

DOI: 10.11779/CJGE201511018

长期交通荷载作用下路基沉降的实用计算方法

张幸幸^{1,2}, 张建民¹, 温彦锋²

(1. 清华大学水沙科学与水利水电工程国家重点实验室, 北京 100084; 2. 流域水循环模拟与调控国家重点实验室
(中国水利水电科学研究院), 北京 100038)

摘要: 目前尚没有方法能很好地预测长期不规则交通荷载引起的路基沉降变形。土在长周次微小振幅荷载作用下产生塑性变形的机理尚不清楚, 现有弹塑性理论也很难描述这种变形。基于等价黏弹塑性模型的理论, 提出了一个实用的预测长期交通荷载作用下路基沉降的计算方法。等价黏弹塑性模型由两部分组成: 一部分为黏弹性模型, 用于计算地基的动力响应, 采用了 Ramberg-Osgood 动剪切模量公式和 Hardin-Drnevich 阻尼比公式; 另一部分为计算残余应变的经验公式。根据动三轴试验所揭示的无黏性土在长周次循环荷载作用下的变形特点, 以及移动荷载作用下路基土单元动应力过程的特点, 建立了本模型中计算残余应变的经验公式。在得到各单元的残余应变后, 可结合有限元方法计算得到路基的沉降。

关键词: 黏弹性模型; 路基; 沉降; 交通荷载; 有限元法

中图分类号: TU43 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-4548(2015)11-2067-06

作者简介: 张幸幸(1985-), 女, 博士研究生, 主要从事土的动本构模型和土石坝数值计算的研究。E-mail: zhangxx@tsinghua.org.cn。

Practical method to predict settlement of subgrade induced by long-term traffic loads

ZHANG Xing-xing^{1,2}, ZHANG Jian-min¹, WEN Yan-feng²

(1. State Key Laboratory of Hydrosience and Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China; 2. State Key Laboratory of Simulation and Regulation of Water Cycle in River Basin, China Institute of Water Resources and Hydropower Research, Beijing 100038, China)

Abstract: There are still no effective methods to predict the settlement of subgrades caused by long-term irregular traffic loads. The mechanism of the plastic deformation caused by slight long-term dynamic loads has not been understood. And the existing plastic theory can hardly involve this type of deformation. In order to solve this problem, a practical method is proposed based on an equivalent visco-elasto-plastic model. The model consists of two components. The first is a visco-elastic model, in which dynamic modulus is determined by Ramberg-Osgood equations and the damping ratio is determined by the equation proposed by Hardin and Drnevich. The other is empirical equation determines the residual strain, which is based on the stress process in subgrade foundation caused by traffic loads and the characteristics of residual strain tested by dynamic triaxial tests. After the stress process is obtained using the finite element analysis, the residual strain of every element can be determined by the empirical equation, then the settlement of the subgrade can be predicted. A simple example is presented to illustrate this procedure.

Key words: visco-elastic model; subgrade; settlement; traffic load; finite element method

0 引言

铁路和公路路基在交通荷载的长期作用下会产生累积变形, 从而给高速运行的车辆带来安全隐患。这一问题已经受到岩土工程界的广泛关注, 但对于交通荷载引起的、超长循环周次的加卸载作用下土体的变形, 尚没有很好的方法进行描述。反映循环荷载作用下土体变形的本构模型, 可以分为黏弹性模型和弹塑

性模型两大类, 弹塑性模型可同时计算土体的动应变响应和残余应变, 但是在每个加载周次都需要采用多步积分的计算方式, 对于交通荷载这样长达数万次、甚至百万次量级的超长循环荷载作用引起的变形, 很

基金项目: 铁道部科技研究开发计划重点课题 (2012G013-F)

