DOI: 10.11779/CJGE201511007

基于两相介质理论之土层弹塑性大变形地震反应分析

李永强^{1,2},景立平¹,单振东¹,张 锋²

(1. 中国地震局工程力学研究所,黑龙江 哈尔滨 150080; 2. 日本国立名古屋工业大学都市社会工学科,日本 名古屋 466-8555)

摘 要:基于土-水两相混合体完全耦合场方程及土体静-动统一本构,构建了新型普适性土层弹塑性大变形地震反应 分析方法。考虑强震中土体大变形动力特性描述的困难,基于客观性张量推导,给出了严格的土-水两相混合体平衡方 程式和连续方程式,分别进行空间和时间离散,编制了显式有限元--有限差分程序。通过超固结、结构性和应力诱导各 向异性状态变量的引入,建立了物理意义明确的土体静--动统一本构,能够合理的表征土体的各类力学特性。数值计算 中采用转换应力法,实现了试验应力状态向一般应力状态的拓展,满足复杂三维地层的动力计算需求。通过局部透射 人工边界的设置,形成了辐射边界条件,构建了完备的土层反应程序。将分析结果与等效线性化方法和单相介质时域 非线性分析结果进行对比,指出饱水砂土层的存在对地震波传播和地表地震动反应特性的影响。 关键词:两相介质;非线性动力响应;有限元;透射边界

中图分类号: TU435; P315.31 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000 - 4548(2015)11 - 1986 - 06 **作者简介:** 李永强(1983 -), 男, 河南济源人, 助理研究员, 博士研究生, 从事岩土地震工程研究。E-mail: lyqiem@163.com。

Nonlinear ground response based on the theory of wave propagation in two-phase media

LI Yong-qiang^{1, 2}, JING Li-ping¹, SHAN Zhen-dong¹, ZHANG Feng²

(1. Institute of Engineering Mechanics, China Earthquake Administration, Harbin 150080, China; 2. Department of Civil Engineering,

Nagoya Institute of Technology, Nagoya 466-8555, Japan)

Abstract: The nonlinear ground response considering the influence of pore water pressure is implemented by a new method. The cyclic mobility (CM) model, an elastoplastic model with rotation hardening which can systematically describe the monotonic and cyclic mechanical behaviors of soils combining the subloading, normal and superloading yield surfaces, is employed in the nonlinear numerical analysis. Using the transform stress method, this model can uniquely describe the overall mechanical properties of soils under general stress states, without changing the values of parameters. Based on the CM model and two-phase field theory, an effective stress-based, fully coupled, explicit finite element-finite difference method (FE-FD) is established. The finite element method and explicit integration method are applied in spatial and temporal discretization, respectively. The multi-transmitting boundary is adopted on the artificial boundary. By introducing the Green-Naghdi rate tensor, the finite deformation analysis is presented. This method is strictly verified, and the calculated results of a real site are quite different among the authors', the equivalent linearization method and the normal nonlinear analysis method in one-phase media. The long-period value of ground response spectrum will be higher owing to sand liquefaction. Moreover, the liquefaction process of the saturated sand layer and its influence factors are also studied.

Key words: two-phase medium; nonlinear dynamic response; finite element method; multi-transmitting boundary

0 引 言

土层地震反应分析常用的方法是等效线性化方法^[1]。该方法简单易用,适于分析常规成层土层地震反应。伴随着中国经济的高速发展,海洋平台、近海岸工程和大型水利水电工程不断涌现。纵观这些工程建设的区域,基本上都处于滨海或江河湖泊周边,其场地地下水位很浅,一定深度下基本上处于饱水状态。含饱水土层的场地地震反应分析随着震害资料的积累

和土层反应分析研究的深入而逐渐受到重视[2-3]。

土是由固、液和气三相介质组成的集合体,饱和 土中气体的存在可忽略不计,认为饱和土是两相介质。 针对两相介质,不同的学者给出了不同的数学模型, 其中主要包括 Biot 模型、Zienkiewicz 和 Shiomi 模型、

