

DOI: 10.11779/CJGE201506005

# 考虑非达西渗流和变荷载影响的软土大变形固结分析

李传勋<sup>1</sup>, 谢康和<sup>2</sup>

(1. 江苏大学土木工程与力学学院, 江苏 镇江 212013; 2. 浙江大学滨海和城市岩土工程研究中心, 浙江 杭州 310058)

**摘要:** 软土中的非达西渗流和大变形特性已为人们所认识, 但能考虑土中非达西渗流的软土大变形固结理论还鲜有报道。考虑实际中的变荷载, 基于土中的非达西渗流现象在拉格朗日坐标系中建立以超静孔隙水压力为变量的软土一维大变形固结模型。利用有限差分法对所建立的模型进行数值求解, 并与特定条件下的解析解对比, 以验证数值解的可靠性。最后着重分析非达西渗流模型参数对软土大变形固结性状的影响及大、小应变不同几何假定下非达西渗流固结性状的异同。结果表明非达西渗流模型的参数  $m$  及  $i_1$  值越大, 地基的固结速率就越慢; 如果小应变固结理论中自重应力的计算也考虑沉积作用, 此时尽管软土在大变形几何假定下的固结速率要比小应变假定下快, 但大、小应变固结理论计算的地基最终沉降值相等; 基于此, 鉴于大变形固结理论的复杂性, 此种情况下应用小应变代替大变形几何假定所引起的计算误差是可接受的。

**关键词:** 软土; 变荷载; 非达西渗流定律; 大应变固结; 非线性固结

中图分类号: TU43 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2015)06-1002-08

作者简介: 李传勋(1978-), 男, 副教授, 主要从事岩土工程方面的教学和科研。E-mail: lichuanxun@yeah.net。

## Large-strain consolidation of soft clay with non-Darcian flow by considering time-dependent load

LI Chuan-xun<sup>1</sup>, XIE Kang-he<sup>2</sup>

(1. Faculty of Civil Engineering and Mechanics, Jiangsu University, Zhenjiang 212013, China; 2. Research Center of Coastal and Urban Geotechnical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310058, China)

**Abstract:** The large deformation behavior and the non-Darcian flow in soft clay have been already recognized, however, the theory of large-strain nonlinear consolidation of soft clay with non-Darcian flow has been rarely reported. By considering time-dependent load, a model for one-dimensional large-strain consolidation of soft clay with non-Darcian flow law is developed in the Lagrangian coordinate, in which the excess pore water pressure serves as a variable. The finite difference method is adopted to obtain numerical solutions for this model, and a comparison between the numerical solutions and analytical solutions which are obtained on some specific conditions is presented to verify the reliability of the numerical solutions. Finally, the influence of non-Darcian flow on large-strain consolidation behavior and the difference in consolidation behavior of clay with non-Darcian flow between large-strain and small-strain conditions are investigated. The results show that the consolidation rate may decrease with an increase in the value of  $m$  or  $i_1$ . If the self-weight stress for the small-strain consolidation with non-Darcian flow is also calculated by considering its sedimentation, the final settlement of clay layer under large-strain condition is the same as that in the small-strain case, although the consolidation rate under large-strain condition is faster than that under small-strain condition. As a result, due to the complexity of the large-strain condition, the error in settlement curve induced by the replacement of large-strain condition by small-strain condition can be acceptable in this case.

**Key words:** soft clay; time-dependent load; non-Darcian flow law; large-strain consolidation; nonlinear consolidation

## 0 引言

土体固结直接影响着土的强度和变形, 故固结理论一直是岩土工程的研究热点。众所周知, 软土固结与土中渗流密不可分。目前软黏土中渗流大多采用基于砂样室内渗透试验得到的达西定律来描述, 但很多室内渗透试验及现场实测资料均表明软黏土中渗流会

出现偏离达西定律的现象<sup>[1-5]</sup>。既如此, 研究基于非达西渗流定律的软土固结理论尤为重要。

基金项目: 国家自然科学基金项目(51109092, 51179170); 中国博士后基金面上项目(2013M530237); 中国博士后基金第七批特别项目(2014T70479)

