

DOI: 10.11779/CJGE201603001

三轴试样破坏后应变局部化影响的实验研究

邵龙潭^{1, 2}, 刘 港^{1, 2}, 郭晓霞^{1, 2}

(1. 大连理工大学工程力学系, 辽宁 大连 116085; 2. 工业装备结构分析国家重点实验室, 辽宁 大连 116085)

摘 要: 几乎所有土的本构关系模型研究都是以试验得到的土样的应力应变关系曲线为依据的。在此情况下, 应力应变关系曲线反映的是土样整体的变形特征, 土样被认为是单元体。在土的三轴试验中引入土样全表面变形场(局部变形)测量技术, 通过测量在土样表面标定的特征点的变形过程, 得到土样表面的局部变形特征。发现土样在发生剪切破坏后, 剪切带内和带外的变形特点截然不同。根据剪切带的发生和发展情况, 土样的变形可以分成破坏前、破坏和破坏后 3 个阶段, 在不同阶段土样表现出不同的变形性质。在破坏前阶段, 土样变形大体均匀, 此时整体的应力应变曲线具有代表性; 在破坏阶段, 土样在某一点(或几个点)开始出现破坏并逐渐发展, 最后形成贯穿的剪切带, 观测到的变形是剪切带内和剪切带外的土体变形的综合结果; 在破坏后阶段, 荷载(应力)不再增加, 剪切带外的上下两部分土体就像刚体一样变形不再增长, 观测到的土样“变形”仅仅来自于土样沿着剪切带的滑动。此时不能根据土样沿剪切带的摩擦滑移直接定义土样应变。土样整体的应力应变关系曲线是土样作为结构体的响应, 不是单元体的响应。据此认为: 土的本构关系模型研究应该包括土体未发生破坏时的应力应变关系、破坏准则和破坏后沿剪切带的摩擦滑动性质, 模型研究的重点在于破坏前阶段的应力应变关系的描述。所谓的临界状态其实是土样沿剪切带的类似于刚体滑动的状态。

关键词: 三轴试验; 表面变形场测量; 剪切带; 应力应变关系; 临界状态

中图分类号: TU41 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000 - 4548(2016)03 - 0385 - 10

作者简介: 邵龙潭(1963 -), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事土和孔隙介质力学基本理论研究、土工结构稳定分析、土工试验测试技术与仪器研发。E-mail: shaolt@dlut.edu.cn。

Effects of strain localization of triaxial samples in post-failure state

SHAO Long-tan^{1, 2}, LIU Gang^{1, 2}, GUO Xiao-xia^{1, 2}

(1. Department of Engineering Mechanics, Dalian University of Technology, Dalian 116085, China; 2. State Key Laboratory of Structural

Analysis of Industrial Equipment, Dalian 116085, China)

Abstract: Almost all the constitutive models for soils are established on the basis of the stress-strain relationship curve of soil samples. In this case, the stress-strain relationship curve reflects the deformation characteristics of a soil sample as a whole, in which the soil sample is considered as a representative element volume. In this paper, by adopting the deformation field (local deformation) over the entire surface of soil samples in triaxial tests, local deformation characteristics can be obtained by measuring the deformation process at the feature points over the surface of the soil samples. It is found that after the shear failure occurs the deformation feature in the shear band is quite different from that out of the shear band. According to the analysis of the occurrence and development of the shear band, the samples apparently exhibit three states during the tests, i.e., pre-failure, in-failure and post-failure, in correspondence to different deformation features. In the pre-failure state, the deformation of the entire sample is approximately uniform, and the global stress-strain curve is representative. In the failure state, failure occurs from a point (or some points) and develops gradually until the shear band cleaves the sample; in addition, the observed deformation for the entire sample may be the combination of deformations in the failure zones and non-failure zones. In the post-failure state, load (stress) does not continue to increase, and the deformation of the top and bottom blocks out of the shear band also does not continue to increase as a rigid body, and at the same time, the deformation is exclusively owing to the blocks of the sample sliding along the shear band. Therefore, it is not appropriate to define the strain of the sample to result from frictional sliding along the shear band. The stress-strain curve of the entire sample reveals structural response of soil, not an elementary response. So we think that the constitutive models for soils should include the stress-strain relationship of soils in the pre-failure state, failure criterion and frictional

基金项目: 国家自然科学基金项目(51309047)

收稿日期: 2015 - 01 - 29

sliding characteristic along the shear band in post-failure state. The important point of establishing the constitutive model is how to describe the stress-strain relationship of soils in the pre-failure state. The so-called "critical state" is actually a rigid sliding state along the shear failure surface.

Key words: triaxial test; measurement of surface deformation field; shear band; stress-strain relationship; critical state

0 引言

土的本构关系研究是土力学理论研究的重要内容,也是一个热点领域。迄今为止,已经建立和发展了数以百计的本构关系模型,主要包括土的线弹性模型(广义虎克定律)、土的非线性弹性模型(如Duncan-Chang模型^[1-2]等)、土的弹塑性模型(如剑桥(Cambridge)模型^[3-4]、拉德-邓肯(Lade-Duncan)模型^[5]、边界面模型^[6]、多屈服面模型^[7]等)、土的黏弹性模型(如Maxwell模型、Kelvin模型和Bingham模型^[8]等)及其他类型的模型。其中Roscoe等创建的剑桥模型以及为了建立此模型所提出的临界状态的概念具有非常重要的意义,并对后续的研究产生了非常重要的影响。

建立土的本构模型的依据是土材料试验。通常是取一定规格的土样,通过一系列的荷载试验得到其变形和受力的关系,进而得到土样的应力和应变的关系,以此为根据分析和推导土的本构关系,建立本构模型。这些模型描述的是土样整体的应力应变行为,在土样变形不均匀的情况下不能反映土样不同部位的受力和变形性状。

黄文熙在《土的工程性质》一书^[9]中提到在常规三轴仪上测定试样的应力和应变的方法是量测试样边界上的力和位移,并假定这些力和位移均匀地分布在试样上,但在大的轴向应变下,试样的应力是很不均匀的。主要原因是试样末端受到试样帽(和底座)的约束。因此,他从试验的角度介绍了尽量使试样均匀化的措施,并解释了一系列直接量测试样中应变的方法。目前国内外学者对土样局部变形特征研究做了很多工作,其中最具有代表性的是日本东京大学生产技术研究所后藤聪(Goto)、龙岗文夫(Tatsuoka)等^[10]人于1991年在常规三轴仪上开发了高精度微小应变测试装置——局部位移计(LDT),工作原理是以电阻应变片测量跟随土样一起变形的固定在土样外壁的铜箔(或其它导体)的变形来确定土样的变形,这种测量方法具有很高的测量精度,但缺点是难以适应大变形,而且只能获得个别断面的变形,并且在密封室的水中测量时操作困难。