基金项目: 国家自然科学基金项目(51408566,51308512); 中央级公 益性研究所基本科研业务费专项项目(2014B03) 收稿日期: 2014-09-08

门福录模型和两相混合体模型等^[4-6]。两相混合体模型 基于连续介质理论,把饱水孔隙介质看成是一个由固 相和液相两相介质组成的连续系统,假定孔隙流体为 可压缩的,土骨架上彼此之间是点接触的。该模型中 参数的物理意义明确,本文采用该模型进行饱水孔隙 介质动力响应方面的研究。

基于两相介质理论的土-水混合体模型,运用集中 质量显式有限元-有限差分耦合算法对饱和多孔介质 的非线性动力反应分析方法进行了研究。探讨了地震 波在饱和土体中的传播规律和土层中各处的弹塑性动 力响应特性问题,研究了土层参数变化对分析结果的 影响,其间将新型弹塑性本构模型和透射人工边界理 论应用其中。

1 土-水两相混合体场方程与离散

1.1 两相混合体场方程

场方程中以固相位移 *u* 和孔隙水压力 *p* 为未知变 量^[7],构建了两相混合体的完全耦合发展式。两相混 合体的平衡方程式为

$$\rho \ddot{u}_i^{\rm s} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_i} + \rho b_i \quad , \tag{1}$$

式中, ρ 为混合体的密度, \vec{u}_i^s 为固相加速度, b_i 为体积分布力。

两相混合体的连续方程式为

$$\rho^{\mathrm{f}}\ddot{\varepsilon}_{ii}^{\mathrm{s}} - \frac{\partial^{2} p_{\mathrm{d}}}{\partial x_{i} \partial x_{i}} + \frac{\gamma_{\mathrm{w}}}{k} \left(\frac{\dot{\varepsilon}_{ii}^{\mathrm{s}}}{n} - \frac{1}{K^{\mathrm{f}}} \dot{p}_{\mathrm{d}} \right) = 0 \quad , \quad (2)$$

式中, ρ^{f} 为液相密度, p_{d} 为减去静水压力的超孔隙水压,n为孔隙比,k为渗透系数, K_{f} 为液相的体积弹性系数。

1.2 平衡方程的空间离散化

基于虚位移原理,两相混合体平衡方程式的离散 化为

 $\int_{\mathbb{T}} \rho[N]^{\mathrm{T}}[N] \mathrm{d} v\{\ddot{u}_{N}\} + (\Delta t) \int_{\mathbb{T}} [B]^{\mathrm{T}}[D^{\mathrm{ep}}][B] \mathrm{d} v\{\dot{u}_{N}\} +$

$$(\Delta t) \int_{v} [B_{NL}]^{\mathrm{T}} [T^{*}] [B_{NL}] \mathrm{d}v \{\dot{u}_{N}\} + (\Delta t) \int_{v} \{B_{v}\} \mathrm{d}v \dot{p}_{\mathrm{dE}}$$
$$= \int_{v} \rho [N]^{\mathrm{T}} \{b\} \mathrm{d}v + \int_{s} [N]^{\mathrm{T}} \{q\} \mathrm{d}s - \int_{v} [B_{NL}]^{\mathrm{T}} \{\Pi_{t}^{\mathrm{T}}\} \mathrm{d}v \circ (3)$$
定义矩阵

$$[M] = \int_{V} \rho[N]^{\mathrm{T}} [N] \mathrm{d}v \quad , \tag{4}$$

$$[K] = \int_{v} [B]^{\mathrm{T}} [D^{\mathrm{ep}}] [B] \mathrm{d}v + \int_{v} [B_{NL}]^{\mathrm{T}} [T^{*}] [B_{NL}] \mathrm{d}v , \quad (5)$$

$$\{K_{\nu}\} = \int_{\nu} \{B_{\nu}\} \mathrm{d}\nu \quad , \tag{6}$$

$$\{F\} = \int_{v} \rho[N]^{\mathrm{T}} \{b\} \mathrm{d}v + \int_{s} [N]^{\mathrm{T}} \{q\} \mathrm{d}s , \qquad (7)$$

$$\{R_{|t}\} = \int_{v} [B_{NL}]^{\mathrm{T}} \{\Pi_{|t}^{\mathrm{T}}\} \mathrm{d}v \quad . \tag{8}$$

