

DOI: 10.11779/CJGE201507004

膨胀土增湿过程中吸力 - 孔隙比 - 含水率关系

辛志宇, 谭晓慧, 王 雪, 李 芃, 汪贤恩

(合肥工业大学资源与环境工程学院, 安徽 合肥 230009)

摘 要: 通过不同初始孔隙比条件下的土水特征试验及增湿试验, 研究了膨胀土的土水特征曲线拟合参数及体积膨胀曲线拟合参数与初始孔隙比的关系, 采用曲面拟合法建立了孔隙比与重量含水率及初始孔隙比的关系曲面、孔隙比与吸力及初始孔隙比的关系曲面、重量含水率与吸力及初始孔隙比的关系曲面、体积含水率与吸力及初始孔隙比的关系曲面。试验结果表明, 在重量含水率(或吸力) - 初始孔隙比 - 孔隙比坐标系中的体变曲面由饱和及部分及非饱和部分组成; 在增湿过程中, 曲面由非饱和区进入饱和区的转折点对应的重量含水率随着初始孔隙比的增大而增大, 转折点对应的吸力随着初始孔隙比的增大而减小; 在吸力 - 初始孔隙比 - 重量含水率或体积含水率坐标系中, 与特定初始孔隙比对应的土水特征曲线是纵坐标恒定的平面曲线; 在吸力 - 孔隙比 - 重量含水率或体积含水率坐标系中, 与特定初始孔隙比对应的土水特征曲线是纵坐标在变化空间曲线, 它能同时表示初始孔隙比的影响及试验过程中孔隙比的变化。
关键词: 膨胀土; 土水特征; 增湿; 曲面拟合; 体变

中图分类号: TU443

文献标识码: A

文章编号: 1000 - 4548(2015)07 - 1195 - 09

作者简介: 辛志宇(1989 -), 男, 硕士, 主要从事非饱和土土水特征方面的研究。E-mail: xinzhuyuchn@163.com。

Relationship among suction, void ratio and water content of expansive soils during wetting process

XIN Zhi-yu, TAN Xiao-hui, WANG Xue, LI Peng, WANG Xian-en

(School of Resources and Environmental Engineering, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China)

Abstract: By means of soil water characteristic tests and wetting tests under different initial void ratios, the relationship between the initial void ratio and the fitting parameters of soil water characteristic curve and volume change curve are discussed. Surface fitting is carried out to establish the relationships among void ratio-gravimetric water content-initial void ratio, void ratio-suction-initial void ratio, gravimetric water content-suction-initial void ratio and volumetric water content-suction-initial void ratio. The test results show that in the gravimetric water content (or suction) -initial void ratio-void ratio coordinate, the volume change surface contains saturation and unsaturation parts. In the wetting process, the gravimetric water content at turning point between saturation and unsaturation parts increases with the initial void ratio, while the suction at this point decreases on the contrary. In the suction-initial void ratio-gravimetric water content (or volumetric water content) coordinate, the soil water characteristic curves that correspond to the specific initial void ratios are plane curves with constant vertical coordinates. However, in the suction-void ratio-gravimetric water content (or volumetric water content) coordinate, the soil water characteristic curves that correspond to the specific initial void ratios are space curves with variable vertical coordinates, which can reflect the influences of both the initial void ratio and the variation of the void ratio during test process.

Key words: expansive soil; soil water characteristic; wetting; surface fitting; volume change

0 引 言

土水特征曲线 (soil-water characteristic curve, 简称 SWCC) 是描述非饱和土的基质吸力与重量含水率、体积含水率或饱和度等之间关系的重要曲线。可以利用土水特征曲线研究非饱和土的强度、变形及渗透特性^[1]。SWCC 的量测可选用直接法和间接法^[2-3], 而滤纸法和渗析法由于操作简便和结果可靠的特点^[4-5]被广

泛应用于 SWCC 的测定。试验数据的拟合常用 Van Genuchten 模型^[6]和 Fredlund-Xing 模型^[7]。

孙德安等^[8]对两种膨胀土的 SWCC 进行了研究, 发现在吸力较大的情况下, 初始孔隙比对 SWCC 的影响不大, 且两种膨胀土的 SWCC 研究成果可以相互借

基金项目: 国家自然科学基金项目 (40972194, 41372281, 41172273)

收稿日期: 2014 - 10 - 24

鉴和参考。周葆春等^[9]研究了土体持水状态、密实状态和吸力的相互作用，初步建立了吸力-饱和度-孔隙比关系的本构方程。为了描述膨胀土体变特性对SWCC的影响，谭晓慧等^[10]采用收缩试验将重量含水率与体积含水率建立联系，通过试验研究总结了初始孔隙比 e_0 对SWCC的影响规律。但该文仅对2种 e_0 的土样进行试验，仍不足以说明 e_0 在较大范围内变化时对SWCC的影响。

对于某种特定土壤而言，由于试验条件的局限性，很难对较大 e_0 范围的试样进行测试，其土水特征更无从得知，因此根据已有试验结果建立土水特征模型，分析不同 e_0 作用下的SWCC非常必要。张雪东等^[11]提出了一种以两条已知初始孔隙比的土-水特征曲线为基准，预测具有任意初始孔隙比土体的土-水特征曲线的计算方法。Zhou等^[12]提出通过一条已知SWCC推算任意初始孔隙比条件下SWCC的模型。Stange等^[13]将SWCC拟合参数用初始孔隙比表示，构建了4种拟合模型。这几种方法虽然试验量小，但是预测曲线的准确性很大程度上取决于参考曲线的精度，且参数的取值为经验值或需要经过试算。相比较而言，进行多次试验得出具体参数是较为稳妥的方法。Salager等^[14]通过对5种初始孔隙比SWCC试验数据的分析，基于Fredlund-Xing模型建立了土水特征曲面。

由于试验过程中土体积发生变化，孔隙比亦会发生变化，所以具有某特定初始孔隙比的SWCC其实是一条空间曲线，而不同初始孔隙比对应的SWCC将组成空间曲面。邵明安等^[15]研究了重量含水率、吸力和容重构成的曲面。Zhou等^[16]研究了非等温条件下非饱和土的持水特性和体变特性，建立了应力-吸力-温度曲面。目前常见通过收缩等脱湿手段来研究体变特征，鲜见考虑膨胀土湿胀变形的研究成果。