本文通过引入局部变形测量系统的三轴试验得到了三轴土样全表面的变形分布,进而可以确定剪切

带的发生和发展过程。同时,根据测量得到的土样表面每一点的应力应变关系,可以发现剪切带内和带外的点具有不同的变形性质。分析剪切破坏过程与应力应变关系曲线之间的相关关系,可以将试样整体的应力应变曲线划分为具有不同性质的3个阶段,即破坏前阶段、破坏阶段和破坏后阶段。结果表明试样整体的应力应变曲线是土样作为结构体的响应而不是单元体的响应。尤其在破坏后阶段,观察到的土样变形或试样整体的“应变”其实是来源于土体沿着剪切带的滑动。此时剪切带外的土体不再变形,所谓的“应变”实际上是两个斜切体沿着剪切带的滑动位移,不能再将其称之为土体的“应变”。因此建议在建立本构模型时,不同的变形阶段用不同的本构模型来描述。土的本构理论应该包括土体未发生破坏时的应力应变关系、进入破坏状态的判别和破坏后沿剪切带的摩擦滑动性质3部分,模型研究的重点是破坏前土样的应力应变关系。

1 试验方法及结果分析

1.1 试验方法及试样参数

大连理工大学工业装备结构分析国家重点实验室邵龙潭教授团队自主开发研制的三轴试验土样全表面变形数字图像测量系统^[11-16]由改进的压力室和底座、数字图像传感器(CMOS)和镜头、摄像机支架、测控软件等部分组成。试验时拍摄试样前表面和反光镜中侧背表面的图像,通过数据拼接实现试样全表面的变形观测。为了追踪试样表面不同部位的变形,对于直径39.1 mm的土样,在包裹试样的橡皮膜上印制7 mm×7 mm的白色方框和3条白色标记线,将土样表面离散成若干个四节点单元。通过角点识别跟踪确定各个标志点的变形。

跟踪捕捉到每一特征点的信息后,对全表面数字图像测量系统拍摄的三幅图片进行节点重新编号、垂直轴心位置校核、误差修正和图像拼接,再应用有限元位移函数完成全表面应变场的计算^[15]。

同时,为了分析该图像测量系统的精度,对铝棒进行了三轴单调加载和循环加卸载试验,并在铝棒的横向和竖向方向上分别粘贴应变片测量径向和轴向变形。将应变片的结果作为真值,其精度可达 10^{-6} 微应

变。比较图像测量与应变片的测量结果, 两者吻合得很好。另外, 采用图像测量与量水管体变结果比较来分析该系统的精度, 图像测量得到的体变数据与体变传感器的量测数据也表现出了很好的一致性。上述精度检定试验结果表明, 该套系统的应变测量精度可达到 10^{-4} 量级^[16]。

应用上述测量系统, 通过计算可以得到试验过程中各个时刻土样表面的应力水平等值线图。应力水平定义为 $S = q/q_f$, 当 $S=1$ 时, 表明试样在该处出现剪切破坏。由此, 可通过观察 $S=1$ 的等值线的变化, 来确定剪切带的发生、发展以及带宽和带长的变化^[17]。

在三轴压缩试验中, 剪切带的破坏可能起源于试样的内部, 也可能起源于试样的表面。目前使用全表面数字图像测量的方法, 只能得到试样表面的变形。因此, 本文是通过分析试样表面的变形来研究剪切带的发生和发展过程。

试验土体选用硅微粉和福建标准砂。试样的基本参数见表1和表2。三轴试样直径39.1 mm, 高度80 mm。试验采用位移控制加载方式, 剪切速率为0.2 mm/min, 采集时间间隔为5 s, 试验工况见表3。

表1 硅微粉的基本参数

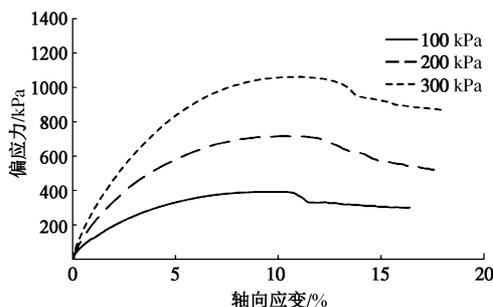
G_s	颗粒组成/%					C_u	C_c
	>2	2~0.5	0.5~0.25	0.25~0.075	<0.075		
	mm	mm	mm	mm	mm		
2.68	0.00	0.00	0.90	15.34	83.76	2.60	0.75

表2 福建标准砂的基本参数

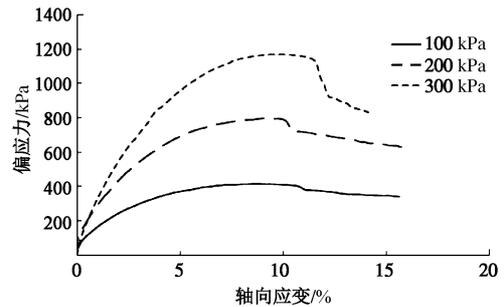
G_s	颗粒组成/%					C_u	C_c
	>2	2~0.5	0.5~0.25	0.25~0.075	<0.075		
	mm	mm	mm	mm	mm		
2.65	0.00	30.1	64.3	5.6	0.0	1.70	0.90

1.2 土样整体变形的应力应变特性

将表3中各组土样整体的应力应变关系曲线绘制在图1, 2中。



(a) 密度 1.40 g/cm^3 不同围压下试样应力应变曲线



(b) 密度 1.50 g/cm^3 不同围压下试样应力应变曲线

图1 硅微粉试验 T-1~T-6 的应力应变关系曲线

Fig. 1 Stress-strain relationship curves of samples T-1~T-6

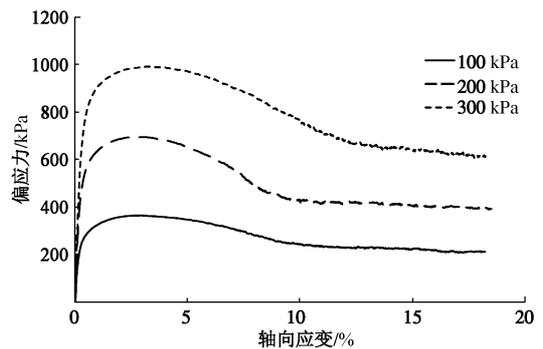


图2 福建标准砂试样 T-7~T-9 的应力应变关系曲线

Fig. 2 Stress-strain relationship curves of samples T-7~T-9

图1是硅微粉试样 T-1~T-6 的应力应变关系曲线。从曲线中可以看出, 试样在中密及密实状态下, 随着围压的增加, 应力应变曲线呈现相同的变化趋势, 即在加荷初期应力应变曲线增长较快, 在出现明显的转折点后偏应力出现峰值。围压越大, 其峰值出现时对应的轴向应变越大。