则式(3)可改写为

$$[M]\{\vec{u}_{N}\} + (\Delta t)[K]\{\vec{u}_{N}\} + (\Delta t)\{K_{v}\}\dot{p}_{E} = \{F\} - \{R_{\mu}\}, (9)$$

增加阻尼项后,方程可改进为
$$[M]{\{\ddot{u}_N\}}+[C]{\{\dot{u}_N\}}+[K]{\{\Delta u_N\}}+\{K_v\}\Delta p_{dE}$$

$$= \{F_d\} - \{R_{d|t}\} \quad , \tag{10}$$

式中,

$$\vec{R}_{d|t} = \int_{\nu} \left[B_{NL} \right]^{\mathrm{T}} \left(\left\{ \prod_{|t|}^{\mathrm{T}} \right\} - \left\{ \prod_{|t|=0}^{\mathrm{T}} \right\} \right) \mathrm{d}\nu \quad \circ \quad (11)$$

1.3 连续方程的空间离散化

如图 1 所示,基于类似于平衡方程的离散化方法, 连续性方程的可离散化为

$$\rho^{f} \{K_{v}\}^{T} \{\ddot{u}_{N}\} - \frac{\gamma_{w}}{nk} \{K_{v}\}^{T} \{\dot{u}_{N}\} - \alpha p_{dE} + \sum_{i=1}^{m} \alpha_{i} p_{dEi} + A\dot{p}_{dE} = 0 \quad .$$
(12)



图 1 三维有限元连续方程的空间离散化示意图

Fig. 1 Discretization of continuity equation for 3-D problem

1.4 场方程的时间离散化

采用 Newmark-β 法,时间离散化后的平衡方程式 和连续性方程式合并后为

$$\begin{bmatrix} [M] + \gamma(\Delta t) [C]_{|t+\Delta t} + \beta(\Delta t)^{2} [K]_{|t+\Delta t} & \{K_{v}\} \\ \{K_{v}\}^{\mathrm{T}} & A' - \alpha' \end{bmatrix} \begin{cases} \{\ddot{u}_{N|t+\Delta t}\} \\ P_{\mathrm{dE}|t+\Delta t} \end{cases} + \\ \begin{cases} 0 \\ \sum_{i=1}^{m} \alpha'_{i} p_{\mathrm{dE}i|t+\Delta t} \end{cases} \\ = \begin{cases} \{F_{d|t+\Delta t}\} - \{R_{d|t}\} - [C]_{|t+\Delta t} \{\{\dot{u}_{N|t}\} + (1-\gamma)(\Delta t)\{\ddot{u}_{N|t}\}\} \\ - [K]_{|t+\Delta t} \{\Delta t\{\dot{u}_{N|t}\} + (\frac{1}{2} - \beta)(\Delta t)^{2}\{\ddot{u}_{N|t}\}\} + \{K_{v}\} p_{\mathrm{dE}|t} \\ \end{cases} \\ \frac{1}{k\left(\frac{n}{g} - \frac{\gamma\Delta t}{k}\right)} \{K_{v}\}^{\mathrm{T}} \{\{\dot{u}_{N|t}\} + (1-\gamma)(\Delta t)\{\ddot{u}_{N|t}\}\} + A'p_{\mathrm{dE}|t} \end{cases}$$

$$(13)$$

2 土体静动力学特性统一本构描述

通过引入下负荷面^[8]、上负荷面^[9]和各向异性^[10] 概念,提出了基于旋转硬化的能描述土体超固结、结 构性和应力诱导各向异性的土体静--动统一本构^[11]。 该模型通过物理意义明确的状态变量的引入,合理地 描述了土体的普遍力学特性,并很好地阐述了各因素 之间的关联,模型架构如图2所示,模型描述如下。



图 2 基于下负荷面、正常屈服面和上负荷面概念的循环流动性

模型(CM 模型)在 p' -q 应力空间中的表达

Fig. 2 Subloading, normal and superloading yield surfaces in p'