收稿日期: 2014-10-08

Pascal 等<sup>[6]</sup>首开先河, 对考虑起始水力坡降的软土固结理论展开研究。刘慈群<sup>[7]</sup>利用积分关系式得到了基于起始水力坡降的软土一维固结近似解。Xie 等<sup>[8]</sup>将由起始水力坡降引起的移动边界条件近似为固定边界条件, 得到软土一维固结的近似解析解。本世纪初, Hansbo<sup>[9-10]</sup>阐述了在砂井地基和天然地基中应用其提出的非达西渗流定律描述土中渗流的有效性 (以下将该渗流模型简称“Hansbo 渗流模型”)。正因为此, Hansbo 渗流模型逐渐被更多的岩土工程研究者所认识。Teh 等<sup>[11]</sup>基于 Hansbo 渗流模型并考虑软土的非线性压缩特性对砂井地基进行固结分析。鄂建等<sup>[12]</sup>对考虑非达西渗流的软土一维非线性固结进行求解并分析其固结性状。Li 等<sup>[13]</sup>基于 Hansbo 渗流模型, 利用有限差分法对变荷载下的软土非线性固结进行求解, 分析其与达西定律下固结性状的异同。刘忠玉等<sup>[14]</sup>利用有限体积法对基于 Hansbo 渗流模型的软土线性流变固结求解, 并分析流变固结性状。由此可见, 近 30 a 来, 研究者们一直探索非达西渗流定律对软土固结的影响。

但需说明的是, 以上基于非达西渗流定律的软土固结理论均是建立在小应变假定基础上的。事实上, 大变形固结理论自 Gibson 等<sup>[15-16]</sup>建立以孔隙比为变量的固结控制方程以来, 已在数值与解析方面均取得了诸多进展, 但能考虑土中非达西渗流定律的软土大变形固结理论还鲜见报道。尽管黄杰卿等<sup>[17]</sup>对考虑起始水力坡降的软土大变形固结理论展开研究, 但其不能揭示 Hansbo 非达西渗流模型下的大变形固结性状。本文基于 Hansbo 非达西渗流模型在大应变几何假定下建立能同时考虑非达西渗流和变荷载作用的软土大变形固结理论, 并分析非达西渗流对固结性状的影响及非达西渗流模型下大、小应变固结性状的异同。

## 1 基本假定及模型的建立

### 1.1 问题的描述

在饱和软土地基中分别建立拉格朗日坐标系  $a$  及欧拉坐标系  $\zeta$ , 如图 1 所示。地基顶面透水, 底面透水或不透水。地基土层厚度为  $H$ , 其在荷载  $q_p$  及自重应力作用下变形已稳定。无限均匀分布的外荷载  $q(t)$  作用于地基表面, 其随时间变化过程如图 2 所示, 变荷载初始值为  $q_0$ , 加载历时为  $t_c$ , 达到  $q_u$  后保持不变。拉格朗日及欧拉坐标系的正向均与重力作用方向相同, 地基顶面与底面在拉格朗日坐标系中分别记为  $a=0$  和  $a=H$ ; 欧拉坐标系中取初始时刻地基顶面为基准面, 则地基顶面与底面在欧拉坐标系中分别记为  $\zeta=S(0, t)$  和  $\zeta=H$ , 其中  $S(0, t)$  为  $t$  时刻地基顶面处