本文在前人研究的基础上，以合肥地区某非饱和膨胀土为例，进行了4种初始孔隙比条件下的土水特征试验和增湿试验，获得了膨胀土土水特征和湿胀变形规律与初始孔隙比的关系，建立了土水特征曲面的解析方程，深入分析了增湿过程中膨胀土的吸力-孔隙比-含水率之间的关系。

1 膨胀土的土水特征

1.1 土水特征曲线(SWCC)拟合模型

重量含水率 w 与基质吸力(以下简称吸力, ψ)的关系可以用某种数学模型来进行拟合。Sillers等^[17]分析了多种拟合模型的特点。其中, Van Genuchten-Mualem模型(简称VG模型)适用的吸力范围广,拟合参数的物理意义明确,因此本文采用VG模型来

表示非饱和土的 $w-\psi$ 关系,其表达式为

$$w = w_r + \frac{w_s - w_r}{[1 + (\psi/a)^n]^m} \quad (1)$$

式中 w 为对应于基质吸力 ψ 的重量含水率, w_s 和 w_r 分别为饱和重量含水率和残余重量含水率, a , n , m 为曲线拟合参数(a 为曲线拐点处的吸力,稍大于进气值; n 为曲线在拐点处的斜率,与孔径分布有关; m 为与残余含水率有关的参数,反映了曲线进入高吸力段时曲线转折处的非对称性), $m=1-1/n$ 。

体积含水率 θ 与重量含水率有如下对应关系^[18]:

$$\theta = \frac{wG_s}{1+e} \quad (2)$$

式中, e 为孔隙比, G_s 为土粒比重。求得试验过程中 e 随 w 的变化规律后,利用式(1)、(2)即可得到试验过程中 θ 的变化规律,进而获得描述体变规律的SWCC。

1.2 SWCC试验简介

将渗析法与滤纸法试验相结合,可测得较大范围内的重量含水率 w 与吸力 ψ 的关系^[10,19]。渗析法是将包裹半透膜的土样置于配制好的不同浓度的聚乙二醇(PEG)溶液中,由于半透膜具有选择透过性,经过一定时间的渗析后测定PEG溶液浓度,利用PEG的浓度换算得到相应的基质吸力,通过测量土样含水率得到SWCC^[4]。滤纸法是将烘干的滤纸置于两块环刀样中间,并使土样和滤纸的水分在恒温恒湿的条件下达到平衡后测定滤纸的含水率,然后通过滤纸的率定曲线求得对应的基质吸力值,与土样的重量含水率相结合就可以得到SWCC^[5]。

试验用土取自取自合肥市某工地,取土深度3m,土样呈深棕黄色,硬塑状态。按《土工试验方法标准》GB T50123—1999制备4种不同初始孔隙比(0.69, 0.78, 0.88, 0.99)的环刀土样。对于渗析法,需将每个环刀样切成4份,每份削成直径约为16mm、高度约为25mm的小圆柱样,再将小圆柱土样装入半透膜中。然后,将8个套有半透膜的土样分别放入事先配制好的8种不同浓度的聚乙二醇溶液中进行渗析,直至平衡。详细的试验过程参见文献[4, 19]。对于滤纸法,在每种初始干密度条件下分别配制含水率为10%, 13%, 16%, 19%的环刀土样,再按文献[5, 19]的详细步骤进行试验。因此,对每种初始孔隙比,一次试验由渗析法和滤纸法可分别测定8对及4对(ψ , w)值。在每种初始孔隙比下共进行3次平行试验,3次试验的实测数据平均值见表1。表1中,前8行数据由渗析法测得,后4行数据由滤纸法测得。可见,渗析法与滤纸法分别适用于测定低吸力范围及高吸力范

围的 SWCC 曲线。

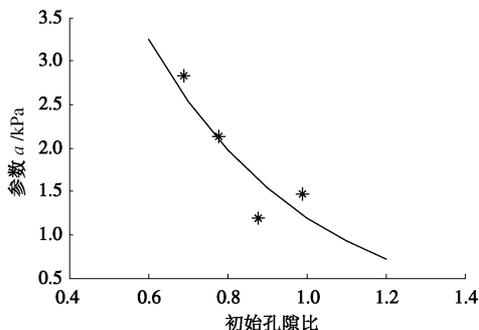
表 1 SWCC 试验结果

Table 1 Tests results of SWCC

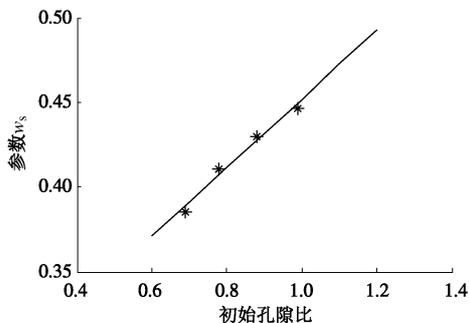
$e_0=0.69$		$e_0=0.78$		$e_0=0.88$		$e_0=0.99$	
吸力 /kPa	重量含水率 /%						
0.1	37.8	0.1	41.1	0.1	42.9	0.1	44.2
2.0	35.6	2.0	36.9	1.4	38.4	2.7	38.9
5.7	33.0	5.7	33.8	3.6	33.8	4.6	34.0
17.0	28.3	17.0	28.8	17.0	28.5	15.0	28.7
64.5	22.3	64.5	22.5	64.5	22.4	60.2	26.6
187.8	18.7	196.0	23.2	204.5	18.9	204.5	19.1
546.2	15.9	546.2	15.9	546.2	16.3	530.0	16.4
1700.6	12.9	1700.6	13.2	1151.4	14.1	1855.0	13.0
741.9	19.0	1930.5	19.0	1768.8	19.0	2253.9	18.8
1589.2	16.6	4135.6	16.6	4789.5	16.4	5209.4	16.3
6757.2	13.5	14483.1	13.4	11676.4	13.3	14641.0	13.4
10176.5	10.9	33889.7	10.8	35090.2	10.8	44872.1	10.7

1.3 SWCC 拟合参数与初始孔隙比的关系

分别对 4 种 e_0 条件下的 $w - \psi$ 数据点采用式 (1) 进行曲线拟合。结果表明：拟合参数 n 和 w_r 随 e_0 的变化波动较小，可视为定值，定值大小为不同 e_0 条件下相应参数的平均值；但拟合参数 a 及 w_s 随 e_0 的变化而变化，其关系见图 1。