-q plane adopted in cyclic mobility model

正常屈服面和上负荷面的相似比 R* 和下负荷面 和上负荷面的相似比 R 定义如下:

$$R^* = \frac{\tilde{p}'}{\bar{p}'} = \frac{\tilde{q}}{\bar{q}}$$
 (0< $R^* \le 1$), (14)

$$R = \frac{p'}{\overline{p}'} = \frac{q}{\overline{q}} \quad \left(0 < R \le 1, \ R = \frac{1}{\text{OCR}}\right) \quad , \quad (15)$$

$$\frac{\overline{q}}{\overline{p}'} = \frac{\widetilde{q}}{\widetilde{p}'} = \frac{q}{p'} \quad , \tag{16}$$

式中, (p', q)、 (\tilde{p}', \tilde{q}) 和 (\bar{p}', \bar{q}) 分别表示 p' - q应力空间中目前、超固结和考虑结构性时的应力状态 变量。正常屈服面的屈服方程如下:

$$f = \ln \frac{\tilde{p}'}{\tilde{p}'_0} + \ln \frac{M^2 - \zeta^2 + \eta^{*2}}{M^2 - \zeta^2} - \frac{\varepsilon_v^p}{C_p} = 0 \quad . \quad (17)$$

式 (14) ~ (17) 中的变量定义如下: $\eta^* = \sqrt{\frac{3}{2}\hat{\eta}_{ij}\hat{\eta}_{ij}}$, $\hat{\eta} = \eta_{ij} - \beta_{ij}$, $\eta_{ij} = \frac{S_{ij}}{p'}$, $p' = \frac{\sigma'_{ii}}{3}$, $\zeta = \sqrt{\frac{3}{2}\beta_{ij}\beta_{ij}}$, $\eta = \sqrt{\frac{3}{2}\eta_{ij}\eta_{ij}}$, $C_{\rm p} = \frac{\lambda - \kappa}{1 + e_0}$ 。其中, S_{ij} 是偏应力张量; β_{ii} 是各向异性的应力张量。

将式(14)、(15)代入式(17)中,下负荷面可 写成: $f = \ln \frac{p'}{\tilde{p}_0'} + \ln \frac{M^2 - \zeta^2 + \eta^{*2}}{M^2 - \zeta^2} + \ln R^* - \ln R - \frac{\varepsilon_v^p}{C_p} = 0_\circ (18)$

采用相关联流动法则,下负荷面的协调方程为 $\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} + \frac{\partial f}{\partial \beta_{ij}} d\beta_{ij} + \frac{1}{R^*} dR^* - \frac{1}{R} dR - \frac{1}{C_p} d\varepsilon_v^p = 0$ 。(19) 各向异性应力张量的发展式定义如下:

$$d\beta_{ij} = \frac{M}{C_p} b_r(M-\zeta) d\varepsilon_d^p \frac{\hat{\eta}_{ij}}{\|\hat{\eta}_{ij}\|} = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{M}{C_p} b_r(M-\zeta) d\varepsilon_d^p \frac{\hat{\eta}_{ij}}{\eta^*},$$
(20)

式中, $\zeta < M$ 自动提供了各向异性的发展物理界限, 从式(20)可知,在 $\eta = \beta$ 时各向异性的发展结束。

表示结构程度的状态参数 *R**的发展式与 Asaoka 等^[9]的发展式相同,可由下式表示:

$$dR^* = U^* d\varepsilon_d^P, \quad U^* = \frac{aM}{C_p} R^* (1 - R^*) \quad (0 < R^* \le 1) \circ (21)$$

超固结比的变化速率由两部分控制:塑性伸长张 量和各向异性的发展,表达式为

$$\mathbf{d}R = U \left\| \mathbf{d}\varepsilon_{ij}^{\mathbf{p}} \right\| + \left[R \frac{\eta}{M} \frac{\partial f}{\partial \beta_{ij}} \mathbf{d}\beta_{ij} \right] \cdot \gamma \quad , \qquad (22)$$