已经发生的沉降值。

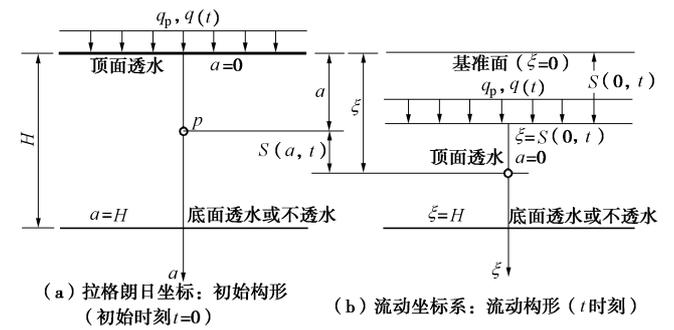


图 1 拉格朗日与流动坐标系示意图  
Fig. 1 Lagrangian and convective coordinates

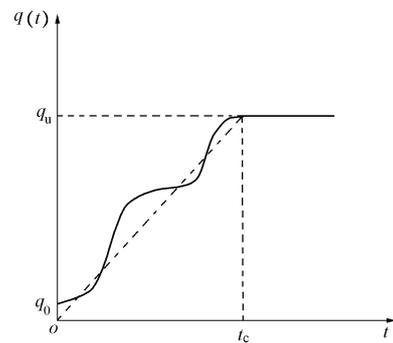


图 2 变荷载随时间变化示意图

Fig. 2 Variation of external load  $q(t)$  with time  $t$

### 1.2 基本假定

为建立上述问题的数学模型, 作如下基本假定: ①为考虑土层厚度在固结过程中逐渐减小的事实, 固结模型采用大应变几何假定; ②土中渗流遵循如图 3 所示的 Hansbo 非达西渗流模型, 且非达西渗流模型的参数  $m$  和  $i_1$  在固结过程中始终保持不变; ③采用经典的  $e - \lg \sigma'$  及  $e - \lg k_v$  非线性关系描述土体的非线性压缩及渗透特性, 即孔隙比  $e$  与有效应力  $\sigma'$  及孔隙比  $e$  与渗透系数  $k_v$  间满足

$$e - e_1 = c_c \lg(\sigma'_1 / \sigma') \quad (1)$$

$$e - e_1 = c_k \lg(k_v / k_{v1}) \quad (2)$$

式中  $e$  为孔隙比;  $\sigma'_1$  为指定的有效应力;  $e_1$  为与指定有效应力  $\sigma'_1$  相对应的孔隙比;  $\sigma'$  为有效应力;  $c_c$  为压缩指数;  $c_k$  为渗透指数。

图 3 所示的 Hansbo 渗流模型用公式可进一步表达为

$$v = \begin{cases} -k_v i^m / (m i_1^{m-1}) & (i < i_1) \\ -k_v [i - i_1 (m-1) / m] & (i \geq i_1) \end{cases} \quad (3)$$

式中,  $v$  为土中水相对土颗粒在整个断面的平均流速,  $i$  为水力坡降,  $m$  及  $i_1$  为模型参数。

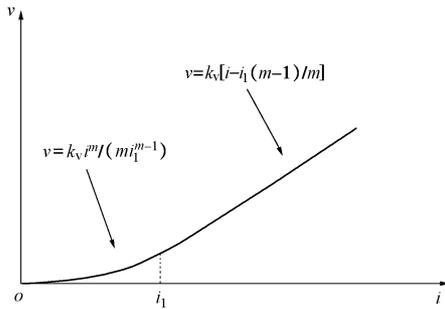


图3 非达西渗流模型  $v-i$  关系曲线

Fig. 3 Relationship between  $v$  and  $i$  for non-Darcian flow law

1.3 拉格朗日与欧拉坐标系中的一些基本关系

由图1发现，拉格朗日坐标系中土层顶面和底面的坐标不会随固结而发生改变，这使固结边界条件的处理十分方便。正基于此，本文将在拉格朗日坐标系中建立大变形固结模型。Xie等<sup>[18]</sup>给出了土层的自重应力和有效应力在拉格朗日坐标系中分别为

$$\sigma'(a, t) = \sigma'_0 + q(t) - u(a, t) \quad (4)$$

$$\sigma'_0 = \sigma'(a, 0) = q_p + \gamma_w (G_s - 1) \int_0^a \frac{1}{1+e_0} da \quad (5)$$

式中  $\sigma'(a, t)$  为有效应力； $\sigma'_0$  为初始有效应力；即自重应力； $u(a, t)$  为超静孔隙水压力； $G_s$  为土粒相对密度； $\gamma_w$  为水的重度。