(a) 拟合参数 a 与初始孔隙比的关系



(b) 拟合参数 w_s 与初始孔隙比的关系

图 1 SWCC 拟合参数与初始孔隙比的关系

Fig. 1 Relationship between fitting parameters of SWCC and initial void ratio

据研究^[20-22]，参数 a 与 e_0 的关系一般有如下 3 种表示方法：

$$a = Ae_0^{-B} \quad (3a)$$

$$a = \sqrt{b(1 - ce_0^2)} \quad (3b)$$

$$a = ke_0 + c \quad (3c)$$

参考本次试验结果 (图 1 (a)), a 随着 e_0 的增大而减小, 上述 3 种拟合关系均满足此条件。考虑到 e_0 很小时土样中孔隙连通性较差, 进气值较大; 而 e_0 较大时土样中开口孔隙较多, 进气值较小, 所以 a 的减小趋势理应随着 e_0 的增大逐渐放缓, 采用式 (3a) 的凹函数能更好地反映 a 的变化规律。而式 (3b) 为凸函数, 在理论上不符合 a 的变化趋势。式 (3c) 过于理想化, 对于样本数较少的情况比较适合, 但不适合预测全范围内的 a 变化。因此, 本文采用式 (3a) 拟合 a 与 e_0 的关系 (见图 1 (a)), 对应的拟合相关系数为 0.946。

参数 w_s 与 e_0 之间存在着良好的线性关系 (图 1 (b)), 因此可采用线性方程来拟合 $w_s - e_0$ 关系 (图 1 (b)), 其拟合相关系数为 0.975。产生这种线性关系的原因是: 由于较大初始孔隙比 e_0 的土样具有较多的孔隙, 并且孔隙连通性较好, 能够允许更多的水进入, 所以此时饱和含水率 w_s 较大; 而较小 e_0 的土样中大孔隙减小, 闭孔隙增多, 导致 w_s 降低。

综合以上分析, 为了使表达简洁明了, 并与下文的表达相一致, 本文将 SWCC 拟合参数 a 及 w_s 与初始孔隙比 e_0 的关系统一写成如下形式:

$$a = P_{11}e_0^{P_{12}} \quad (4a)$$

$$w_s = P_{13}e_0 + P_{14} \quad (4b)$$

2 膨胀土的体变特征

2.1 体积膨胀曲线 (VSC) 拟合模型

增湿条件下孔隙比 e 与重量含水率 w 的关系曲线即为体积膨胀曲线 (volumn swell curve, 简称 VSC)。很多学者对孔隙比 $e - w$ 关系进行了研究, 提出了若干 $e - w$ 曲线拟合模型^[23-25]。由于 Peng 等^[25]提出的 $e - w$ 曲线模型形式上与 VG 模型十分相似且适用的土性范围较广, 本文采用该模型来表示湿胀条件下土体的 e 与 w 的关系, 该模型表示的 $e - w$ 曲线呈 S 形。再结合土样饱和时的体积-质量关系式 $e = wG_s$, 可得湿胀条件下土体的孔隙比与重量含水率的关系如下:

$$e = \begin{cases} e_r + \frac{e_s - e_r}{[1 + (\chi G_s w)^{-p}]^q} & (w < w_{sat}) \\ wG_s & (w \geq w_{sat}) \end{cases} \quad (5)$$

式中, e_r 和 e_s 分别为残余和饱和孔隙比, 分别对应于 S 形曲线的底部及顶部的孔隙比, G_s 为土粒比重, χ ,

p 和 q 为模型的拟合参数。

对比式 (1)、(5)，可知 SWCC 模型与表示 VSC 模型参数间存在如下的对应关系^[26]：

$$a \leftrightarrow 1/\chi G_s, n \leftrightarrow -p, m \leftrightarrow q \quad (6)$$

因此，参数 $1/(\chi G_s)$ 对应于 $e-w$ 曲线的拐点；参数 $-p$ 对应于拐点处的曲线斜率；参数 q 反映在高含水率部分曲线转折处的非对称性。由于 SWCC 模型中 $m=1-1/n$ ，则根据上述对应关系可得 $q=1+1/p$ 。

2.2 VSC 试验简介

VSC 试验对应的土样初始孔隙比及环刀土样的制样方法与 SWCC 试验相同，在每种初始孔隙比条件下亦进行 3 次平行试验。采用蒸汽加湿器进行土样的增湿试验。为了得到尽可能完整的增湿曲线，制样时土样的初始含水率 w_0 应取较小值。在大量缩胀试验的基础上，本次试验取 $w_0=10\%$ 。将土样置于蒸汽加湿器中，调节加湿器功率大小到合适位置。增湿过程中不断记录土样质量、直径和高度值，直到土样足够松软潮湿，无法准确测量其尺寸为止。通过实测数据可以得到 w 和 e 的关系曲线。以初始孔隙比 $e_0=0.99$ 为例，将增湿试验结果代入式 (5) 可得 VSC 拟合结果如图 2 所示。图中，含水率 w 较小时的 $e-w$ 曲线水平段对应的孔隙比为残余孔隙比 e_r ，曲线与饱和线交点的纵坐标对应的孔隙比为饱和孔隙比 e_s 。

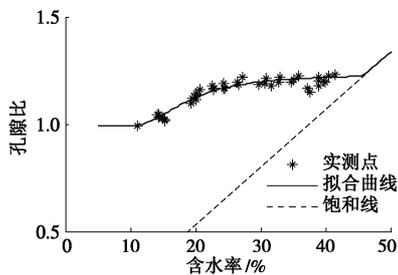


图 2 体积膨胀曲线 ($e_0=0.99$)

Fig. 2 Curves of volume swelling ($e_0=0.99$)