表3 三轴试验基本情况表

组号	材料	密度 $/(g \cdot cm^{-3})$	密实 状态	围压 /kPa	试验 条件
T-1	硅微粉	1.40	中密	100	干粉自由排气
T-2	硅微粉	1.40	中密	200	干粉自由排气
T-3	硅微粉	1.40	中密	300	干粉自由排气
T-4	硅微粉	1.50	密实	100	干粉自由排气
T-5	硅微粉	1.50	密实	200	干粉自由排气
T-6	硅微粉	1.50	密实	300	干粉自由排气
T-7	福建标准砂	1.57	中密	100	饱和固结排水
T-8	福建标准砂	1.57	中密	200	饱和固结排水
T-9	福建标准砂	1.57	中密	300	饱和固结排水

图2是福建标准砂试样 T-7~T-9 的应力应变关系曲线。该组试验在不同围压作用下曲线形式相同, 经

历应力硬化及软化阶段后，进入临界状态。

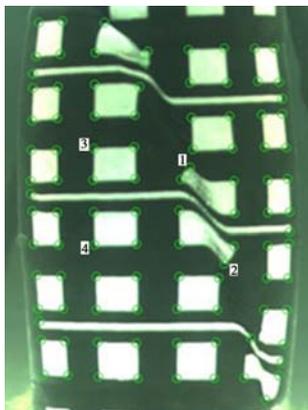
1.3 土样局部变形的应力应变特性

通过数字图像测量系统不但可以得到试样整体的应力应变曲线，还能够得到试样表面各点的应力应变曲线。

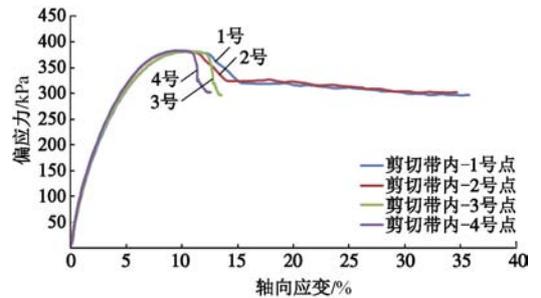
曲线中试样表面上每点的应变直接来自图像测量系统的结果。同时考虑到在试验过程中因试样侧向变形误差、“试样帽”和底座与试样之间的摩擦力及试样出现了一定程度的“鼓肚子”等现象对轴向荷载所产生的影响，每点的应力则取该点所在截面的平均应力，考虑了试样各截面的面积变化。即根据橡皮膜上的角点位置可以将试样分成12个截面，通过各个截面上的各角点的径向应变可求出该截面的平均面积，然后通过直接测量的轴向荷载来求得该试样上各个截面的平均轴向应力。

图3给出了硅微粉T-1试样中代表点的应力应变曲线。选取了两类代表点：剪切带内的点（点1和点2）和剪切带外的点（点3和点4），见图3(a)。

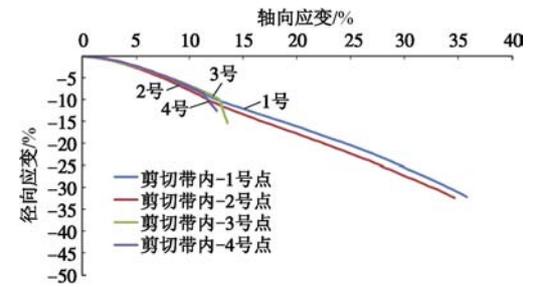
图3(b)给出了两种类型特征点的应力应变关系曲线。由图可见，在试验初始时各点的曲线重合，变形相同。随着变形的增加，应力应变曲线开始出现分叉，出现应变局部化现象。到达残余应力阶段时，剪切带内的点轴向“应变”持续增加，最大轴向应变可达35%，如图3(b)中的点1和点2所示。此时对应试样整体的轴向应变为16.5%，如图1(a)中的100 kPa曲线所示，剪切带内点的应变要远大于试样整体的轴向应变。剪切带外的点轴向应变在破坏后阶段不再继续增加，并且小于试样整体的轴向应变。此外，轴向应变-径向应变曲线、径向应变-偏应力曲线、体积应变-偏应力曲线等都有类似的变化规律，如图3(c)~3(f)所示。福建标准砂的试验结果与硅微粉相似，如图4所示。



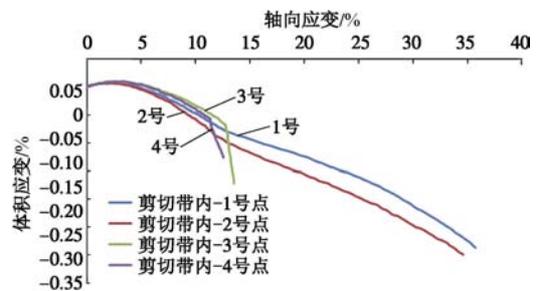
(a) 试样图像上选取的代表点



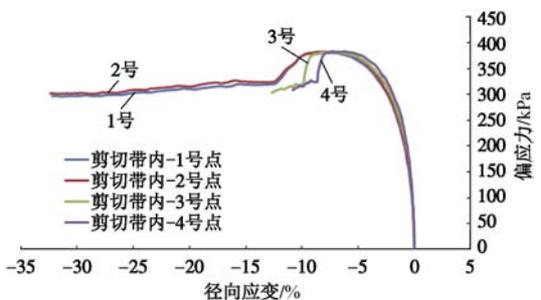
(b) 偏应力-轴向应变曲线



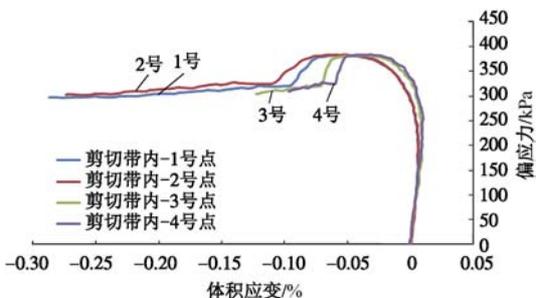
(c) 径向应变-轴向应变曲线



(d) 体积应变-轴向应变曲线



(e) 偏应力-径向应变曲线



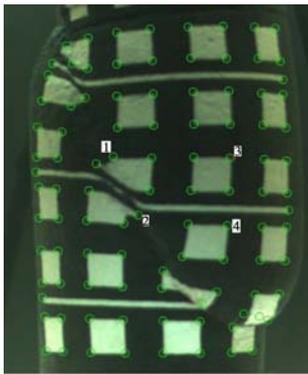
(f) 偏应力-体积应变曲线

图3 代表点的局部应力应变曲线 (T-1)