式中, $d\beta_{ij}$ 与塑性伸长张量的剪切部分 $\|d\varepsilon_{ij}^p\|$ 成正比, 表达式为

$$U = \frac{mM}{C_{\rm p}} \left\{ \frac{(p/p_0')^2}{(p/p_0')^2 + 1} \right\}^2 \left| \ln R \right|^{\rm r} \quad , \qquad (23)$$

式中, p'=98.0 kPa 为参考应力。

将伸长张量分为弹性和塑性两部分,弹性分量为

$$d\varepsilon_{v}^{p} = \Lambda \frac{\partial f}{\partial p} = \Lambda \frac{M^{2} - \eta^{2}}{(M^{2} - \varsigma^{2} + \eta^{*2})p} \quad , \qquad (24)$$

正变量 / 可记为

$$\Lambda = \frac{\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij}}{\frac{1}{C_{\rm p} (M^2 - \zeta^2 + \eta^{*2}) p} [M_{\rm s}^2 - \eta^2]} \quad . \tag{25}$$

$$M_{s}^{2} = \left[M^{2} - \frac{mM \ln R}{R} \left\{ \frac{(p/p_{0})^{2}}{(p/p_{0})^{2} + 1} \right\}^{2} \cdot \sqrt{6\eta^{*2} + \frac{1}{3}(M^{2} - \eta^{2})^{2}} - 2aM(1 - R^{*})\eta^{*} - \left(1 - \frac{\eta}{M}\right) \cdot \frac{\sqrt{6}Mb_{r}(M - \zeta)\eta^{*2}(-2M^{2} + 3\eta_{ij}\beta_{ij})}{(M^{2} - \zeta^{2} + \eta^{*2})(M^{2} - \zeta^{2})} \right] \circ$$
(26)

加载准则如下:

$$\begin{cases} \Lambda > 0 \Rightarrow m \mathfrak{A} , \\ \Lambda = 0 \Rightarrow \Psi \pm m \mathfrak{A} , \\ \Lambda < 0 \Rightarrow \# \mathfrak{A} . \end{cases}$$
(27)

在所有情况下,式(25)的分母总为正,因此A>0

等同于

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} E_{ijkl} \mathrm{d}\varepsilon_{kl} > 0 \quad . \tag{28}$$

3 数值算法其他关键事项

3.1 液化大变形表征

大变形分析时材料的本构关系必须与参考坐标系的选取无关,即具有客观性,故而必须在张量空间里进行描述。本研究中,基于式(29)所示 Green-Naghdi型速率张量,进行了建模与分析:

$$T = \dot{T} + T\Omega - \Omega T \quad , \tag{29}$$

式中, T为任意张量, T为T的 Green-Naghdi 速率张 量, Ω 为刚体旋转张量。

3.2 一般应力状态下力学特性描述

基于空间滑动面概念,姚仰平等给出了转换应力 法^[12]。基于转换应力法,将试验应力状态转换到一般 应力空间中,实现了复杂三维场地条件的动力反应分 析模拟^[13]。

3.3 局部人工边界

有限元模拟需引入虚拟的人工边界,采用廖振鹏 等^[14]提出的多次透射公式(*MFT*)来实现人工边界的 模拟,*N*阶的多次透射公式为

$$u_0^{p+1} = \sum_{j=1}^N (-1)^{j+1} C_N^j u_j^{p+1-j} \quad , \tag{30}$$

式中, u_j^p 表示在计算点x和时刻t的位移,N为透射 公式阶数, C_N^j 为二项式系数。

4 方法验证与应用

4.1 方法验证

通过标准算例的计算,在弹性条件下与理论解和 等效线性化计算结果进行了多工况平行分析,验证本 文方法的可信性^[2-3]。如图 3 所示,在保证计算稳定的 条件下,本文方法能高精度地描述弹性土层的力学特 性,也能在单元水平下合理地表征土体的弹塑性特性。