2.3 VSC 拟合参数与初始孔隙比的关系

与 SWCC 试验对应，共进行了 4 种初始孔隙比 e_0 条件下的增湿试验。采用式 (5) 分别对这 4 种 e_0 条件下的 $e-w$ 数据点进行曲线拟合，即可得到 4 条体积膨胀曲线。结果表明：曲线拟合参数 χ 和 p 与 e_0 无明显关系，可将它们视为定值，大小分别为 4 种 e_0 条件下相应拟合结果的均值；曲线拟合参数 e_s 及 e_r 与 e_0 的呈良好的线性关系 (见图 3)，对应的线性拟合公式见式 (7)，两式的拟合相关系数分别为 0.987，0.988。

$$e_s = P_{21}e_0 + P_{22} \quad (7a)$$

$$e_r = P_{23}e_0 + P_{24} \quad (7b)$$

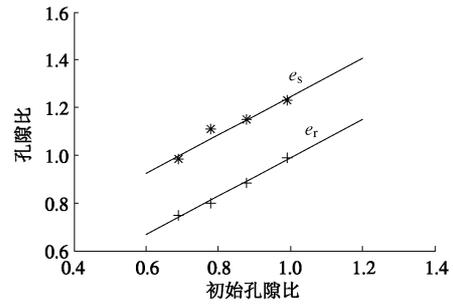


图 3 VSC 拟合参数与初始孔隙比的关系

Fig. 3 Relationship between fitting parameters of VSC and initial void ratio

3 含水率、吸力及初始孔隙比的关系

3.1 重量含水率与吸力及初始孔隙比的关系

将式 (4a)、(4b) 代入式 (1)，并将参数 n 及 w_r 分别改写为 P_{15} 及 P_{16} ，得

$$w = P_{16} + \frac{P_{13}e_0 + P_{14} - P_{16}}{[1 + (\frac{\psi}{P_{11}e_0^{P_{12}}})^{P_{15}}]^{1-1/P_{15}}} \quad (8a)$$

式 (8a) 可简记为

$$w = f_1(\psi, e_0) \quad (8b)$$

式 (8a) 或 (8b) 即为重量含水率 w 与吸力 ψ 及初始孔隙比 e_0 间的关系式，是 $\psi - e_0 - w$ 坐标系中曲面，简称 w 曲面。

3.2 孔隙比与重量含水率/吸力及初始孔隙比的关系

由式 (2) 知，为了求解体积含水率，应先求解孔隙比、吸力及初始孔隙比 3 者之间的关系。

将式 (7a)、(7b) 代入式 (5)，并将参数 χ 及 p 分别改写为 P_{25} 、 P_{26} 得

$$e = \begin{cases} e_r + \frac{(P_{21}e_0 + P_{22}) - (P_{23}e_0 + P_{24})}{[1 + (P_{25}G_s w)^{-P_{26}}]^{1+1/P_{26}}} & \text{(非饱和区)} \\ wG_s & \text{(饱和)} \end{cases} \quad (9a)$$

将式 (9a) 简记为

$$e = \begin{cases} f_2(w, e_0) & \text{(非饱和区)} \\ wG_s & \text{(饱和)} \end{cases} \quad (9b)$$

式 (9) 即为 e 与 w 及 e_0 间的关系式，是 $w - e_0 - e$ 坐标系中曲面，简称 e 曲面。

再将式 (8b) 代入式 (9b)，即可近似求得孔隙比与吸力及初始孔隙比的关系：

$$e = \begin{cases} f_2(f_1(\psi, e_0), e_0) & \text{(非饱和区)} \\ f_1(\psi, e_0) \cdot G_s & \text{(饱和)} \end{cases} \quad (10)$$

3.3 体积含水率与吸力及初始孔隙比的关系

将式 (8)、(10) 代入式 (2)，即可求得体积含水率与吸力及初始孔隙比的关系：

$$\theta = \begin{cases} \frac{f_1(\psi, e_0)G_s}{1 + f_2(f_1(\psi, e_0), e_0)} & \text{(非饱和区)} \\ \frac{f_1(\psi, e_0)G_s}{1 + f_2(\psi, e_0)G_s} & \text{(饱和)} \end{cases}, \quad (11a)$$

式 (11a) 可简记为

$$\theta = f_3(\psi, e_0). \quad (11b)$$

为与重量含水率的表达式 (8a) 相对应, 亦可将式 (11a) 写成类似的表达式:

$$\theta = P_{36} + \frac{P_{33}e_0 + P_{34} - P_{36}}{[1 + (\frac{\psi}{P_{31}e_0^{P_{32}}})^{P_{35}}]^{1-1/P_{35}}}, \quad (12)$$

式中, 曲面拟合参数 $P_{31} \sim P_{36}$ 的其含义分别与 $P_{11} \sim P_{16}$ 相对应。式 (11)、(12) 即为体积含水率 θ 与吸力 ψ 及初始孔隙比 e_0 间的关系式, 是 $\psi - e_0 - \theta$ 坐标系中曲面, 简称 θ 曲面。

4 空间曲面的获取

4.1 曲线拟合法

结合第 2, 3 节的分析及文献[21], 为了得到空间曲面, 可以采用多次曲线拟合法获取曲面拟合参数。以曲面 $w=f_1(\psi, e_0)$ 为例, 求解其曲面拟合参数的主要步骤如下:

(1) 分别对不同初始孔隙比时的 $w - \psi$ 试验数据点采用式 (1) 进行曲线拟合, 求得曲线拟合参数 a, n, w_s, w_r 。

(2) 分别计算各初始孔隙比情况下拟合参数 n 及 w_r 的平均值, 此平均值即为曲面拟合参数 P_{15} 及 P_{16} 。

(3) 将 n 及 w_r 设为定值 (各 e_0 的平均值), 再分别对不同初始孔隙比时的 $w - \psi$ 试验数据点采用式 (1) 进行曲线拟合, 求得曲线拟合参数 a, n 。

(4) 参考式 (4a)、(4b), 分别拟合曲线 $a - e_0$ 及 $w_s - e_0$, 得这两条曲线的拟合参数, 它们即曲面拟合参数 $P_{11} \sim P_{14}$ 。

采用曲线拟合法的优点是便于分析各拟合参数与 e_0 的关系; 缺点是需要进行多次曲线拟合, 计算工作量偏大。

4.2 曲面拟合法

事实上, 当空间曲面的具体表达式(式(8a)、(9a)、(11a)) 已经确定时, 可直接对各初始孔隙比的所有试验数据点进行曲面拟合, 一次性求得曲面拟合参数。采用该方法可方便迅速地进行曲面拟合, 其计算工作量远小于相应的曲线拟合法。

4.3 两种方法的结果分析

本文所有曲线及曲面拟合均采用科学计算语言 MATLAB 来完成^[27]。其中, 曲线拟合主要由

Optimization 工具箱中的函数 lsqcurvefit 来实现, 而曲面拟合主要由 Model-Based Calibration 工具箱中的 Fit 函数来实现。

以 w 曲面为例, 将上述两种方法得到的曲面绘于同一图形中, 如图 4 所示。图中, 左上角阴影部分曲面代表曲线拟合法的结果, 无黑色填充的网格曲面代表曲面拟合法的结果。可见: 二种方法得到的曲面几乎重合, 二者只在曲面的左上部略有不同, 这表明两种方法的结果十分相近。由于曲面拟合法计算简便, 下文只取曲面拟合法的结果进行分析。