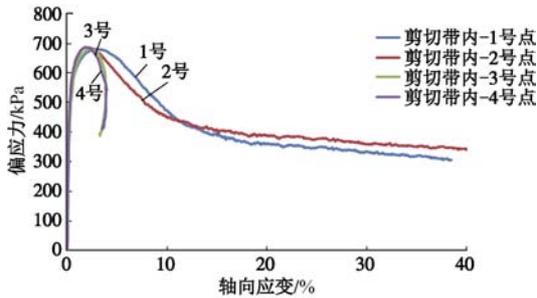
Fig. 3 Stress-strain relationship curves of representative point (T-1)

硅微粉和福建标准砂试样局部变形测量结果表明：剪切带内的点和带外的点（标注于图3和图4中）的应力应变关系曲线与试样整体的应力应变关系曲线

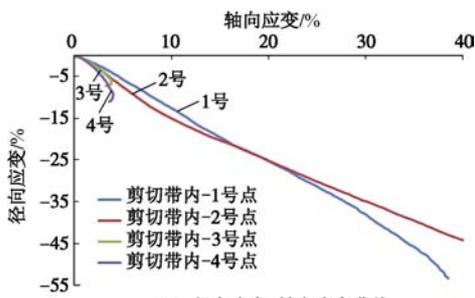
(如图1及图2所示)的性质不同。试样整体的应力应变关系曲线不能反映剪切带内、外点的不同特性,它是试样整体变形特性的表现,是破坏区和未破坏区土体应力应变关系特性的综合结果。此时,与局部特征点的变化情况相对应的整体应力应变关系曲线的不同阶段具有不同的物理意义(见后文的分析),有必要分开研究。因此,根据剪切破坏过程和应力应变曲线之间的相关关系,可以将试样整体的应力应变曲线分成具有不同性质的3个阶段,分别称为破坏前阶段、破坏阶段和破坏后阶段。



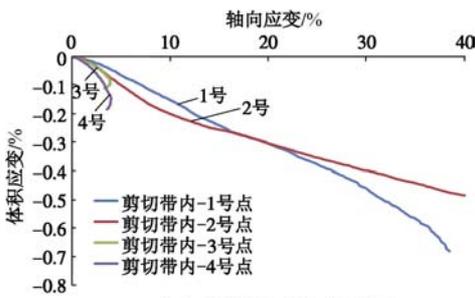
(a) 试样图像上选取的代表点



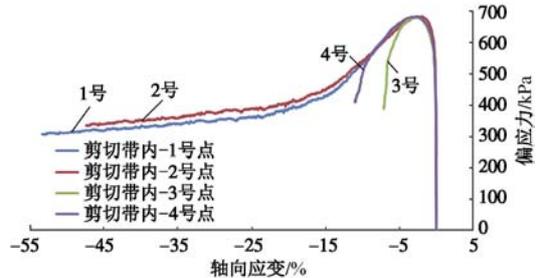
(b) 偏应力-轴向应变曲线



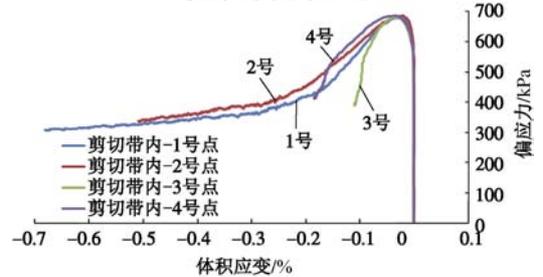
(c) 径向应变-轴向应变曲线



(d) 体积应变-轴向应变曲线



(e) 偏应力-径向应变曲线



(f) 偏应力-体积应变曲线

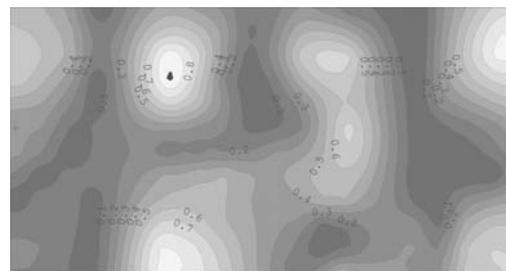
图4 代表点的局部应力应变曲线 (T-8)

Fig. 4 Stress-strain relationship curves of representative point (T-8)

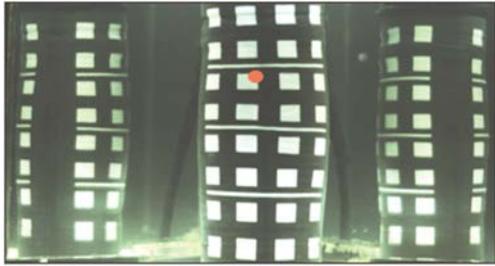
1.4 试样变形过程的三阶段

通过全表面数字系统测量系统采集的角点数据信息,利用有限元四节点等参元的计算方法,可以得到试验过程中三轴试样的实时全表面剪应变变形场。根据弹性力学中空间轴对称问题的物理方程,可得到实时的剪应力场(其中弹性模量 E 和泊松比 ν 通过邓肯-张双曲线模型确定)。进一步可得出试样表面应力水平的等值线图,其中定义应力水平 $S = q/q_t$,即一点在某一时刻的剪应力与其破坏时剪应力的比值^[17]。当试样某处 $S = 1$ 时,表明试样该处出现剪切破坏。由此可根据应力水平分布判断土样表面一点是否出现剪切破坏,通过跟踪观察 $S = 1$ 曲线的变化情况,可以描述渐进破坏带的变化过程。进而确定土样剪切破坏的发生、发展至贯穿、以及剪切带完全形成后滑动的时间点,并依此划分土样变形过程的不同阶段。

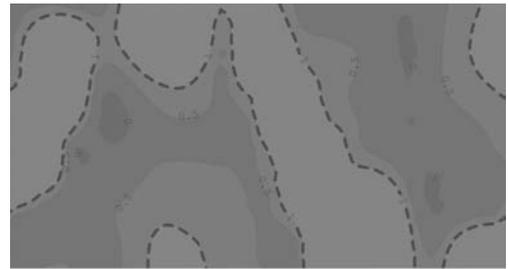
以试样编号为 T-2 的硅微粉试样三轴试验结果为例,分析试样剪切带的形成和发展。图5给出了整体轴向应变为 11.8%时的应力水平场图(图5(a))和对应的试样实物拍摄图(图5(b))。观察应力水平场图中 $S=1$ 的等值线,图5(b)中左上部的一点开始破坏,局部变形出现。显示剪切带的形成是从一点开始,然后逐渐发展。



