 并在 1 a 时完全消散, 土体固结变形完成。考虑 HMC 耦合即土体受到力学和化学双荷载共同作用时, 不同时刻土体在不同深度处孔隙水受力状态不同, 孔隙水承受压力或吸力。由表3可知, 考虑 HMC 耦合作用下, 年限较短时, 由于距离堆体较近的浅层土体(如  $z=0.1 \text{ m}$  处)内孔隙水的化学渗透流动占主导作用, 导致浅层土体中超孔隙水压力为负值, 而在较深土层处, 由力学荷载产生的正超孔隙水压力未完全消散, 且由于孔隙水的化学渗透流动产生的负超孔隙水压力较小, 使得超孔隙水压力综合表现为正值; 随着时间的推移, 土体内由力学荷载产生的正孔隙水压力逐渐消散, 力学固结逐渐

完成, 而化学荷载引起的化学-渗透固结逐渐发展并占主导作用, 负超孔隙水压力逐渐遍布整个土层中, 随着污染物不断地向土体中运移, 土体内部与外部堆体之间及土体内部不同位置处的污染物浓度差逐渐减小, 由此产生的负超孔隙水压力逐渐减小, 当污染物源源不断供给且运移时间足够长时, 土体中各处的污染物浓度最终均将达到趋近源浓度值, 负超孔隙水压力即完全消散。

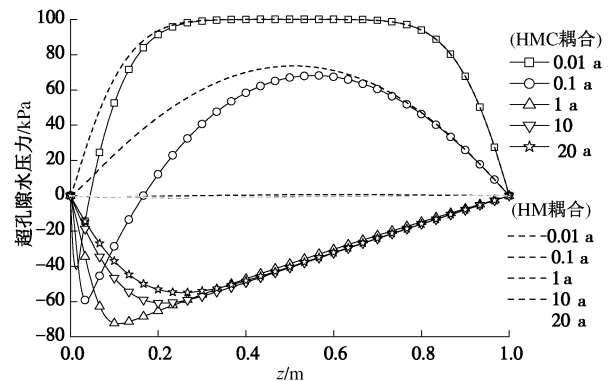


图5 超孔隙水压力随深度的分布规律

Fig. 5 Distribution of excess pore water pressure with depth

表3 不同深度处土体中超孔隙水压力

Table 3 Excess pore water pressures at different depths of soil

土层深度/m	不同年限时超孔隙水压力/kPa							
	考虑 HM 耦合				考虑 HMC 耦合			
	0.01 a	0.1 a	1 a	10 a	0.01 a	0.1 a	1 a	10 a
0.10	66.58	23.47	0	0	52.51	-28.73	-72.28	-46.56
0.25	97.76	53.1	0	0	97	27.83	-60.59	-59.96
0.50	100	73.58	0.54	0	100	66.91	-38.57	-40.78
0.75	97.89	55.42	0.52	0	97.88	54.18	-18.62	-20.18

由图6可知,  $z=0$ 处考虑 HMC 耦合即土体受到力学和化学双荷载共同作用时引起的土体沉降量比考虑 HM 耦合作用引起的土体沉降量大, 由于土体的固结变形实际上由力学荷载引起的力学固结变形以及化学荷载引起的化学-渗透固结变形两部分组成, 因此分别考虑 HMC 耦合与 HM 耦合时沉降量差异, 便是由于考虑污染物的运移对土体固结变形造成的影响, 即化学-渗透固结引起的土体沉降。20 a 时在  $z=0 \text{ m}$  处考虑 HM 耦合时土体沉降量为 50 mm, 而考虑 HMC 耦合时  $z=0 \text{ m}$  处土体沉降量为 68.5 mm, 相比于仅考虑力学固结变形时土体沉降量增加了 37%, 由此表明化学-渗透固结对土体的变形产生了不可忽略的影响。

由图7可知, 当运移时间较短时(小于 1 a), 考虑 HMC 耦合与考虑 HM 耦合对污染物运移影响差别不明显。随着运移时间的增加, 考虑 HMC 耦合时污染物运移比考虑 HM 耦合作用下污染物运移的缓慢, 在图7中表现为考虑 HMC 耦合时污染物浓度分