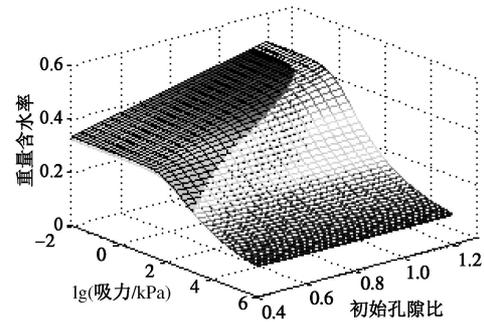


图 4 两种方法 w 曲面的对比分析

Fig. 4 Comparative analysis of two methods for w surface

5 空间曲面分析

5.1 体变曲面

(1) $w - e_0 - e$ 坐标系中的体变曲面

通过增湿试验, 可以得到不同初始孔隙比 e_0 时的 $w - e$ 关系。对这些试验点进行曲面拟合, 得曲面 $e=f_2(w, e_0)$, 如图 5, 图中黑点为试验点, 粗曲线为曲面上对应于特定初始孔隙比 (e_0 由小到大分别为 0.69, 0.78, 0.88, 0.99) 的体积膨胀曲线 (VSC)。体变曲面对应的曲面拟合参数: $P_{21} \sim P_{26}$ 分别为 0.767, 0.472, 0.793, 0.133, 2.557, 3.203。

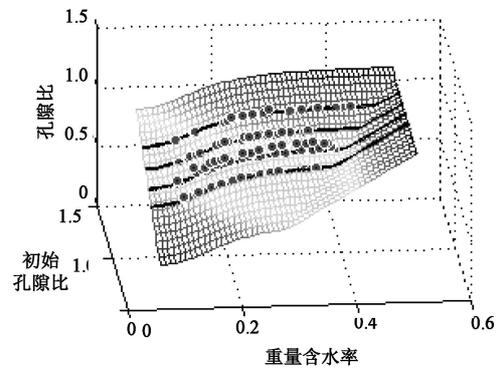


图 5 $w - e_0 - e$ 坐标系中的体变曲面

Fig. 5 Volume swelling surface in $w - e_0 - e$ coordinate

由图 5 可见: 体变曲面可以看作由无数条不同 e_0 条件下的 VSC 所组成; 该曲面可以大致分为两部分。

试验点所在区域为非饱和区, 右侧翘曲的平面为饱和区。 w 相同时, 随着 e_0 的增大, e_r 与 e_s 均增大, 表现为 VSC 沿着体变曲面逐渐上移; e_0 相同时, 随着 w 的增大, VSC 会由非饱和区进入饱和区; 由非饱和区进入饱和区的转折点对应的 w 随 e_0 的增大而增大。根据体变曲面对应的曲面拟合参数以及式 (9), 可以求得较大 e_0 范围内的任意一条 VSC。

(2) $\psi - e_0 - e$ 坐标系中的体变曲面

为了求解 θ 与 ψ 及 e_0 的关系, 需将 e 写成 ψ 及 e_0 的函数。在 $\psi - e_0 - e$ 坐标系中, 其对应的图形见图 6。

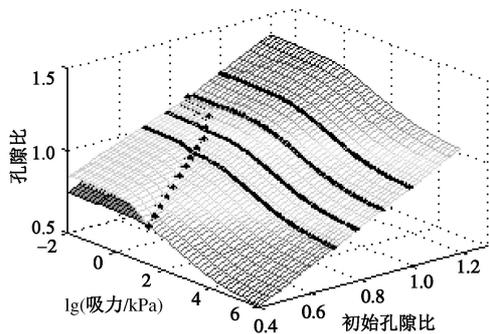


图 6 $\psi - e_0 - e$ 坐标系中的体变曲面

Fig. 6 Volume swelling surface in $\psi - e_0 - e$ coordinate

图 6 中, 网格曲面表示体变曲面, 曲面上 4 条曲线分别表示 4 种 e_0 (0.69, 0.78, 0.88, 0.99) 对应的 $\psi - e$ 曲线。可见, 曲面上用虚线圈出的左下部分出现上翘。为了更好地表示曲面的翘曲, 图 6 中亦绘出了不考虑饱和面时 (即认为 $\psi - e_0 - e$ 的关系只由式 (10) 的第一式表示) 的 e 曲面。两个曲面的区别是曲面的左下部分略有不同。结合式 (10) 可知, 两个曲面的不同部分对应于饱和区, 该饱和区与图 5 曲面右下部分的上翘部分相对应, 代表此时土样已达饱和状态。由图 6 可知: 由非饱和区进入饱和区的转折点对应吸力大小随初始孔隙比的增大而减小。

5.2 土水特征曲面

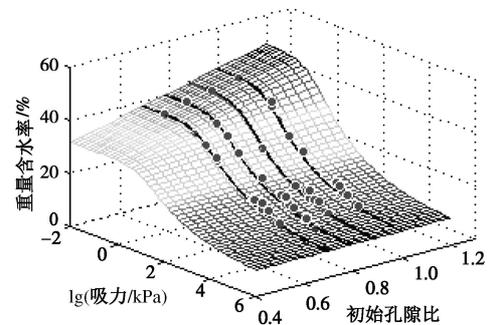
(1) $\psi - e_0 - w$ 或 $\psi - e_0 - \theta$ 坐标系中的土水特征曲面

通过 SWCC 试验, 可以得到不同初始孔隙比 e_0 的 $\psi - w$ 关系。对 $\psi - e_0 - w$ 试验点进行曲面拟合, 得曲面 $w=f_1(\psi, e_0)$, 曲面拟合参数: $P_{11} \sim P_{16}$ 分别为 1.286, 2.184, 0.216, 0.233, 1.234, 0.087, 对应的曲面见图 7 (a)。图中, 网格曲面表示 $w=f_1(\psi, e_0)$ 曲面, 曲面上 4 条曲线分别表示 4 种 e_0 (0.69, 0.78, 0.88, 0.99) 对应的 $\psi - w$ 曲线, 点号表示原始试验数据点。可见: 对于任一初始孔隙比, 曲线 $\psi - w$ 是一条纵坐标数值不变的平面曲线, 而曲面 $w=f_1(\psi, e_0)$ 则是由无数条平