收稿日期: 2014-09-28

难采用弹塑性模型进行计算。同时,在现有的弹塑性理论框架下,微小的动应力作用通常不能产生塑性应变,因而这样长周次的小幅荷载引起的永久变形,也很难用现有的弹塑性模型描述。黏弹性模型本身不能反映残余应变, Taniguchi 等^[1]、陈生水等^[2]在黏弹性模型的基础上引入反映残余应变的经验公式,来计算土石坝在地震荷载作用下的残余变形。这样引入残余应变公式的黏弹性模型,在一些文献中也被称为“等价黏弹塑性模型”^[3-4]。对于地震引起变形的计算,这样的模型在现在看来不够严密,具有很大的经验性,但对于长期交通荷载作用下的变形问题,不失为一种简便实用的计算方法。

本文借鉴沈珠江^[3]的建模方法,结合一些学者开展的长周次振动三轴试验的成果,针对长期不规则交通荷载作用下路基沉降的问题,尝试提出了一种“等价黏弹塑性模型”,采用了 Ramberg-Osgood 的动剪切模量公式^[5]和 Hardin-Drnevich 阻尼比^[6]公式以及基于振动三轴试验结果的估算残余应变的经验公式。在通过有限元分析得到各个单元的应力时程后,可采用经验公式计算得到每个单元的竖向向压缩应变,对所有单元进行自下而上的积分,从而可得到整个路基的沉降。本文通过一个二维算例展示了这一过程。

1 长周次循环荷载作用下无黏性土残余应变的试验规律

超长周次循环荷载作用下土体变形的试验资料不多,国内外有少数学者开展了这方面的试验研究,如王军等^[7]对长期循环荷载作用下软黏土的残余变形进行了研究, Wichtmann^[8]对不同应力路径长期循环荷载作用下无黏性土的变形累积特性进行了研究,张宏博等^[9-10]对长期荷载作用下砂土的变形累积特性开展了动三轴试验研究。从上述试验研究的结果来看,当动三轴试验的加载周次非常长,尤其是长达 100 万次时,较难准确测得试样的体应变,而轴向应变的测量结果规律性较好,较为可信。

根据沈珠江等^[11-12]的研究成果,对砂土和粗粒料进行的等应力幅值振动三轴试验中,试样的残余体应变和残余广义剪应变均可以采用对数形式的函数来描述。采用张宏博^[9]对砂土开展的一组循环动三轴试验结果进行分析,该试验均在排水条件下进行,固结比均为 $K_c = 2$,试样固结时的球应力 p_c 有 100 kPa 和 200 kPa 两种,动应力比 η_d (即轴向动荷载幅值 σ_d 与 p_c 之比) 有 0.1 和 0.2 两种。轴向施加的循环荷载为半正弦波,波形如图 1 所示,荷载周期为 $T_n = 1$ s。将残余轴向应变与周次的关系绘制于半对数坐标中(如图

2),可以发现,在加载周次长达 5000 次的情况下,砂土试样的轴向残余应变 ε_{ir} 与加载周次的对数 $\lg N$ 大致符合直线关系。因此建议采用对数函数来描述三轴试样在等幅长周次振动荷载作用下的轴向应变:

$$\varepsilon_{ir} = a + b \ln(N + N_0) \quad (1)$$

对式(1)求导,可得到残余应变的增量为

$$\Delta \varepsilon_{ir} = \frac{b \Delta N}{N + N_0} \quad (2)$$

式(1)中的 b 值反映了残余应变随荷载循环周次累积速度的快慢,影响 b 值的主要因素包括:①动应力比 η_d , 动应力比越大则 b 值越大;②试样的初始孔隙比,试样的初始孔隙比越大则 b 值越大;③试样的静应力状态,在固结比一定的情况下,试样的固结围压越大则 b 值越大。