Gibson等<sup>[15]</sup>指出拉格朗日坐标  $a$  与欧拉坐标  $\xi$  间应满足

$$\frac{d\xi}{da} = \frac{1+e}{1+e_0} \quad (6)$$

式中， $e=e(a, t)$  是土体孔隙比； $e_0=e(a, 0)$  是土体初始孔隙比，与自重应力  $\sigma'_0$  密切相关。由式(2)可得到自重应力与初始孔隙比间满足

$$e_0 - e_1 = c_c \lg(\sigma'_1 / \sigma'_0) \quad (7)$$

将式(7)代入式(5)建立微分方程并在  $[0, a]$  积分，就可得考虑沉积作用的土体自重应力的确定方程：

$$\left(1 + e_1 + \frac{c_c}{\ln 10}\right) \sigma'_0 - c_c \sigma'_0 \lg\left(\frac{\sigma'_0}{\sigma'_1}\right) = \left[1 + e_1 - c_c \lg\left(\frac{q_p}{\sigma'_1}\right) + \frac{c_c}{\ln 10}\right] q_p + [\gamma_w (G_s - 1)] a \quad (8)$$

求解式(8)可得自重应力  $\sigma'_0$  随拉格朗日坐标  $a$  沿深度的分布，并利用式(7)可确定初始孔隙比  $e_0$ 。

1.4 模型的建立

水力坡降  $i$  在流动坐标系中表示为

$$i = \frac{1}{\gamma_w} \frac{\partial u}{\partial \xi} \quad (9)$$

其在拉格朗日坐标系中转化为

$$i = \frac{1}{\gamma_w} \frac{1+e_0}{1+e} \frac{\partial u}{\partial a} \quad (10)$$

根据 Xie 等<sup>[18]</sup>的研究，拉格朗日坐标系中软土大变形固结的普遍连续方程为

$$\frac{\partial v}{\partial a} = -\frac{1}{1+e_0} \frac{\partial e}{\partial t} \quad (11)$$

将式(10)，(3)代入式(11)中，可得

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial a} \left[ k_v \left( \frac{1}{\gamma_w} \frac{1+e_0}{1+e} \frac{\partial u}{\partial a} \right)^m / (m i_1^{m-1}) \right] \\ = \frac{1}{1+e_0} \frac{\partial e}{\partial t} \left( \frac{1}{\gamma_w} \frac{1+e_0}{1+e} \frac{\partial u}{\partial a} < i_1 \right), \\ \frac{\partial}{\partial a} \left[ k_v \left( \frac{1}{\gamma_w} \frac{1+e_0}{1+e} \frac{\partial u}{\partial a} - i_1 \frac{m-1}{m} \right) \right] \\ = \frac{1}{1+e_0} \frac{\partial e}{\partial t} \left( \frac{1}{\gamma_w} \frac{1+e_0}{1+e} \frac{\partial u}{\partial a} \geq i_1 \right). \end{cases} \quad (12)$$

由式(1)，(2)可进一步得

$$\frac{de}{d\sigma'} = -\frac{c_c}{\sigma' \ln 10} \quad (13)$$

$$k_v = k_{v1} \left( \frac{\sigma'_1}{\sigma'} \right)^{c_c/c_k} \quad (14)$$

将式(13)，(14)，(4)代入式(12)，可得到考虑非达西渗流和变荷载作用的软土大变形固结控制方程为

$$\begin{cases} c_{v1} \frac{1+e_0}{1+e_1} \frac{\sigma'_1}{\sigma'_1} \frac{\partial}{\partial a} \left[ \left( \frac{\sigma'_1}{\sigma'} \right)^{c_c} \frac{1}{m} \left( \frac{1+e_0}{1+e} \right)^m \left( \frac{1}{\gamma_w i_1} \frac{\partial u}{\partial a} \right)^{m-1} \frac{\partial u}{\partial a} \right] \\ = \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{dq}{dt} \left( \frac{1}{\gamma_w} \frac{1+e_0}{1+e} \frac{\partial u}{\partial a} < i_1 \right), \\ c_{v1} \frac{1+e_0}{1+e_1} \frac{\sigma'_1}{\sigma'_1} \frac{\partial}{\partial a} \left[ \left( \frac{\sigma'_1}{\sigma'} \right)^{c_c} \left( \frac{1+e_0}{1+e} - \frac{(m-1)i_1}{\gamma_w} \frac{\partial u}{\partial a} \right) \frac{\partial u}{\partial a} \right] \\ = \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{dq}{dt} \left( \frac{1}{\gamma_w} \frac{1+e_0}{1+e} \frac{\partial u}{\partial a} \geq i_1 \right). \end{cases} \quad (15)$$