图 3 反应谱分析结果对比

Fig. 3 Results of response spectrua

4.2 实例分析

某工程场地土层柱状分布及剪切波速如图 4 所示,输入地震加速度时程如图 5 所示,土层参数见表 1~3。



图 4 柱状图及剪切波速图





图 5 输入地震加速度时程

Fig. 5 Input acceleration time histories

表1 土体材料参数



土体参数	粉质黏土	细砂	黏土
压缩指数 <i>λ</i>	0.026	0.050	0.010
膨胀指数 <i>ĸ</i>	0.005	0.022	0.007
破坏主应力比 R _f	2.89	3.52	3.48
孔隙比 eo	0.90	0.88	0.86
泊松比v	0.32	0.34	0.37
超固结状态变化参数 m	2.20	0.10	0.50
结构衰退参数 m^*	0.10	2.50	0.50
各向异性发展速度控制参数 b _r	0.10	1.50	1.20

注: e₀指 p' =98 kPa 时正常固结状态下的孔隙比。 表 2 物理参数和初始状态参数

派之前注受我相切知仇心受奴

Table 2 Physical	properties	and initial	state of soils
------------------	------------	-------------	----------------

5 1	1				
土体参数	粉质黏土	细砂	黏土		
天然重度γ/(kN·m ⁻³)	1.94	1.83	1.92		
水体积弹性系数 K _w /kPa	2.23×10^{6}	2.23×10^{6}	2.23×10^{6}		
渗透系数 <i>K/</i> (m·s ⁻¹)	1.0×10^{-7}	1.0×10^{-4}	1.0×10^{-9}		
超固结比 OCR	2.20	2.00	5.00		
初期结构比R ₀ *	0.60	0.75	0.75		
初期各向异性 ζ_0	0.00	0.00	0.00		
表 3 基岩弹性参数					
Table 3 Material parameters of elastic model for bedrock					
弹性模量	泊松比	天然	密度		

弹性模量	泊松比	天然密度
<i>E</i> /kPa	V	$\gamma / (kN \cdot m^{-3})$
1.375×10^{6}	0.25	2.20

等效线性化方法 (PROGRAM-1),单相介质弹塑 性分析方法 (PROGRAM-2)和本文方法 (PROGRAM-3) 计算的地表面加速度反应谱分析结果对比如图 6 所示。图 7 给出了随着输入地震动幅值的增加 (土体 更容易进入强非线性和大变形),地表加速度放大倍率 的变化趋势。本文方法计算时,砂土中不同深度处的 孔压发展时程如图 8 所示。



图 6 计算加速度反应谱对比













Fig. 8 Time histories of pore water pressure at different depths

图 6 中在 1 s 以下特征周期范围内, 3 个程序的结 果差异不大。但在长周期阶段,本文方法能较好地模 拟实际发生的卓越周期向长周期拓展的状况,也反映 了已有方法在液化大变形分析时存在的问题。 图 7 表明,随着地震动输入增强,土体逐步进入 强非线性阶段,本文给出的分析结果较等效线性化在 强非线性阶段大了近 1 倍,已有的等效线性化分析结 果并不能完全保证工程结构在强地震中的安全。尤其 土体液化后对土层的非线性反应影响很大,在很大程 度上改变了土体原先的特性。

由图 8 可知,表层砂土更早地进入了液化状态, 这与众多的地震现场液化调查现象吻合。随着饱和砂 土初始有效应力的增加,深层的砂土较表层砂土抗液 化性能增加,其接受的地震激励幅值也有所减小,在 两者的共同作用下,产生了此现象。

5 结 论

(1)以固相位移和孔隙水压力为未知变量,给出 了两相饱和土体的严格场方程式,并进行了时空离散, 构建了显式有限元--有限差分数值程序;考虑土体的超 固结、结构性和应力诱导各向异性,构建了能统一描 述各类土体静--动力学特性的弹塑性本构模型;基于客 观性原理,构建了大变形分析方法;引入转换应力法, 高效的实现了一般应力状态下土体力学状态的描述; 基于多次透射理论,实现了辐射能量的完全吸收,形 成了封闭系统的强非线性、弹塑性大变形分析体系。