N_0 是为了便于数据拟合和计算引入的一个基准值,主要有两个作用:①避免式(2)右端项的分母为零;②使拟合直线更照顾数据系列的后半部分。

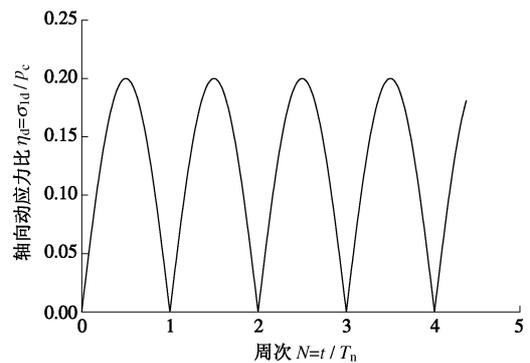


图 1 轴向动荷载示例

Fig. 1 Example of axial dynamic load

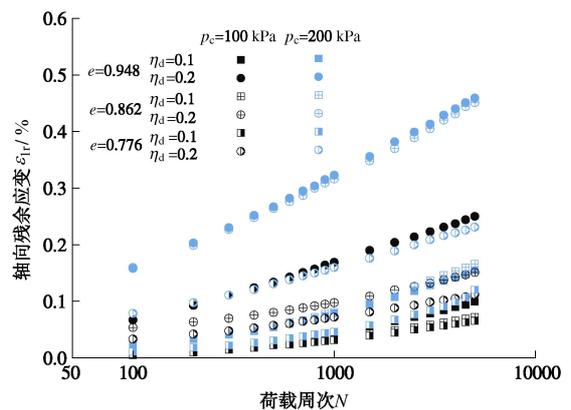


图 2 轴向残余应变随循环次数的变化

Fig. 2 Variation of axial strain with number of loading cycles

2 列车在地基土中引起的动应力

2.1 单次列车经过引起的动应力

列车在路基中引起的动应力表现为多次连续脉冲

的形式。薛富春等^[13]对高速铁路上一次列车经过时路基的动力响应进行了有限元模拟, 并对典型路基断面和路桥过渡段沿铁轨中线的剖面上所有单元的应力时程进行了监测。图 3 给出了路基基床表层一个典型单元的动应力时程, 坐标系方向规定为: x 为列车轨道延伸方向, z 为竖直方向。

路基中各单元的动应力时程曲线的形态较为接近, 但不同单元的动应力幅值差别较大。各单元的动应力变化有两个共同特点: ①均表现为多次连续的脉冲形式; ②竖直向压应力 σ_{zz} 的幅值最大, 其他分量的幅值则显著要小, 并且正应力的幅值远大于剪应力的幅值。

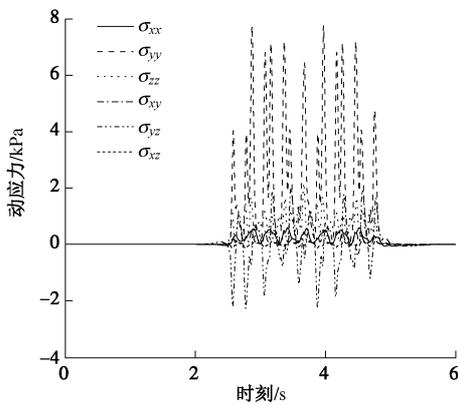


图 3 典型路基土单元的动应力过程

Fig. 3 Typical dynamic stress process in subgrade foundation

为了便于分析动应力的变化规律, 将动应力时程分解为球应力 p_d 和广义剪应力 q_d 来表示, 图 5 给出了某一断面轨道下不同深度处的 4 个单元 (单元位置如图 4 所示) 球应力随时间的变化曲线 ($p-t$ 曲线) 和广义剪应力随时间变化的曲线 ($q-t$ 曲线)。可以发现路基土单元的动应力变化有 3 个特点: ①动球应力 p_d 的变化比较接近连续多次脉冲的形式, 而动剪应力 q_d 的变化则规律性较差; ②动球应力 p_d 变化的相对幅值要大于动剪应力 q_d ; ③动应力幅值随深度的增加而迅速衰减, 在 P1 所在位置处动压应力 p_d 最大值约为 6 kPa, 而在 P4 所在的位置, p_d 最大值仅为 0.2 kPa。