式中， $c_{v1} = k_{v1} (1+e_1) \sigma'_1 \ln 10 / (\gamma_w c_c)$ 。

单面排水条件下控制方程的求解条件为

$$\begin{cases} u(0, t) = 0, \\ \left. \frac{\partial u}{\partial a} \right|_{a=H} = 0, \\ u(a, 0) = q_0. \end{cases} \quad (16)$$

双面排水条件下控制方程的求解条件为

$$\begin{cases} u(0, t) = 0, \\ u(H, 0) = 0, \\ u(a, 0) = q_0. \end{cases} \quad (17)$$

## 2 模型的数值解答

### 2.1 控制方程的无量纲化

建立的数学模型很难求其解析解。本文拟采用有限差分法进行数值解答。为方便求解, 定义如下无量纲变量:  $U = u / \sigma'_1$ ,  $z = a / H$ ,  $Q_u = q_u / \sigma'_1$ ,  $Q^0 = q_0 / \sigma'_1$ ,  $Q = q(t) / \sigma'_1$ ,  $\sigma_H = \sigma'_1 / (\gamma_w H)$ ,  $W = \sigma'_0 / \sigma'_1$ ,  $T_v = c_{v1} t / H^2$ ,  $T_{vk} = c_{v1} t_k / H^2$ 。应用以上无量纲变量, 控制方程和求解条件可转化为

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial z} \left[ \left( \frac{1}{W+Q-U} \right)^{c_c/c_k} \frac{1}{m} \left( \frac{1+e_0}{1+e} \right)^m \left( \frac{\sigma_H}{i_1} \frac{\partial U}{\partial z} \right)^{m-1} \frac{\partial U}{\partial z} \right] \\ \frac{1+e_0}{1+e_1} (W+Q-U) = \frac{\partial U}{\partial T_v} - \frac{\partial Q}{\partial T_v} \quad \left( \sigma_H \frac{1+e_0}{1+e} \frac{\partial U}{\partial z} < i_1 \right), \\ \frac{\partial}{\partial z} \left[ \left( \frac{1}{W+Q-U} \right)^{c_c/c_k} \left( \frac{1+e_0}{1+e} - \frac{(m-1)i_1}{\sigma_H \frac{\partial U}{\partial z} m} \right) \frac{\partial U}{\partial z} \right] \\ \frac{1+e_0}{1+e_1} (W+Q-U) = \frac{\partial U}{\partial T_v} - \frac{\partial Q}{\partial T_v} \quad \left( \sigma_H \frac{1+e_0}{1+e} \frac{\partial U}{\partial z} \geq i_1 \right). \end{cases} \quad (18)$$

$$\begin{cases} U(0, T_v) = 0, \\ \left. \frac{\partial U}{\partial z} \right|_{z=1} = 0, \\ U(z, 0) = Q^0. \end{cases} \quad (19)$$

$$\begin{cases} U(0, T_v) = 0, \\ U(1, 0) = 0, \\ U(z, 0) = Q^0. \end{cases} \quad (20)$$

### 2.2 超静孔隙水压力的有限差分解

在  $z - T_v$  平面划分差分网格, 空间步长记为  $\Delta z$ , 第  $j$  个空间节点被记为  $z_j$ , 则  $z_j = j\Delta z$ ,  $j=0, 1, 2, \dots, n$ 。此时第  $j$  薄层平均自重应力的无量纲值记为

$$W_j = \sigma'_0 / \sigma'_1, \quad (21)$$

其中  $\sigma'_0$  可由式 (8) 获得,  $j=1, 2, 3, \dots, n$ 。同时, 将时间域划分很多微小时间段, 如果第  $k$  个时段记为  $\Delta T_{vk}(k=0, 1, 2, \dots)$ , 则第  $k$  个时段终止时刻  $T_{vk}$  可表示为

$$T_{vk} = \sum_{r=1}^k \Delta T_{vr}. \quad (22)$$

通过以上的时空离散, 对控制方程 (18) 可建立如下的差分方程

$$U_j^{k+1} = U_j^k + (Q^{k+1} - Q^k) + \beta_j^k \cdot \left[ \alpha_{j+1/2}^k (U_{j+1}^{k+1} - U_j^{k+1}) - \alpha_{j-1/2}^k (U_j^{k+1} - U_{j-1}^{k+1}) \right], \quad (23)$$