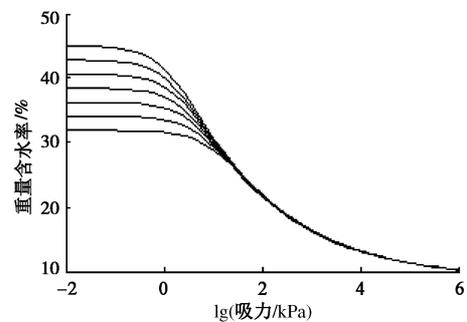
面曲线组成的空间曲面。

当获得曲面 $w=f_1(\psi, e_0)$ 的拟合参数后, 只要任意给定一个初始孔隙比, 即可得到该 e_0 对应的土水特征曲线 (此曲线即曲面的 e_0 等值线)。例如, $e_0=0.4 \sim 1.0$ 时的 $\psi - w$ 曲线见图 7 (b)。

综合 SWCC 试验及 VSC 试验的结果, 利用式 (11) 即可得到 $\psi - e_0 - \theta$ 坐标系中的曲面 $\theta=f_3(\psi, e_0)$, 曲面拟合参数: $P_{31} \sim P_{36}$ 分别为 53.994, 3.961, 0.118, 0.425, 1.236, 0.132。对应的曲面见图 8 (a)。图中, 网格曲面表示曲面 $\theta=f_3(\psi, e_0)$, 曲面上 4 条曲线分别表示 4 种 e_0 (0.69, 0.78, 0.88, 0.99) 对应的 $\psi - \theta$ 曲线。曲面 $\theta=f_3(\psi, e_0)$ 对应的 e_0 等值线见图 8 (b), 曲线右下部从上到下对应的 e_0 依次为 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1.0, 1.1。



(a) 曲面 $w=f_1(\psi, e_0)$



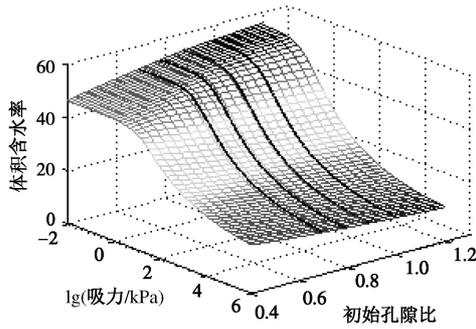
(b) e_0 等值线

图 7 $\psi - e_0 - w$ 坐标系中土水特征曲面

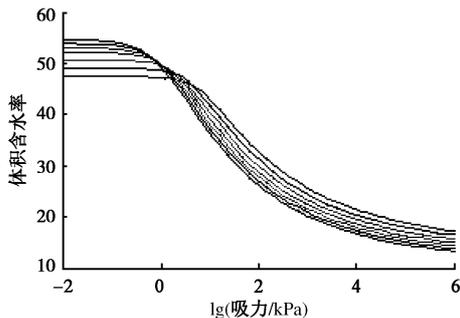
Fig. 7 Soil water characteristic surface in $\psi - e_0 - w$ coordinate

(2) $\psi - e - w$ 或 $\psi - e - \theta$ 坐标系中的土水特征曲面

在 $\psi - e_0 - w$ 坐标系中, 坐标 ψ 与 e_0 互相独立, 曲面 $w=f_1(\psi, e_0)$ 可方便地表示不同初始孔隙比条件下 w 与 ψ 的关系。但是, 该方法只能表示初始孔隙比对 $\psi - w$ 的影响, 而无法表示试验过程中孔隙比的变化。为了更好地表示出试验过程中吸力、孔隙比及含水率之间的关系, 可在 $\psi - e - w$ 坐标系中表示土水特征曲面, 记此曲面为 $w=f_4(\psi, e)$ 。同理, 亦可得到 $\psi - e - \theta$ 坐标系中的土水特征曲面, 记为 $\theta=f_5(\psi, e)$ 。



(a) 曲面 $\theta=f_3(\psi, e_0)$



(b) e_0 等值线

图 8 $\psi - e_0 - \theta$ 坐标系中土水特征曲面

Fig. 8 Soil water characteristic surface in $\psi - e_0 - \theta$ coordinate

以 $w=f_4(\psi, e)$ 为例, 绘制该曲面的方法是: 分别给定 ψ 及 e 的某一范围, 由式 (10) 反求得 e_0 的范围; 再将此 e_0 代入式 (8), 得 w , 即可求得 w 与 ψ, e 的对应关系。同理, 亦可求得 θ 与 ψ, e_0 的对应关系。

$\psi - e - w$ 坐标系中的 $w=f_4(\psi, e)$ 曲面见图 9, 曲面上 4 条曲线分别表示 4 种 $e_0(0.69, 0.78, 0.88, 0.99)$ 对应的 $\psi - w$ 曲线, 点号表示原始试验数据点。与图 8 (a) 不同的是, 图 9 中, 曲线 $\psi - w$ 不再是平面曲线而是一条空间曲线, 因为 $\psi - e - w$ 坐标系中的纵坐标 e 值随着吸力的减小而逐渐增加。因此, 该曲线既可反映初始孔隙比的影响, 亦可反映试验过程中孔隙比的变化。由图 9 还可以看出: 该曲面的左下部分是一个平面, 它对应于土样的饱和状态。

$\psi - e - \theta$ 坐标系中的 $\theta=f_3(\psi, e)$ 曲面见图 10, 曲面上 4 条曲线分别表示 4 种 $e_0(0.69, 0.78, 0.88, 0.99)$ 对应的 $\psi - \theta$ 曲线。该曲面与图 9 形状大体一致, 但是二者残余含水率的变化规律不同。在曲面 $w=f_4(\psi, e)$ 中, 不同 e_0 对应的残余重量含水率大小比较一致; 而在曲面 $\theta=f_3(\psi, e)$ 中, 随着 e_0 的减小, 残余体积含水率间的差值变大。这种差别造成了两个曲面在高吸力部分形状的不同。与曲面 $w=f_4(\psi, e)$ 相比, 曲面 $\theta=f_3(\psi, e)$ 显得较为翘曲。可见, 考虑体变因素后的 SWCC 在高吸力部分存在差异, 而这种差异在由 w 表示的 SWCC 中无法准确反应, 因此曲面 $\theta=f_3(\psi, e)$ 的提出对于正确评价膨胀土的土水特征具有重要意义。