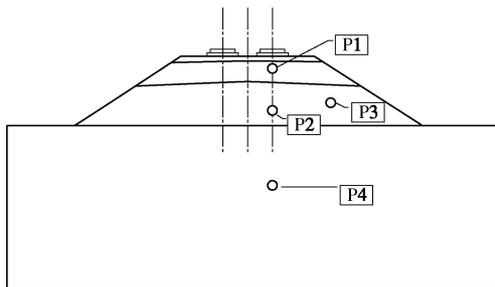


图 4 单元位置示意图

Fig. 4 Location of presented element

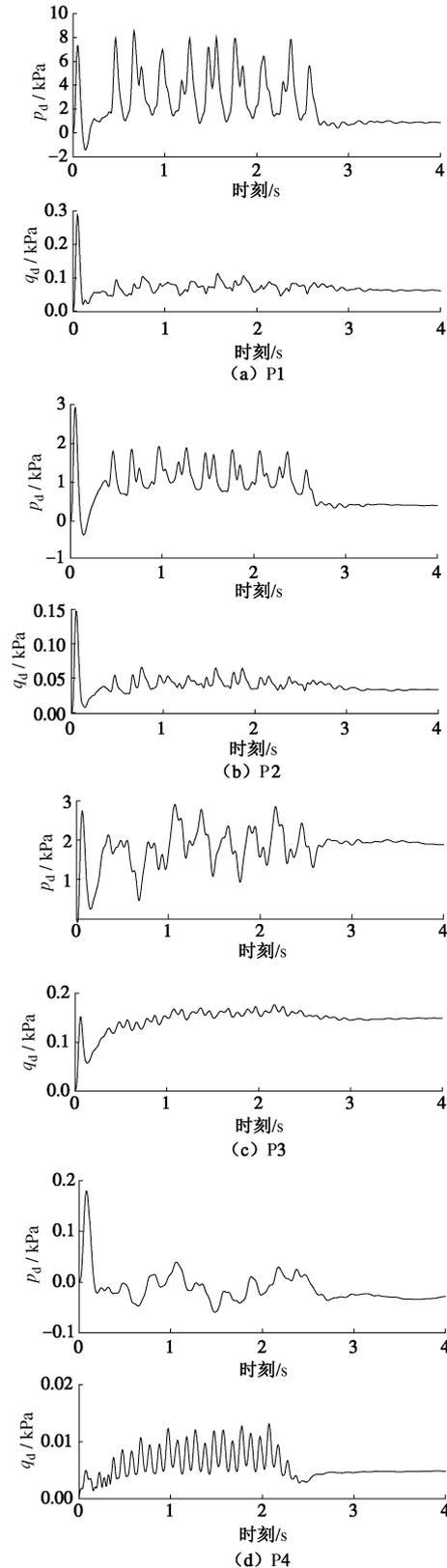


图 5 列车荷载引起的 p_d , q_d 时程

Fig. 5 p_d and q_d processes caused by traffic loads

2.2 与振动三轴试验的比较

列车荷载作用下, 地基土单元的应力与动三轴试验中试样的应力状态较为接近, 主要表现在: ①三轴试样的固结后的有效应力状态与地基土的静应力状态

接近；②地基土单元的动应力分量中，竖直向的正应力分量明显大于其他5个应力分量，与动三轴试验中试样受到的动应力较为接近；③列车引起的动应力表现为多次连续脉冲的形式，与图1所示的波形较为相似。因而可用动三轴试验结果来近似地估计地基土单元的应变。