式中,  $U_j^k$  是第  $j$  节点在  $T_{vk}$  时刻超静孔压的无量纲值,  $j=1, 2, \dots, n$ ,  $k=0, 1, 2, \dots$ ;  $Q^k$  为  $T_{vk}$  时刻外荷

载  $q(t)$  的无量纲值;  $\beta_j^k = \lambda_k (W_j + Q^k - U_j^k) (1 + e_{0j}) / (1 + e_1)$ ;  $\lambda_k = \Delta T_{vk} / (\Delta z)^2$ ;

$$\alpha_{j+1/2}^k = \begin{cases} \frac{1}{m i_1^{m-1}} \left[ W_{j+1} + Q^k - \frac{(U_{j+1}^k + U_j^k)}{2} \right]^{-c} \times \left[ \frac{1+e_{0j+1}}{1+e_{j+1}^k} \right]^m \\ \left( \sigma_H \frac{U_{j+1}^k - U_j^k}{\Delta z} \right)^{m-1} \left( \sigma_H \frac{1+e_{0j+1}}{1+e_{j+1}^k} \frac{U_{j+1}^k - U_j^k}{\Delta z} < i_1 \right), \\ \left[ W_{j+1} + Q^k - \frac{(U_{j+1}^k + U_j^k)}{2} \right]^{-c} \left( \frac{1+e_{0j+1}}{1+e_{j+1}^k} - \frac{(m-1)i_1}{m\sigma_H \frac{U_{j+1}^k - U_j^k}{\Delta z}} \right) \\ \left( \sigma_H \frac{1+e_{0j+1}}{1+e_{j+1}^k} \frac{U_{j+1}^k - U_j^k}{\Delta z} \geq i_1 \right); \end{cases}$$

$$\alpha_{j-1/2}^k = \begin{cases} \frac{1}{m i_1^{m-1}} \left[ W_j + Q^k - \frac{(U_j^k + U_{j-1}^k)}{2} \right]^{-c} \times \left[ \frac{1+e_{0j}}{1+e_j^k} \right]^m \\ \left( \sigma_H \frac{U_j^k - U_{j-1}^k}{\Delta z} \right)^{m-1} \left( \sigma_H \frac{1+e_{0j}}{1+e_j^k} \frac{U_j^k - U_{j-1}^k}{\Delta z} < i_1 \right); \\ \left[ W_j + Q^k - \frac{(U_j^k + U_{j-1}^k)}{2} \right]^{-c} \left( \frac{1+e_{0j}}{1+e_j^k} - \frac{(m-1)i_1}{m\sigma_H \frac{U_j^k - U_{j-1}^k}{\Delta z}} \right) \\ \left( \sigma_H \frac{1+e_{0j}}{1+e_j^k} \frac{U_j^k - U_{j-1}^k}{\Delta z} \geq i_1 \right). \end{cases}$$

$$e_j^k = e_1 - c_c \lg \left[ W_j + Q^k - (U_j^k + U_{j-1}^k) / 2 \right].$$

相应的求解条件应用离散点可以表达为

$$\begin{cases} U_0^k = 0, \\ U_{n-1}^k = U_{n+1}^k, \\ U_j^0 = Q^0 \quad (j=1, 2, 3, \dots, n), \end{cases} \quad (24)$$

$$\begin{cases} U_0^k = 0, \\ U_n^k = 0, \\ U_j^0 = Q^0 \quad (j=1, 2, 3, \dots, n), \end{cases} \quad (25)$$