(2) 基于构建的新型场地地震反应分析方法,研 究了典型液化场地在不同幅值地震动作用下的反应特 征。分析了频率、幅值、渗透系数及边界条件对分析 结果的影响。孔压的增长随加载次数的增长而增长, 孔压增长的原因是由于土骨架的剪胀(缩)特性引起 的;在所考虑的渗透系数范围内,土体渗透性越差, 即渗透系数越小,孔压增长越快;输入正弦时程频率 越高,孔压增长越快;饱水介质的上下表面的透水性 对分析结果影响很大,完全透水条件下,孔压增长很 小,而在完全不透水条件下,增长较快。

(3)进行了饱水砂土层对地震波传播影响的数值 试验,数值分析和现场调查结论吻合较好。土体液化 后对土层的非线性反应影响很大,在很大程度上改变 了土体原先的特性。地震动输入较大时,即土体进入 强非线性时,场地表面的反应谱长周期部分谱值明显 高于等效线性化方法和单项介质模型时域非线性计算 方法的分析结果。

参考文献:

- 陈国兴. 岩土地震工程学[M]. 北京: 科学出版社, 2007.
 (CHEN Guo-xing. Geotechnical earthquake engineering[M]. Beijing: Science Press, 2007. (in Chinese))
- [2] SHAN Z D, LING D S, DING H J. Exact solutions to one

dimensional transient response of incompressible fluid-saturated porous media[J]. Applied Mathematics and Mechanics, 2013, **34**(1): 75 - 84.

- [3] SHAN Z D, JING L P, LING D S, et al. Exact solution for the 1D transient response of saturated single-layer poroviscoelastic media[J]. Computers and Geotechnics, 2014, 59: 98 - 104.
- [4] ZIENKIEWICZ O C, CHANG C T, HINTON E. Nonlinear seismic response and liquefaction[J]. Int J Numer Anal Methods Geomech, 1978, 2(4): 381 - 404.
- [5] ZIENKIEWICZ O C, SHIOMI T. Dynamic behavior of saturated porous media: the generalized biot formulation and its numerical solution[J]. Int J Numer Anal Methods Geomech, 1984, 8(1): 71 - 96.
- [6] 门福录. 波在饱含流体的孔隙介质中的传播问题[J]. 地球 物理学报, 1981, 24(1): 65 - 76. (MEN Fu-lu. Problems of wave propagation in porous, fluid-saturated media[J]. Chinese Journal of Geophysics, 1981, 24(1): 65 - 76. (in Chinese))
- [7] 李永强. 基于相介质理论之一维土层非线性反应分析[D]. 哈尔滨:中国地震局工程力学研究所, 2008. (LI Yong-qiang. 1D nonlinear ground response analysis based on the theory of wave propagation in two-phase media[D]. Harbin: Institute of Engineering Mechanics, China

Earthquake Administration, 2008. (in Chinese))

- [8] HASHIGUCHI K. Subloading surface model in unconventional plasticity[J]. Int J of Solids and Structures, 1989, 25(8): 917 - 945.
- [9] ASAOKA A, NAKANO M, NODA T. Superloading yield surface concept for highly structured soil behavior[J]. Soils and Foundations, 2000, 40(2): 99 – 110.
- [10] SEKIGUCHI H. Rheological characteristics of clays[C]// Proc 9th Int Conf Soil Mech, Found Eng. Tokyo, 1977.
- [11] ZHANG F, YE B, NODA T, et al. Explanation of cyclic mobility of soils: approach by stress-induced anisotropy[J]. Soils and Foundations, 2007, 47(4): 635 - 648.
- [12] YAO Y, ZHOU A, LU D. Extended transformed stress space for geomaterials and its application[J]. J Eng Mech, 2007, 133(10): 1115 - 1123.
- [13] YE B, YE G L, ZHANG F. Numerical modeling of changes in anisotropy during liquefaction using a generalized constitutive model[J]. Computers and Geotechnics, 2012, 42: 62 - 72.
- [14] 廖振鹏. 工程波动理论导论[M]. 2 版. 北京: 科学出版社,
 2002. (LIAO Zhen-peng. Introduction to wave motion theories in engineering[M]. 2nd ed. Beijing: Science Press,
 2002. (in Chinese))