为了利用动三轴试验的结果，需要在地基土单元的动应力时程和动三轴试验的加载周次之间建立联系。考虑地基土的动应力以球应力为主，且动球应力表现为典型的多次脉冲形式，因此采用动球应力 p_d 作为换算依据。对图2的试验结果进行直线拟合的结果显示，当试样的孔隙比一定时，式(2)中的 b 大致与动应力大小成正比。因此，建议用式(3)将地基土单元的动应力时程换算为动三轴试验的荷载作用次数 N_e ， N_e 称为等效荷载作用次数。

$$N_e = \int \frac{\langle dp \rangle}{p_T} \quad (3)$$

式中 $\langle x \rangle$ 为Macaulay符号函数，其意义是当 $x > 0$ 时 $\langle x \rangle = x$ ，否则 $\langle x \rangle = 0$ ； p_T 是动三轴试验的动球应力幅值，有 $p_T = \sigma_{1d}/3$ ，其中 σ_{1d} 是对三轴试样施加的轴向动应力。为了使材料试验与土体实际受力情况接近，建议应使试验中的动球应力幅值尽量接近地基土单元的平均动球应力。

对于一次列车经过，可对路基土中的各个单元求得等效荷载作用次数为 N_e ，如果要计算 n 次列车经过后地基的残余变形情况，则等效荷载作用次数为 nN_e 。

3 等价黏弹塑性模型

3.1 动模量和阻尼比

动剪切模量建议采用Ramberg-Osgood公式^[5]计算：

$$G = G_0 \left\{ \left[1 - H(\gamma_d) \right] - \gamma_d \frac{\partial H(\gamma_d)}{\partial \gamma_d} \right\} \quad (4)$$

$$H(\gamma_d) = \frac{\left(\frac{\gamma_d}{\gamma_0} \right)^{2B}}{1 + \left(\frac{\gamma_d}{\gamma_0} \right)^{2B}} \quad (5)$$

式中， G_0 为初始剪切模量， γ_d 为动剪应变大小， A ， B 和 γ_0 为模型参数。

对于无黏性土的动泊松比的取值，不同学者持不同观点。沈珠江等^[12]采用饱和试样，对多种土料进行排水条件下的动三轴试验，认为动泊松比介于0.3~0.4；Gazetas等^[14]、Uddin^[15]采用干燥的堆石料试样试验，建议泊松比为0.25。笔者认为：①路基土不是完全干燥的，有一定的含水率；②路基土一般与堆石料

的差别较大，更接近土石混合料，泊松比一般要大于堆石料；因此采纳了沈珠江等的建议，取动泊松比为0.33。

阻尼比采用Hardin等^[6]建议的公式：

$$\lambda = \lambda_{\max} \frac{k_1 \bar{\gamma}_d}{1 + k_1 \bar{\gamma}_d} \quad (6)$$

一般无黏性土的 λ_{\max} 在0.2~0.3之间， k_1 通常在10~20之间。对于动应变很小的情况，如动剪应变小于0.1%， G 和 λ 都可近似取为常数。通过黏弹性计算，可以得到各个单元的动应力时程，作为计算动残余变形的依据。

3.2 残余应变

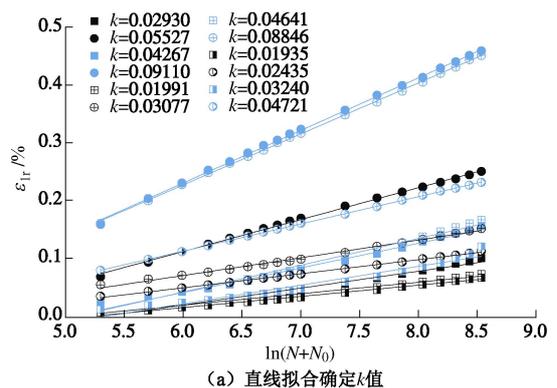
由于超长周次的振动三轴试验只能对轴向应变较为准确地测量，同时，在实践中，又往往更关心路基的沉降。因此建议用动三轴试验的轴向应变测量结果来估算路基土的竖直向正应变，考虑试样固结围压的影响，计算式可以表达为

$$\varepsilon_{lr} = k_r \eta_d^c \left(\frac{p_c}{p_a} \right)^{c_2} (\ln(N_e + N_0) - \ln N_0) \quad (7)$$