布曲线比考虑 HM 耦合时污染物浓度分布曲线偏左, 且土层深度剖面与浓度分布曲线的交点所对应的污染物浓度值也偏小。主要由于以下两方面原因: 一是考虑 HMC 耦合时土体变形不仅包含力学固结变形, 还包含了化学渗透固结引起的变形, 因此使得土体最终变形量更大, 土体渗透性能降低, 使得污染物运移减慢; 二是根据化学-渗透固结理论可知, 黏土半透膜不仅限制了污染物通过部分孔隙通道的扩散, 而且由于孔隙水化学渗透流动的方向与污染物扩散方向相反, 使得污染物运移受到阻滞, 而且, 当土体固结变形增大时, 土体更加密实, 使得黏土半透膜有效性增强, 阻滞污染物扩散作用更加显著。因此上述两方面原因均会减缓污染物运移, 导致相同的运移年限内, 某一深度处污染物浓度积累偏小。

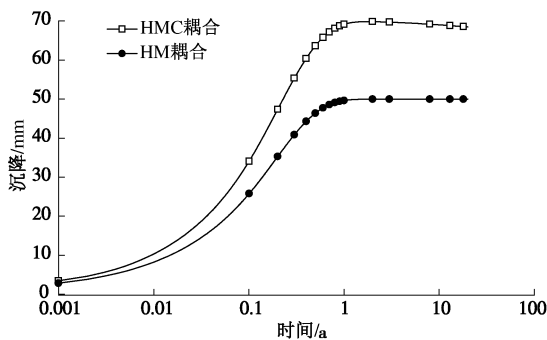


图 6  $z=0$  处土体沉降量随时间的变化规律  
Fig. 6 Settlements of clay at  $z=0$  with time

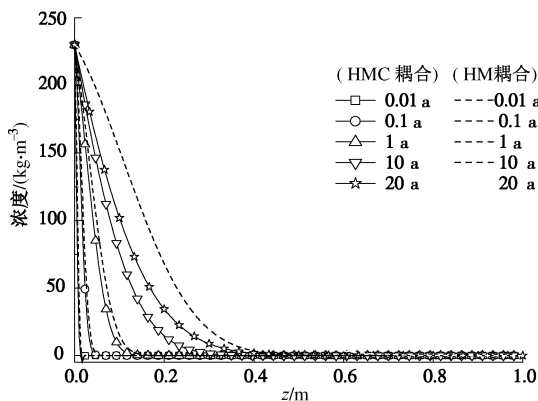


图 7 污染物浓度随深度的分布规律

Fig. 7 Distribution of contaminant concentration with depth

除此之外, 从图 7 中还可以看出, 随运移时间的增加, 考虑 HMC 耦合时污染物浓度分布曲线与考虑 HM 耦合时污染物浓度分布曲线之间的距离逐渐增大, 表明由化学荷载引起的土体化学-渗透固结过程对污染物运移规律的影响随时间的推移逐渐凸显。

### 3 结 论

本文基于黏土固结变形和污染物运移之间相互影

响机理, 建立了能够考虑土颗粒-孔隙水-污染物相互强耦合作用, 且适用于堆场黏土垫层的一维水力-力学-化学耦合数学模型, 采用多场耦合有限元软件 COMSOL Multiphysics 对简化之后的耦合模型进行数值求解, 验证了数学模型及数值结果的正确性, 并对不同的耦合模型进行了数值计算, 得出以下主要结论:

(1) 超孔隙水压力在土层中的分布同时受到力学荷载和化学荷载共同影响, 不同时刻土体在不同深度处超孔隙水压力可能为正值也可能为负值, 即孔隙水承受压力或吸力。

(2) 土体的固结变形实际上由力学荷载引起的力学固结变形以及化学荷载引起的化学-渗透固结变形两部分组成。在初期阶段, 力学固结对变形量贡献较大; 当力学固结完成之后, 土体内污染物达到平衡稳定之前, 土体的变形主要由化学-渗透固结控制。

(3) 化学-渗透固结过程一方面使得土体的固结变形增大, 土体渗透性能降低, 污染物运移减慢; 另一方面, 土体变形增大会使得黏土半透膜有效性增强, 不仅限制污染物通过部分孔隙通道的扩散, 而且由此引起孔隙水化学-渗透流动方向与污染物运移方向相反, 综合使得污染物运移受到阻滞。因此研究污染物在黏土垫层中运移规律时, 应综合考虑土体力学固结和化学-渗透固结对运移的影响。

### 参考文献:

[1] 陈云敏. 环境土工基本理论及工程应用[J]. 岩土工程学报, 2014, 36(1): 1 - 46. (CHEN Yun-min. A fundamental theory of environmental geotechnics and its application[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 2014, 36(1): 1 - 46. (in Chinese))

[2] ALSHAWABKEH A N, RAHBAR N, SHEAHAN T C, et al. Volume change effects on solute transport in clay under consolidation[C]// Advances in Geotechnical Engineering with Emphasis on Dams, Highway Materials, and Soil Improvement. Geo Jordan: Geotechnical Practice Publication, 2004: 105 - 115.