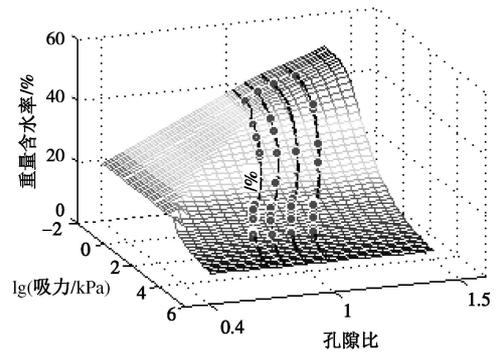


图 9 $\psi - e - w$ 坐标系中土水特征曲面($w=f_4(\psi, e)$)

Fig. 9 Soil water characteristic surface in $\psi - e - w$ coordinate

注意到在 $\psi - e - w$ 或 $\psi - e - \theta$ 坐标系中, 坐标 ψ 与 e 之间不是互相独立的。对于任一给定的 e_0 值, ψ 与 e 之间的函数关系由式 (10) 决定, 由特定 e_0 时的 $\psi - e$ 函数关系可得到 $\psi - e - w$ 坐标系中一个竖直曲面, 该竖直曲面与曲面 $w=f_4(\psi, e)$ 或 $\theta=f_3(\psi, e)$ 的交线即为特定 e_0 时的土水特征曲线。求得 $\psi - e - w$ 或 $\psi - e - \theta$ 坐标系中的土水特征曲线后, 即可方便地得到任一坐标面上两个变量间的关系。由于篇幅所限, 本文不再展开论述。

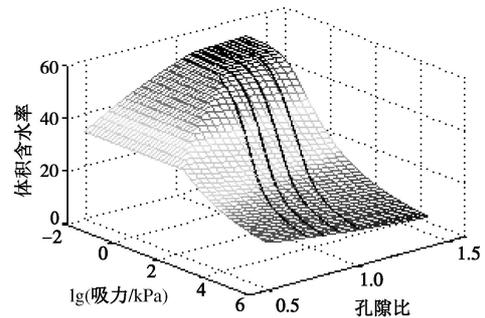


图 10 $\psi - e - \theta$ 坐标系中土水特征曲面($\theta=f_3(\psi, e)$)

Fig. 10 Soil water characteristic surface in $\psi - e - \theta$ coordinate

6 结 论

通过不同初始孔隙比条件下膨胀土的土水特征试验和增湿试验, 研究了初始孔隙比 e_0 对膨胀土的土水特征及体变特征的影响, 分析了吸力-孔隙比-含水率三者之间的关系, 建立了空间体变曲面及土水特征曲面。主要结论如下:

(1) 对于土水特征曲线 (SWCC) 的 4 个拟合参数 (a, n, w_s, w_r), a, w_s 与 e_0 的关系分别可用负指数函数及线性函数表示, n 及 w_r 可视为常数。

(2) 对于体积膨胀曲线 (VSC) 的 4 个拟合参数 (χ, p, e_s, e_r), e_s, e_r 与 e_0 的关系均可采用线性函数表示, 而 χ 及 p 可视为常数。

(3) 对比分析了获得空间曲面拟合参数的曲线拟合法及曲面拟合法, 指出曲面拟合法更简单方便, 是

一种较为理想的获取空间曲面的方法。

(4) 分别建立了 $w - e_0 - e$ 坐标系中的体变曲面和 $\psi - e_0 - e$ 坐标系中的体变曲面,二者均由非饱和区与饱和区组成;由非饱和区进入饱和区的转折点对应的重量含水率随 e_0 的增大而增大,转折点对应的吸力随 e_0 的增大而减小。

(5) 分别建立了 $\psi - e_0 - w/\theta$ 坐标系及 $\psi - e - w/\theta$ 坐标系中的土水特征曲面,研究了试验过程中吸力、重量含水率或体积含水率与初始孔隙比及孔隙比之间的关系。在 $\psi - e_0 - w/\theta$ 坐标系中,某一特定 e_0 对应的 SWCC 是一条平面曲线;在 $\psi - e - w/\theta$ 坐标系中,某一特定 e_0 对应的 SWCC 是一条空间曲线,它能反映试验过程中孔隙比的变化。

参考文献:

- [1] 孙文静, 孙德安, 刘仕卿, 等. 高吸力下高庙子钙基膨润土的土水-力学特性[J]. 岩土工程学报, 2014, **36**(2): 346 - 353. (SUN Wen-jing, SUN De-an, LIU Shi-qing, et al. Hydro-mechanical behaviour of GMZ Ca-bentonite at high suctions[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2014, **36**(2): 346 - 353. (in Chinese))
- [2] 李志清, 李涛, 胡瑞林, 等. 非饱和土土水特征曲线 (SWCC) 测试与预测[J]. 工程地质学报, 2007, **15**(5): 700 - 707. (LI Zhi-qing, LI Tao, HU Rui-lin, et al. Methods for testing and predicting of SWCC in unsaturated soil mechanics[J]. Journal of Engineering Geology, 2007, **15**(5): 700 - 707. (in Chinese))
- [3] MASROURI F, BICALHO K V, KAWAI K. Laboratory hydraulic testing in unsaturated soils[J]. Geotechnical and Geological Engineering, 2008, **26**: 691 - 704.
- [4] 蒋坤, 丁文其, 陈宝, 等. 郑开下穿越工程非饱和土土-水特征曲线室内试验研究[J]. 岩土力学, 2009, **30**(4): 1078 - 1082. (JIANG Kun, DING Wen-qi, CHEN Bao, et al. Laboratory experimental study of soil-water characteristic curves of unsaturated soils of Zhengzhou-Kaifeng underpass project[J]. Rock and Soil Mechanics, 2009, **30**(4): 1078 - 1082. (in Chinese))
- [5] 朱赞成, 孙德安, 田进. 高吸力高温下2种滤纸率定曲线及其应用[J]. 岩土工程学报, 2014, **36**(6): 1020 - 1027. (ZHU Zan-cheng, SUN De-an, TIAN Jin. Calibration curves of two filter papers at high suction and temperature and their application[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2014, **36**(6): 1020 - 1027. (in Chinese))
- [6] VAN Genuchten M T. A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils[J]. Soil Science Society of America Journal, 1980, **44**(5): 892 - 898.
- [7] FREDLUND D G, XING A. Equations for the soil-water characteristic curve[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1994, **31**(4): 521 - 532.
- [8] 孙德安, 孟德林, 孙文静, 等. 两种膨润土的土-水特征曲线[J]. 岩土力学, 2011, **32**(4): 973 - 978. (SUN De-an, MENG De-lin, SUN Wen-jing, et al. Soil - water characteristic curves of two bentonites[J]. Rock and Soil Mechanics, 2011, **32**(4): 973 - 978. (in Chinese))
- [9] 周葆春, 张彦钧, 冯冬冬, 等. 荆门非饱和压实膨胀土的吸力特征及其本构方程[J]. 岩石力学与工程学报, 2013, **32**(2): 385 - 392. (ZHOU Bao-chun, ZHANG Yan-jun, FENG Dong-dong, et al. Suction characteristics of Jingmen unsaturated compacted expansive soil and its constitutive formula[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2013, **32**(2): 385 - 392. (in Chinese))
- [10] 谭晓慧, 沈梦芬, 胡娜, 等. 考虑体积变化的膨胀土土-水特征研究[J]. 广西大学学报(自然科学版), 2013, **38**(4): 884 - 891. (TAN Xiao-hui, SHEN Meng-fen, HU Na, et al. Soil-water characteristics of expansive soil considering volume change[J]. Journal of Guangxi University (Natural Science Edition), 2013, **38**(4): 884 - 891. (in Chinese))
- [11] 张雪东, 赵成刚, 蔡国庆, 等. 土体密实状态对土-水特征曲线影响规律研究[J]. 岩土力学, 2010, **31**(5): 1463 - 1468. (ZHANG Xue-dong, ZHAO Cheng-gang, CAI Guo-qing, et al. Research on influence of soil density on soil - water characteristic curve[J]. Rock and Soil Mechanics, 2010, **31**(5): 1463 - 1468. (in Chinese))
- [12] ZHOU A N, SHENG D, CARTER J P. Modelling the effect of initial density on soil-water characteristic curves[J]. Géotechnique, 2012, **62**(8): 669 - 680.
- [13] STANGE C F, HOM R. Modeling the soil water retention curve for conditions of variable porosity[J]. Vadose Zone Journal, 2005, **4**(3): 602 - 613.
- [14] SALAGER S, EL YOUSOUFI M S, SAIX C. Definition and experimental determination of a soil-water retention surface[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2010, **47**(6): 609 - 622.
- [15] 邵明安, 吕殿青, 付晓莉, 等. 土壤持水特征测定中质量含水量, 吸力和容重三者间定量关系: I 填装土壤[J]. 土壤学报, 2007, **44**(6): 1003 - 1009. (SHAO Ming-an, LÜ Dian-qing, FU Xiao-li, et al. Quantitative relationship between mass water content, pressure head and bulk density in determination of soil water retention characteristics: I

- packed soils[J]. *Acta Pedologica Sinica*, 2007, **44**(6): 1003 - 1009. (in Chinese))
- [16] ZHOU A N, SHENG D, LI J. Modelling water retention and volume change behaviours of unsaturated soils in non-isothermal conditions[J]. *Computers and Geotechnics*, 2014, **55**: 1 - 13.
- [17] SILLERS W S, FREDLUND D G, ZAKERZADEH N. Mathematical attributes of some soil-water characteristic curve models[J]. *Geotechnical and Geological Engineering*, 2001, **19**: 243 - 283.
- [18] FREDLUND D G, SHENG D C, ZHAO J D. Estimation of soil suction from the soil-water characteristic curve[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 2011, **48**: 186 - 198.
- [19] SHEN M F, TAN X H, XIN Z Y, et al. Laboratory research of soil water characteristic curve by osmotic method and filter paper method[J]. *Electronic Journal of Geotechnical Engineering*, 2013, **18**: 5421 - 5434.
- [20] KARUBE D, KAWAI K. The role of pore water in the mechanical behavior of unsaturated soils[J]. *Geotechnical and Geological Engineering*, 2001, **19**(3/4): 211 - 241.
- [21] 周葆春, 孔令伟. 考虑体积变化的非饱和膨胀土土水特征[J]. *水利学报*, 2011, **42**(10): 1152 - 1160. (ZHOU Bao-chun, KONG Ling-wei. Effect of volume changes on soil-water characteristics of unsaturated expansive soil[J]. *Journal of Hydraulic Engineering*, 2011, **42**(10): 1152 - 1160. (in Chinese))
- [22] SONG Y S. Suction stress in unsaturated sand at different relative densities[J]. *Engineering Geology*, 2014, **176**: 1 - 10.
- [23] 辛志宇, 谭晓慧, 胡娜, 等. 膨胀土胀缩性指标的试验研究及变异性分析[J]. *广西大学学报 (自然科学版)*, 2014, **39**(1): 124 - 131. (XIN Zhi-yu, TAN Xiao-hui, HU Na, et al. Experimental study and variability analysis of swell-shrinkage indices of expansive soil[J]. *Journal of Guangxi University (Natural Science Edition)*, 2014, **39**(1): 124 - 131. (in Chinese))
- [24] 唐朝生, 崔玉军, TANG A M. 土体干燥过程中的体积收缩变形特征[J]. *岩土工程学报*, 2011, **33**(8): 1271 - 1279. (TANG Chao-sheng, CUI Yu-jun, TANG A M. Volumetric shrinkage characteristics of soil during drying[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2011, **33**(8): 1271 - 1279. (in Chinese))
- [25] PENG X, DÖRNER J, ZHAO Y, et al. Shrinkage behaviour of transiently - and constantly - loaded soils and its consequences for soil moisture release[J]. *European Journal of Soil Science*, 2009, **60**(4): 681 - 694.
- [26] 谭晓慧, 辛志宇, 沈梦芬, 等. 湿胀条件下合肥膨胀土土水特征研究[J]. *岩土力学*, 2014, **35**(12): 3352 - 3360. (TAN Xiao-hui, XIN Zhi-yu, SHEN Meng-fen, et al. Study of soil-water characteristics of expansive soil under moisture adsorption and expansion condition[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2014, **35**(12): 3352 - 3360. (in Chinese))
- [27] 谭晓慧, 余伟, 沈梦芬, 等. 土 - 水特征曲线的试验研究及曲线拟合[J]. *岩土力学*, 2013, **34**(增刊 2): 51 - 56. (TAN Xiao-hui, YU Wei, SHEN Meng-fen, et al. Experimental study and curve fitting of soil - water characteristic curve[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2013, **34**(S2): 51 - 56. (in Chinese))