式中 p_c 为静球应力的大小； k_r ， c_1 ， c_2 和 N_0 为模型参数； p_a 为标准大气压强； k_r 表征残余应变累积的快慢； c_1 表示残余应变累积速率受静压力大小的影响； c_2 表示残余应变累积速率受动应力比幅值的影响。这3个参数均可采用振动三轴试验的结果确定，图6以图2所示试验为例，展示了参数率定的过程。将 ε_{lr} 和 $N + N_0$ 绘制在半对数坐标系中进行直线拟合，可调整 N_0 以使各数据系列，尤其是数据系列的后半部分，都较为接近拟合直线，从而得到各拟合直线的斜率为 k ，如图6(a)所示，这里取 $N_0 = 500$ 。图6(a)中点据符号表示的试验条件与图1一致。根据式(7)有

$$k = k_r \eta_d^c (p_c / p_a)^{c_2} / \ln 10 \quad (8)$$

将不同动应力幅值 η_d 和不同固结球应力 p_c 下测得的 k ，与 η_d 和 (p_c / p_a) 绘制在双对数坐标中可确定 c_1 ， c_2 ，从而可以计算出 k_r 。以孔隙率 $e = 0.948$ 的试样为例，可得 $c_1 = 1.005$ 和 $c_2 = 0.631$ ，如图6(b)所示，代入式(8)可计算出 $k_r = 0.285$ 。



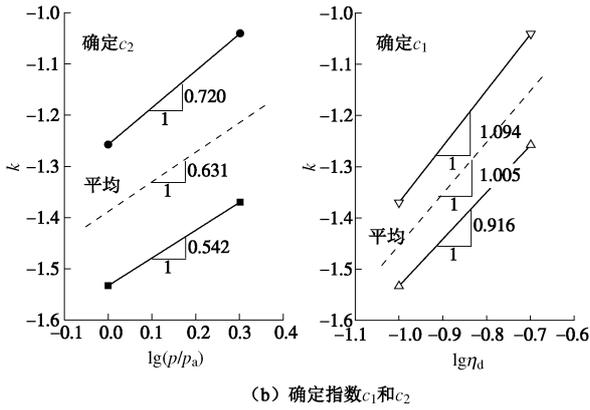


图 6 残余应变参数的确定

Fig. 6 Calibration of parameters of residual strain

4 路基沉降的计算

对图 4 所示路基断面, 划分如图 7 所示的二维计算网格, 动应力时程采用了薛富春等^[13]的计算结果, 而用式 (7) 进行了残余沉降的估算。由于路基是对称的, 计算时只取了一半网格, 计算参数列于表 1。按照每条轨道每年经过列车 100 万次计算, 计算出铁路运营 1, 2, 3, 4, 5 a 后的路基沉降, 路基的最大沉降如图 8 所示; 路基中的沉降分布各年较为相似, 因此仅给出铁路运营 5 a 后的沉降等值线图, 如图 9 所示。

表 1 残余应变的计算参数

Table 1 Parameters for residual strain

材料	k_r	c_1	c_2	N_0
基床表层	0.23	1.0	0.7	500
基床底层	0.20	1.0	0.7	500
路基本体	0.11	1.0	0.7	500
过渡段	0.11	1.0	0.7	500