这样, 式 (23)、(24) 或式 (25) 构成了封闭的代数方程组, 求解该方程组即可得超静孔压的数值解答。

### 2.3 平均固结度的求解

获得超静孔隙水压力解答后, 可进一步求得按孔压定义的地基平均固结度  $U_p$  为

$$U_p = \frac{\int_0^1 (Q-U) dz}{\int_0^1 Q_u dz} = \frac{Q}{Q_u} - \frac{\sum_{j=1}^n (U_{j-1}^k + U_j^k)}{2nQ_u}. \quad (26)$$

从图 1 中可发现拉格朗日坐标  $a$  与流动坐标  $\zeta$  间

满足

$$\xi = a + S(a, t) \quad (27)$$

对式(27)微分并将式(6)代入,可得到

$$dS = \left( \frac{d\xi}{da} - 1 \right) da = \frac{e - e_0}{1 + e_0} da \quad (28)$$

将式(28)在地基厚度  $H$  范围内积分,可获得  $T_{vk}$  时刻地基的沉降变形  $S_t$  为

$$S_t = \int_0^H \frac{e_0 - e}{1 + e_0} da \approx \frac{H}{n} \sum_{j=1}^n \frac{e_{0j} - e_j^k}{1 + e_{0j}} \quad (29)$$

地基的最终沉降变形  $S_\infty$  可表达为

$$S_\infty = \int_0^H \frac{e_0 - e_j^\infty}{1 + e_0} da \approx \frac{H}{n} \sum_{j=1}^n \frac{e_{0j} - e_j^\infty}{1 + e_{0j}} \quad (30)$$

式中,  $e_j^\infty$  为第  $j$  层土体的最终孔隙比,其表达式为  $e_j^\infty = e_1 - c_c \lg[W_j + Q^u]$ 。 $T_{vk}$  时刻按变形定义的地基平均固结度  $U_s$  为

$$U_s = S_t / S_\infty \quad (31)$$

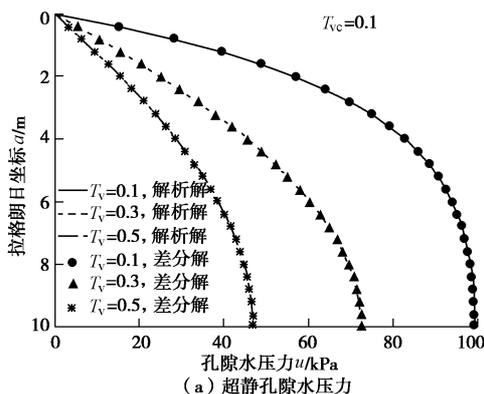
### 3 数值解的验证

容易知道,当 Hansbo 非达西渗流模型参数  $m=1$  时,非达西渗流就退化为达西定律,故达西定律是本文非达西渗流模型的特例。基于达西定律,谢康和等<sup>[19]</sup>在特定条件下给出变荷载作用的软土大变形固结解析解。应用前述的数值方法对文献[19]所建立的控制方程在单面排水条件下进行离散求解,以验证该数值方法的可靠性。计算时外荷载采用单级加载,加载历时  $T_{vc}=0.1$ ,其余参数见表1。将超静孔隙水压力及地基沉降变形的有限差分解与谢康和等<sup>[19]</sup>获得的解析解对比,结果如图4所示。

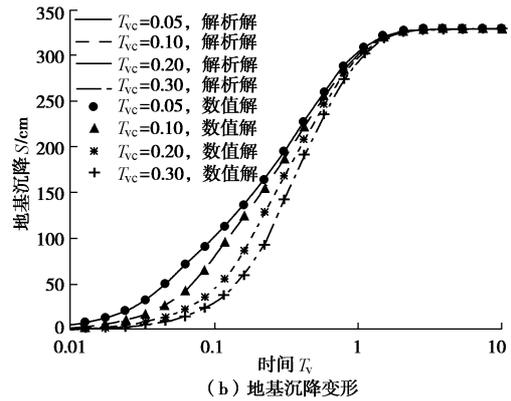
表1 达西定律下大变形固结的计算参数

Table 1 Specific parameters of large-strain consolidation with Darcy's law

$G_s$	$H$ /m	$e_0$	$q_p$ /kPa	$q_u$ /kPa	$k_{v0}$ /( $m \cdot s^{-1}$ )	$m_{v1}$ /MPa <sup>-1</sup>
2.75	10	3.0	10	100	$10^{-9}$	4