(a) 应力水平场图



(b) 试样实物图

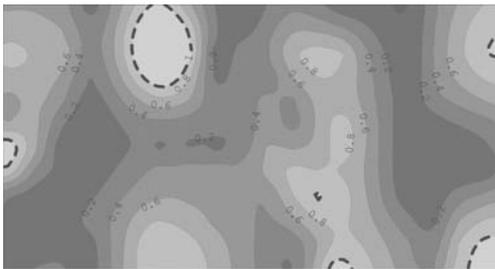


(a) 应力水平场图

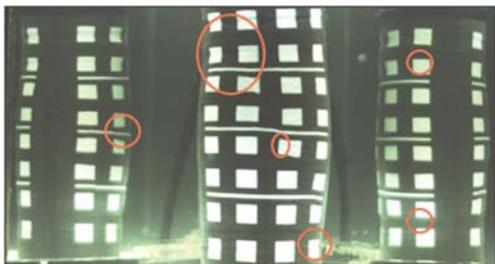
图 5 试样应力水平场图和试样实物图 ($\epsilon_1=11.8\%$)

Fig. 5 Stress level and deformation of samples ($\epsilon_1=11.8\%$)

图 6 和图 7 分别是试样在整体轴向应变为 13.4% 和 16.6% 时的应力水平场图和试样实物拍摄图。图 5 至图 7 描绘了试样表面剪切带的发展过程，从图 5 中的一点开始，不同的点依次出现剪切破坏，发展到图 6 中的几个小的破坏区域，最后逐渐连成一条带状区域，如图 7 所示。至此剪切带完全贯穿，图中红色线连成的区域即为剪切带，这个区域的发展变化与试样实物图上剪切带的变形一致。



(a) 应力水平场图

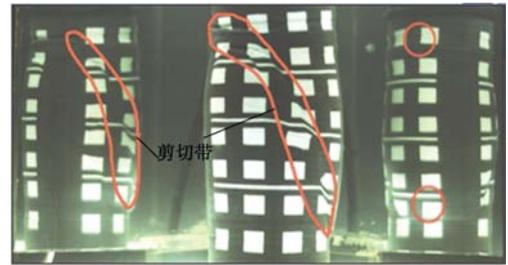


(b) 试样实物图

图 6 试样的应力水平场图和试样实物图 ($\epsilon_1=13.4\%$)

Fig. 6 Stress level and deformation of samples ($\epsilon_1=13.4\%$)

根据试验加载过程中土样的变形特点可以把土样的应力应变关系曲线分成 3 个阶段。如图 8 所示，第一阶段是试验开始至剪切破坏开始出现之前(OA 段)，第二阶段是剪切破坏开始发生至剪切带完全形成(AB 段)，第三阶段是剪切破坏后至试验结束(BC 段)，分别称为破坏前阶段(整体变形阶段)、剪切破坏阶段和破坏后阶段。同样，对于福建标准砂也有相似的结果，如图 9 所示。



(b) 试样实物图

图 7 试样的应力水平场图和试样实物图 ($\epsilon_1=16.6\%$)

Fig. 7 Stress level and deformation of samples ($\epsilon_1=16.6\%$)

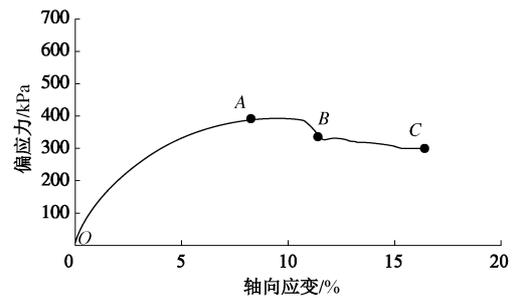


图 8 试样的应力应变关系曲线 (T-1)

Fig. 8 Stress-strain relationship curve of samples (T-1)

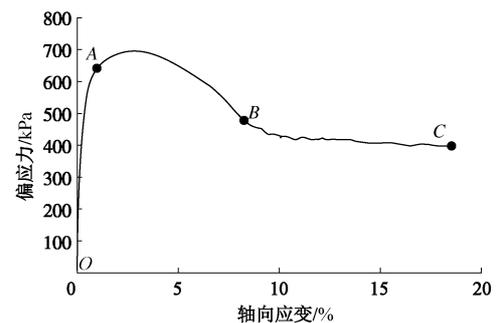


图 9 试样的应力应变关系曲线 (T-8)

Fig. 9 Stress-strain relationship curve of samples (T-8)

2 对土的本构关系研究的意义

上述试验结果表明：对于试验的土样，在整体应力应变曲线的峰值点前开始发生局部破坏。因此试样的真实剪切强度要低于峰值强度。破坏是从某一点开始，然后逐渐扩展至贯穿的一个过程。将土样受力和变形的整个过程分成 3 个阶段，每个阶段的变形机理

有着本质上的不同, 不宜用一个统一的本构模型来描述。

2.1 破坏前阶段

在土的本构理论研究中, 传统上是将土样视为单元体来分析, 得到的应力应变关系曲线是试样整体的变形特性的反映。然而, 土样全表面局部变形测量的结果表明, 土样整体的应力应变关系曲线显示的是土样作为结构体的行为, 而不是土体单元体的行为。只是在破坏前阶段, 土中各点的变形大体均匀, 试样可以被认为是一个均匀的单元体, 如图 10 所示。

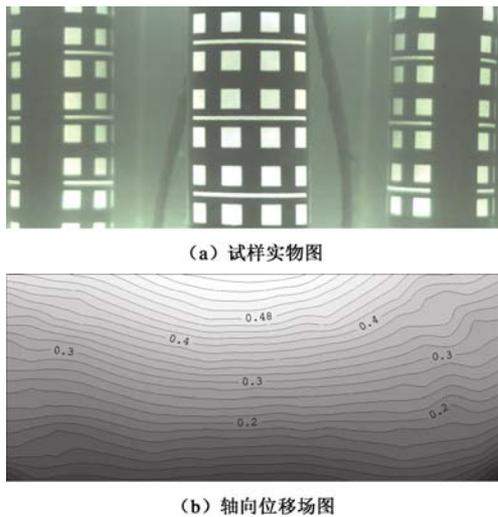


图 10 破坏前阶段试样变形分布 (T-1)

Fig. 10 Deformation distribution in pre-failure state (T-1)