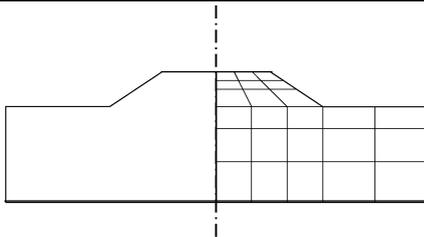


图 7 路基断面的二维网格

Fig. 7 2D mesh for cross section of subgrade

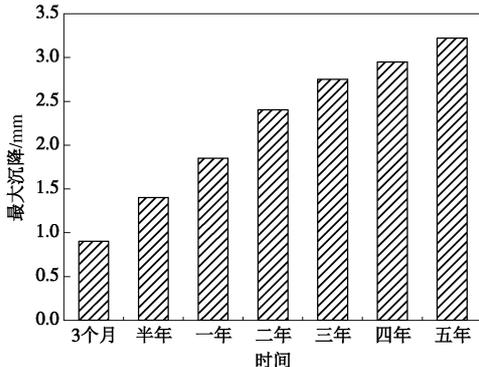


图 8 路基的最大沉降

Fig. 8 Maximum settlement of subgrade

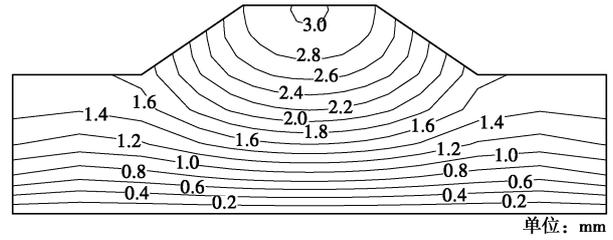


图 9 铁路运行 5 a 后的沉降等值线图

Fig. 9 Contour map of settlement in subgrade after five years' operation

5 结论与建议

交通引起的长期不规则动荷载作用下路基的变形是一个较为复杂的问题: 一方面, 对长期动荷载作用下土变形的试验研究较少, 研究手段的有效性也有待验证; 另一方面, 对长期小幅动荷载引起残余变形的机理, 目前还很难研究清楚, 也很难用现有的弹塑性理论描述。

本文借鉴以往用于计算土石坝地震变形的等价黏弹塑性模型的建模方法, 针对交通荷载在路基土中引起的动应力变化过程的特点, 建立了一个等价黏弹塑性模型。在采用黏弹性模型进行动力响应分析的基础上, 引入了基于动三轴试验结果, 用于计算残余应变的经验公式。从而可在一定程度上, 估算长期交通荷载作用下, 路基的沉降情况。

由于现有的试验方法, 在循环加载周次达到数千次至数万次时, 较难准确测得动三轴试样的体应变。因此, 本文只给出了轴向残余应变的计算方法, 并将动三轴试验测得残余轴向应变与路基土单元的竖向应变相关联, 从而建议了估算路基沉降的方法。这一方法只能用于估算路基的沉降, 而无法计算路基的水平变形。从严格意义上讲, 本文所建议的方法, 不是一个严密的“等价黏弹塑性模型”, 而只是一种半经验的计算方法, 希望能够尽可能地利用已有的试验资料, 对路基在长期动荷载作用下的沉降给出一个较为合理的估计。

另外, 本文确定模型参数时, 引用的试验结果是基于张宏博等^[9-10]对砂土进行的试验研究的, 与真实路基材料存在一定差异, 因此, 这一计算方法的有效性, 还需要进一步根据实际路基材料试验和有关监测资料来检验。

参考文献:

[1] TANIGUCHI E, WHITMAN R V, MARR W A. Prediction of earthquake-induced deformation of earth dams[J]. Soils and Foundations, 1983, 23(4): 126 - 132.