[3] ZHANG Z H, XU Z G, DU X L, et al. Impact of consolidation pressure on contaminant migration in clay liner[J]. Water Science and Engineering, 2013, 6(3): 340 - 353.

[4] 黄 璐, 赵成刚, 张雪东, 等. 输运性质受固结过程影响的污染物输运模型[J]. 岩土工程学报, 2010, 32(3): 420 - 427. (HUANG Lu, ZHAO Cheng-gang, ZHANG Xue-dong, et al. Contaminant migration model with consolidation dependent transport coefficients[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 2010, 32(3): 420 - 427. (in Chinese))

- [5] MITCHELL J K, GREENBERG J A, WITHERSPOON P A. Chemo-osmotic effects in fine-grained soils[J]. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, 1973, **99**(4): 307 - 322.
- [6] MARINE I W, FRITZ S J. Osmotic model to explain anomalous hydraulic heads[J]. *Water Resources Research*, 1981, **17**(1): 73 - 82.
- [7] FRITZ S J. Ideality of clay membranes in osmotic processes: a review[J]. *Clays and Clay Minerals*, 1986, **34**(2): 214 - 223.
- [8] KACZMAREK M, HUECKEL T. Chemo-mechanical consolidation of clays: analytical solutions for a linearized one-dimensional problem[J]. *Transport in Porous Media*, 1998, **32**(1): 49 - 74.
- [9] KACZMAREK M. Chemically induced deformation of a porous layer coupled with advective-dispersive transport. Analytical solutions[J]. *International Journal for Numerical & Analytical Methods in Geomechanics*, 2001, **25**(8): 757 - 770.
- [10] PETERS G P, SMITH D W. The influence of advective transport on coupled chemical and mechanical consolidation of clays[J]. *Mechanics of Materials*, 2004, **36**(5): 467 - 486.
- [11] LI Y C, CLEALL P J, THOMAS H R. Multi-dimensional chemo-osmotic consolidation of clays[J]. *Computers and Geotechnics*, 2011, **38**(4): 423 - 429.
- [12] WITTEVEEN P, FERRARI A, LALOU L. An experimental and constitutive investigation on the chemo-mechanical behavior of a clay[J]. *Géotechnique*, 2013, **63**(3): 244 - 255.
- [13] 兰吉武. 填埋场渗滤液产生, 运移及水位雍高机理和控制[D]. 杭州: 浙江大学, 2012. (LAN Ji-wu. Mechanism of leachate generation, transport and mound in MSW landfills and control of leachate level[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2012. (in Chinese))
- [14] 林 鑫, 杨庆生. 化学-力学耦合理论与数值方法[J]. *固体力学学报*, 2008, **29**(1): 7 - 12 (LIN Luan, YANG Qing-sheng. The basis equations of chemo-mechanical coupling and corresponding numerical analysis[J]. *Chinese Journal of Solid Mechanics*, 2008, **29**(1): 7 - 12. (in Chinese))
- [15] BIOT M A. Theory of elasticity and consolidation for a porous anisotropic solid[J]. *Journal of Applied Physics*, 1955, **26**(2): 182 - 191.
- [16] NOORISHED J, TSANG C F, WITHERSPOON P A. Coupled thermal-hydraulic-mechanical phenomena in saturated fractured porous rocks: numerical approach[J]. *Journal of Geophysical Research*, 1984, **89**(B12): 10365 - 10373.
- [17] HART R D, ST JOHN C M. Formulation of a fully-coupled thermal-mechanical-fluid flow model for non-linear geologic systems[J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and Geomechanics Abstracts*, 1986, **23**(3): 213 - 224.
- [18] 王洪涛. 多孔介质污染物迁移动力学[M]. 北京: 高等教育, 2008. (WANG Hong-tao. Dynamics of fluid flow and contaminant transport in porous media[M]. Beijing: High Education Press, 2008. (in Chinese))
- [19] 刘建国, 王洪涛, 聂永丰. 多孔介质中溶质有效扩散系数预测的分形模型[J]. *水科学进展*, 2004, **15**(4): 458 - 462. (LIU Jian-guo, WANG Hong-tao, NIE Yong-feng. Fractal model for predicting effective diffusion coefficient of solute in porous media. *Advances in Water Science*, 2004, **15**(4): 458 - 462. (in Chinese))