从图 10 中可以看出, 整个试样变形相同, 试样表面没有出现剪切破坏。土样的变形随着荷载的增加而增大。这个阶段, 试样整体可以被看作是一个连续单元体。如图 11 所示, 剪切破坏前 OA 阶段各点的性质相同, 满足同一应力应变曲线特性。在这一阶段, 试样的变形过程是一个变形能不断积累的过程, 此时可以用弹性或者非线性弹性本构关系模型来描述其应力应变性质。土样整体可以被认为满足几何连续性条件。而出现局部变形之后, 各点的受力状态发生变化, 显现出不同的变化规律。

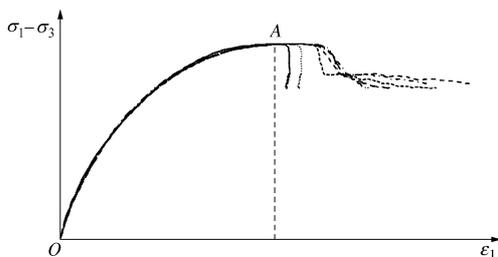


图 11 破坏前阶段应力应变曲线

Fig. 11 Stress-strain relationship curves in pre-failure state

2.2 破坏阶段

徐辉等^[18-19]指出, 在破坏阶段, 剪切带的变形主要是由于试验过程中土样颗粒之间的相对滑动使得材

料强度较弱的微结构单元发生破坏而出现了微缺陷, 这些微缺陷的成核、发展及合并造成的破坏逐步发展成宏观的裂纹。最终状态就是宏观裂纹形成时的状态, 即对应剪切带完全贯穿的时刻。

从图 12 中看出, 试样变形明显分成了两种形式。剪切带区域内试样的变形较大, 呈现出了不均匀的变化趋势; 剪切带外部区域则变形缓慢且均匀, 变形特征与破坏前阶段类似。剪切带外的土体保持着均匀特性, 这意味着剪切带外的土仍处于非线性弹性变形阶段。

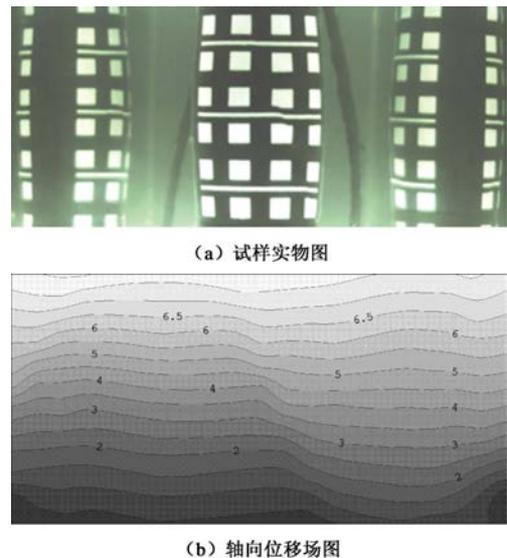


图 12 破坏中阶段试样变形分布 (T-1)

Fig. 12 Deformation distribution in in-failure state (T-1)

如前所述, 土样破坏是从某一点开始的。分析土样的变形过程可以发现, 一点的土体只有两种状态: 破坏和未破坏。未破坏时服从非线性弹性本构关系, 破坏时则服从摩擦规律。破坏阶段, 试样整体的变形是破坏区土体和未破坏区土体变形的合成, 未破坏点继续非线性弹性变形, 破坏点沿着剪切破坏方向滑动。

在此阶段, 随着剪切破坏区的发展, 当剪切带内土体处于静摩擦状态时仍然存在相对运动, 这是因为相互接触的土样沿相对运动切线方向存在柔性。当变化的外力小于最大静摩擦力时, 由于相互接触表面的变形而产生的微小位移, 随着位移的逐渐增加, 相对运动表面上越来越多的突起联结点断开, 最后土样发生滑动^[20-21], 试样被剪切带斜切成了上下两块土体 (简称斜切体)。斜切体接触表面之间产生了接触作用力, 此时试样受到的轴向压力则是主要抵抗这部分作用力。

2.3 破坏后阶段

在破坏后阶段, 剪切带已经完全贯穿试样。试样整体的变形几乎完全是上下两部分土体沿着剪切带滑动的结果。变形测量结果表明剪切带内和剪切带外的

土的变形机制是不同的。在剪切破坏区外的土体几乎不再有变形增长，但是仍然满足几何连续性条件；而在破坏区之内的土体则不再满足几何连续性条件。此时土体沿着剪切破坏面滑动，变形持续增长，但荷载和滑动面上的应力不再增加。

如图 13 所示，因为剪切带已经贯穿整个土样，所以变形集中在剪切带内。剪切带内的土体结构完全破损。这个阶段试样的轴向变形持续增长，试样的应力不再增加，体积只有略微的变化。观测到的土样整体的变形来源于土体沿着剪切带的滑动，剪切带外的土体不再有变形增长。此时，所谓的“应变”实际上是两个斜切体沿着剪切破坏面滑动的位移量，不应该再将其称之为土体的“应变”。

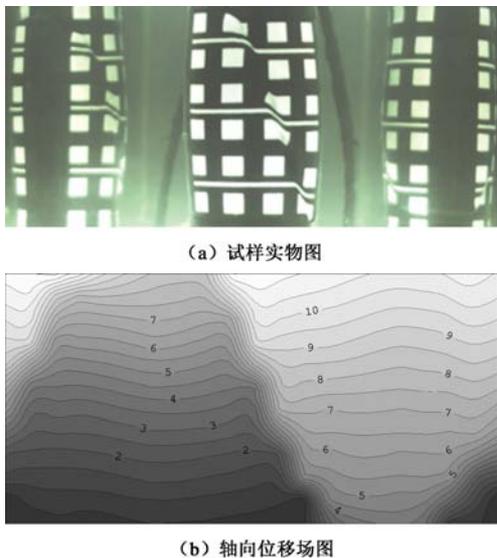


图 13 破坏后阶段试样变形分布 (T-1)

Fig.13 Deformation distribution in post-failure state (T-1)

此时试样可以看成是由橡胶膜包裹的两个单独的圆柱斜切体模型，且两圆柱斜切体之间存在着摩擦滑动，但斜切体自身基本不变形。试样所受的轴向应力基本保持不变，该部分应力主要用来抵抗圆柱斜切体在滑动过程中沿剪切带的摩擦阻力。破坏后阶段反映的是一个摩擦耗散的过程。图 14 给出了剪切带滑动截面受力分析示意图。

根据滑动摩擦的定义 $F = \mu N$ （此时摩擦系数 μ 与残余强度相关），并结合图 14 中的受力示意图，可以推导出偏应力 q 与平均应力 p 的关系式：

$$q = M'p \quad (1)$$

其中，

$$M' = \frac{3\mu(1 + \tan^2 \theta)}{\mu \tan^2 \theta - 3 \tan \theta - 2\mu} \quad (2)$$