- [2] 陈生水, 沈珠江. 堆石坝的地震永久变形分析[J]. 水利水运科学研究, 1990(3): 277 - 286. (CHEN Sheng-shui, SHEN Zhu-jiang. Analysis of seismic permanent deformation of rockfill dam[J]. Journal of Nanjing Hydraulic Research Institute, 1990(3): 277 - 286. (in Chinese))
- [3] 沈珠江. 一个计算砂土液化变形的等价黏弹性模式[C]//中国土木工程学会. 第四届土力学及基础工程学术会议论文选集. 北京: 中国建筑工业出版社, 1986: 199 - 207. (SHEN Zhu-jiang. An equivalent visco-elastic mechanism for liquefaction-induced deformation in sand[C]// China Civil Engineering Society. Selected Papers of the Fourth Symposium on Soil Mechanics and Foundation Engineering. Beijing: China Architecture & Building Press, 1986: 199 - 207. (in Chinese))
- [4] 王志良, 王余庆, 韩清宇. 不规则循环剪切荷载作用下土的黏弹塑性模型[J]. 岩土工程学报, 1980, 2(3): 10 - 19. (WANG Zhi-liang, WANG Yu-qing, HAN Qing-yu. Visco-elastoplastic soil model for irregular shear cyclic dynamic loadings[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1980, 2(3): 10 - 19. (in Chinese))
- [5] RAMBERG W, OSGOOD W R. Description of stress-strain curves by three parameters[R]. Washington D C: National Advisory Committee For Aeronautics, 1943.
- [6] HARDIN B O, DRNEVICH V P. Shear modulus and damping in soils[J]. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division 98(7): 667 - 69.
- [7] 王 军, 蔡袁强. 循环荷载作用下饱和软黏土应变累积模型研究[J]. 岩石力学与工程学报. 2008, 27(2): 331 - 338. (WANG Jun, CAI Yuan-qiang. Study on accumulative plastic strain model of soft clay under cyclic loading[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2008, 27(2): 331 - 338. (in Chinese))
- [8] WICHTMANN T. Explicit accumulation model for non-cohesive soils under cyclic loading[M]. Bochum: TH Triantafyllidis, 2005.
- [9] 张宏博. 长期往复荷载作用下无黏性材料累积变形研究[D]. 上海: 同济大学, 2006. (ZHANG Hong-bo. Long term cumulative deformation of cohesionless material induced by repeated loading[D]. Shanghai: Tongji University, 2006. (in Chinese))
- [10] 张宏博, 黄茂松, 宋修广. 循环荷载作用下粉细砂累积变形的等效黏塑性本构模型[J]. 水利学报, 2009, 40(6): 651 - 658. (ZHANG Hong-bo, HUANG Mao-song, SONG Xiu-guang. Equivalent viscoplastic model for cumulative deformation of sandy silt under long-term cyclic loading[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2009, 40(6): 651 - 658. (in Chinese))
- [11] 沈珠江, 王仁钟. 反复荷载作用下砂土变形的平均过程理论[J]. 水利水运科学研究, 1980(4): 43 - 60. (SHEN Zhu-Jiang, WANG Ren-zhong. A mean deformation theory for sands under cyclic loading[J]. Journal of Nanjing Hydraulic Research Institute, 1980(4): 43 - 60. (in Chinese))
- [12] 沈珠江, 徐 刚. 堆石料的动力变形特性[J]. 水利水运科学研究, 1996, 33(2): 143 - 150. (SHEN Zhu-Jiang, XU Gang. Deformation behavior of rock materials under cyclic loading[J]. Journal of Nanjing Hydraulic Research Institute, 1996, 33(2): 143 - 150. (in Chinese))
- [13] 薛富春, 张建民. 移动荷载作用下高速铁路轨道-路基-地基耦合系统振动加速度的空间分布特征[J]. 岩土工程学报, 2014, 36(12): 2179 - 2187. (XUE Fu-chun, ZHANG Jian-min. Spatial distribution of vibration accelerations in coupled rail-embankment foundation system on high-speed railway under moving loads[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2014, 36(12): 2179 - 2187. (in Chinese))
- [14] GAZETAS G, DAKOULAS P. Seismic analysis and design of rockfill dams: state-of-the-art[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 1992, 11(1): 27 - 61.
- [15] UDDIN N. A dynamic analysis procedure for concrete-faced rockfill dams subjected to strong seismic excitation[J]. Computers & Structures, 1999, 72(1): 409 - 421.