式中， θ 为剪切带的剪破角， μ 为沿剪切带滑动面的摩擦系数。

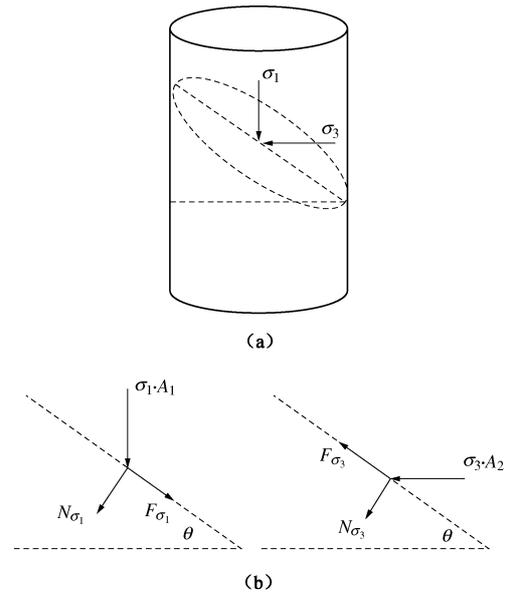


图 14 剪切带滑动截面受力分析示意图

Fig. 14 Schematic diagram of force analysis of slip contact surface

由上述结果可见，临界状态实际上就是一个类似滑动摩擦的过程，只不过这个摩擦过程比较复杂，与剪切带的剪破角 θ 和剪切带滑动面的摩擦系数 μ 相关。根据周葆春等^[22]的研究结果，对于同一种土，超固结比决定了是应变强化还是应变软化，且决定了应变软化的程度，但试样最终会达到一个统一的临界状态，具有大体相同的残余强度，那么同一种土摩擦系数 μ 是常数，同时对同一种土 θ 也是常数^[23]，因此 M' 的值是一个常数。即式 (1) 是一个线性公式，它反映了一种纯摩擦的机制。

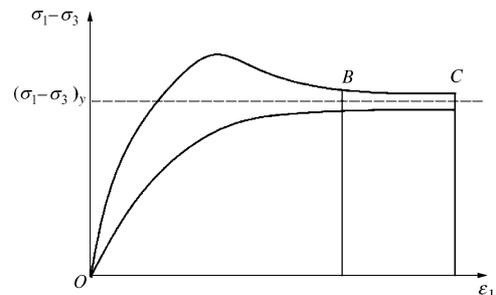
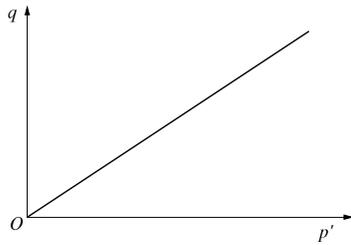


图 15 土体的应力应变曲线

Fig. 15 Stress-strain relationship curves of samples

因此，本文中的破坏后阶段也就是 Roscoe 提出的临界状态阶段：土体在剪切试验的大变形阶段，它趋向于最后的临界状态，即体积和应力不变，而剪切变形处于持续不断发展和流动的状态^[24]，如图 15 中 BC 段所示。并且平均有效应力 p' 和偏应力 q 呈线性关系，如图 16 所示。其本质就是两个斜切体沿着剪切破坏面的“类刚体”滑动。临界状态方程中的应力方程其实是土样剪切破坏面上内力平衡条件的表征，不是土样整体作为单元体的应力应变性态的表征。

图 16 $p'-q$ 关系曲线Fig. 16 $p'-q$ curve

在实际的工程问题分析中,应用 Roscoe 提出的临界状态模型可以有效地解决各类工程问题,但是该模型反映的是试样整体的变形特性,不能准确地表现剪切带内及带外的试样变形的不同特点,也没有反映出试样在各个不同阶段的变形机理。因此,在试样的不同变形阶段,应该构建不同的本构模型以求更准确地反映其受力和变形机理。

对于在实际工程结构中尺寸和试样尺寸相当的土体,当它历经与试验相同的荷载过程时,即使显现出与土样相同的受力变形过程,也不能认为以土样整体的应力应变过程曲线建立的本构模型就是合理的,原因是它并不能从本质上反映土体受力和变形过程的物理机制。

当我们依据实测的剪切带内的点的应力“应变”过程建立本构关系时,虽然可以考虑材料从固态到流态的变化建立整个变形过程的一体化本构模型;但是在应力不再增加而变形持续增长的情况下,应用摩擦公式已经能够很好地反映滑动面上的受力变形机理,并没有必要建立相应的应力应变关系模型。

3 结 论

通过分析土样的局部变形特性及不同阶段的变形机理,把土样的受力变形过程和整体的应力应变曲线分成破坏前阶段、破坏阶段和破坏后阶段。

(1) 在破坏前阶段,土样各部分变形大体均匀,各点的变形性质相同,基本满足同一应力应变曲线,土样可以被看作是一个单元体。

(2) 在破坏阶段,土样从某一点(REV)开始出现破坏并逐渐发展,最后形成贯穿的剪切带,观测到的土样整体的变形是剪切带内和带外土体变形的综合结果。

(3) 在破坏后阶段,观测到的土样的变形完全源于土体沿着剪切带的滑动,即上下两个斜切体沿着剪切带的滑移,不能再据此计算土样的“应变”。

(4) 土体一点只有不破坏和破坏两种状态。不破坏时服从应力应变本构规律,破坏时服从摩擦规律。土的本构理论应包括土体未发生破坏时的应力应变关系、破坏准则和破坏后沿剪切面的摩擦滑动性

质,研究的重点在于破坏前阶段的应力应变性质。

(5) 临界状态对应破坏后阶段,实际上是土体沿着剪切带的滑动摩擦过程。

参考文献:

- [1] DUNCAN J M, CHANG C Y. Nonlinear analysis of stress-strain in soils[J]. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, 1970, **96** (SM5): 1629 - 1653.
- [2] DUNCAN J M, BYRNE P, WONG K S, et al. Strength, stress-strain and bulk modulus parameters for finite element analysis of stresses and movements in soil masses[R]. Berkeley: University of California, 1978.
- [3] ROSCOE K H, SCHOFIELD A N, WORTH C P. On the yielding of soils[J]. Géotechnique, 1958, **8**(1): 22 - 53.
- [4] ROSCOE K H, SCHOFIELD A N, THURAIRAJAH A. Yielding of clays in states wetter than critical[J]. Géotechnique, 1963, **13** (1): 211 - 240.
- [5] LADE P, DUNCAN J M. Elastoplastic stress - strain response: cohesive soils[J]. J Geotech Eng Div, 1975, **101**(10): 1037 - 1053.
- [6] DAFALIAS Y F, HERRMANN R. A bounding surface soil plasticity model[C]// Proc Int Symposium Soil under Cyclic and Transient Loading. Swansea, 1980.
- [7] 沈珠江. 土的重屈服面应力应变模型[J]. 固体力学学报, 1984(2): 163 - 174. (SHEN Zhu-jiang. A Stress-strain model for soils with three yield surfaces[J]. Acta Mechanica Solida Sinica, 1984(2): 163 - 174. (in Chinese))
- [8] 龚晓南. 土塑性力学[M]. 杭州: 浙江大学出版社, 1999. (GONG Xiao-nan. Soil plasticity mechanics[M]. Hangzhou: Zhejiang University Press, 1999. (in Chinese))
- [9] 黄文熙. 土的工程性质[M]. 北京: 水利电力出版社, 1983: 407 - 414. (HUANG Wen-xi. Engineering properties of soil[M]. Beijing: Water Resources and Electric Power Press, 1983: 407 - 414. (in Chinese))
- [10] GOTO S, TATSUOKA F. A simple gauge for local small strain measurement in the laboratory[J]. Soils and Foundations, 1991, **31**(1): 169 - 180.
- [11] 邵龙潭. 土力学研究与探索[M]. 北京: 科学出版社, 2011. (SHAO Long-tan. Research and exploration in soil mechanics[M]. Beijing: Science Press, 2011. (in Chinese))
- [12] 程 丽. 三轴试样表面应变场测量的应用研究初步[D]. 大连: 大连理工大学, 2008. (CHENG Li. Preliminary application study on strain field measurement of triaxial specimen[D]. Dalian: Dalian University of Technology, 2008. (in Chinese))

- [13] 王助贫, 邵龙潭, 孙益振. 基于数字图像测量技术的粉煤灰三轴试样剪切带研究[J]. 岩土工程学报, 2006, **28**(9): 1163 - 1167. (WANG Zhu-pin, SHAO Long-tan, SUN Yi-zhen. Study on shear band of fly ash triaxial specimen based on digital image processing technique[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2006, **28**(9): 1163 - 1167. (in Chinese))
- [14] 刘永禄. 数字图像测量技术在岩土工程试验中的应用研究[D]. 大连:大连理工大学, 2008. (LIU Yong-lu. Study on the application of digital image measure technique in geotechnical engineering[D]. Dalian: Dalian University of Technology, 2008. (in Chinese))
- [15] 鞠 鹏. 三轴土样变形数字图像测量误差修正和数据处理[D]. 大连: 大连理工大学, 2010. (JU Peng. The error correction and data processing of digital image processing method based on the tri-axial test[D]. Dalian: Dalian University of Technology, 2010. (in Chinese))
- [16] 刘 潇. 三轴试验土样全表面变形测量方法及其应用[D]. 大连: 大连理工大学, 2012. (LIU Xiao. Method of whole surface deformation measurement for soil specimen in triaxial tests and its application[D]. Dalian: Dalian University of Technology, 2012. (in Chinese))
- [17] 邵龙潭, 刘 港, 薛 杰, 等. 基于三轴试验全表面数字图像测量技术的硅微粉剪切带研究[C]// 胡黎明, 梅国雄, 吴志斌, 等. 第八届全国青年岩土力学与工程会议暨青年华人岩土工程论坛论文集. 武汉:武汉大学出版社, 2013: 129 - 135. (SHAO Long-tan, LIU Gang, XUE Jie, et al. Study on the shear zone of silica micropowder by triaxial test with digital image method for deformation measurement of the whole surface of specimen[C]// HU Li-ming, MEI Guo-xiong, WU Zhi-bin, et al, eds. Proc of the 8th Chinese Youth Forum and Conference on Geotechnical Engineering Conference. Wuhan: Wuhan University Press, 2013: 129 - 135. (in Chinese))
- [18] 徐 辉, 王靖涛, 卫 军. 基于颗粒滑动分析的砂土损伤本构模型[J]. 岩石力学与工程学报, 2007(增刊 2): 4367 - 4371. (XU Hui, WANG Jing-tao, WEI Jun. A damage constitutive model for sandy soil based on analysis of grain sliding[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2007(S2): 4367 - 4371. (in Chinese))
- [19] 徐 辉, 张光永, 王靖涛. 砂土的应力路径损伤本构模型[J]. 重庆建筑大学学报, 2008, **30**(4): 121 - 124. (XU Hui, ZHANG Guang-yong, WANG Jing-tao. A stress path damage constitutive model for sand[J]. Journal of Chongqing Jianzhu University, 2008, **30**(4): 121 - 124. (in Chinese))
- [20] 原大宁, 刘丽兰, 刘宏昭, 等. 滑动摩擦模型研究现状[J]. 系统仿真学报, 2009, **21**(4): 1142 - 1147. (YUAN Da-ning, LIU Li-lan, LIU Hong-zhao, et al. Progress of pre-sliding friction model[J]. Journal of System Simulation, 2009, **21**(4): 1142 - 1147. (in Chinese))
- [21] 徐 辉, 韩青锋, 连晓伟, 等. 黏性土固结不排水剪切的滑动损伤模型研究[J]. 岩土力学, 2008, **29**(9): 2383 - 2386. (XU Hui, HAN Qing-feng, LIAN Xiao-wei, et al. A damage constitutive model for clay based on the analysis of sliding of skeleton grains[J]. Rock and Soil Mechanics, 2008, **29**(9): 2383 - 2386. (in Chinese))
- [22] 周葆春, 王靖涛. 论土体应力应变关系曲线类型和临界状态[J]. 重庆建筑大学学报, 2008, **30**(1): 63 - 67. (ZHOU Bao-chun, WANG Jing-tao. On the type of stress-strain relation curves and the critical state for soils[J]. Journal of Chongqing Jiangzhu University, 2008, **30**(1): 63 - 67. (in Chinese))
- [23] 李 蓓, 赵锡宏, 董建国. 上海黏性土剪切带倾角的试验研究[J]. 岩土力学, 2002, **23**(4): 423 - 427. (LI Pei, ZHAO Xi-hong, DONG Jian-guo. Experimental study on shear band inclination in Shanghai clay[J]. Rock and Soil Mechanics, 2002, **23**(4): 423 - 427. (in Chinese))
- [24] 赵成刚, 白 冰, 等. 土力学原理[M]. 北京: 清华大学出版社, 2009. (ZHAO Cheng-gang, BAI Bing, et al. Fundamentals of soil mechanics[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2009. (in Chinese))