(a) 超静孔隙水压力



(b) 地基沉降变形

图4 差分解与解析解的对比分析

Fig. 4 Comparison between finite difference solutions and analytical solutions

从图4中可发现,差分计算结果与解析计算结果几乎完全重合,说明本文所建立的差分方法在达西定律下的计算结果是完全可靠的。在本文所建立模型正确性的前提下,且能保证模型参数  $m$  与  $i_1$  在程序中的正确表达,这样就能保证非达西渗流下软土的大变形固结计算仍然是可靠的。同时, Li 等<sup>[13]</sup>也验证了应用前述差分方法计算基于非达西渗流的软土固结问题确实具有一定的可靠性。

### 4 固结性状分析

基于以上的有限差分,以单面排水为例对非达西渗流及大变形几何假定对固结性状的影响进行分析。外荷载为特殊的单级加载,加载历时的无量纲因子  $T_{vc}=0.1$ ,其余土体物理、力学性质指标如表2所示。

表2 土的物理、力学性质指标

Table 2 Physical and mechanical properties of soils

$G_s$	$H/m$	$q_1/kPa$	$e_1$	$q_p/kPa$	$c_c$	$c_k$
2.75	20	50	1.57	10	0.64	0.75

#### 4.1 非达西渗流参数 $m$ 、 $i_1$ 对固结性状的影响

Li 等<sup>[13]</sup>的研究表明,在小应变假定下土中存在的非达西渗流相对达西定律而言会使土的固结过程滞后,且这种滞后会随参数  $m$  和  $i_1$  的增大而更明显。图5表明即使在大变形假定下这一固结性状也并未发生改变。如图5所示,  $m$  或  $i_1$  值越大,土中残留的超静孔隙水压力越大,说明超静孔隙水压力的消散速率越慢。这就必然会对地基变形产生直接的影响,如图6所示。随着参数  $m$  和  $i_1$  的增大,非达西渗流定律下地基变形曲线与达西定律下地基变形曲线间的差距越来越大。当  $m=1.25$ ,  $i_1>5$  或  $m=1.5$ ,  $i_1>2.5$  时,这种偏差会引起较大的变形计算误差。但需说明的是,  $m$  和  $i_1$  值仅仅影响地基的变形速率,其并不影响地基的最终沉降值,其原因在于:根据式(30),仅初始孔隙比

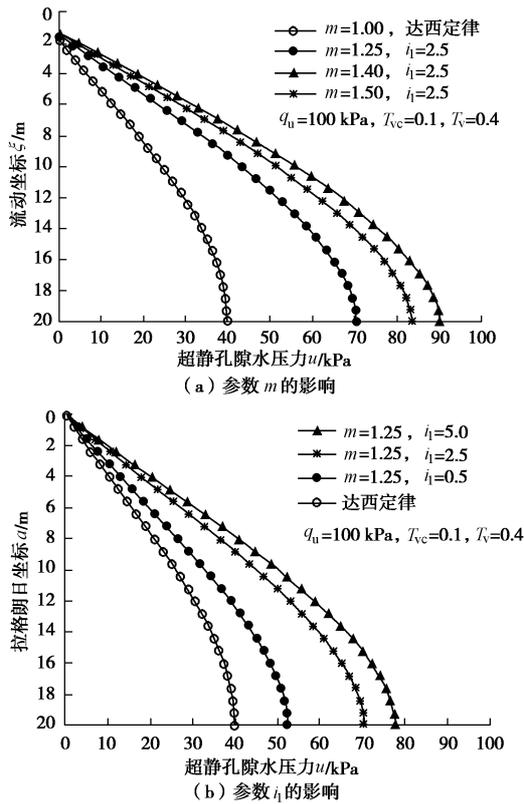


图 5  $m$  及  $i_1$  对超静孔压消散的影响

Fig. 5 Influence of  $m$  and  $i_1$  on dissipation of excess pore water pressure

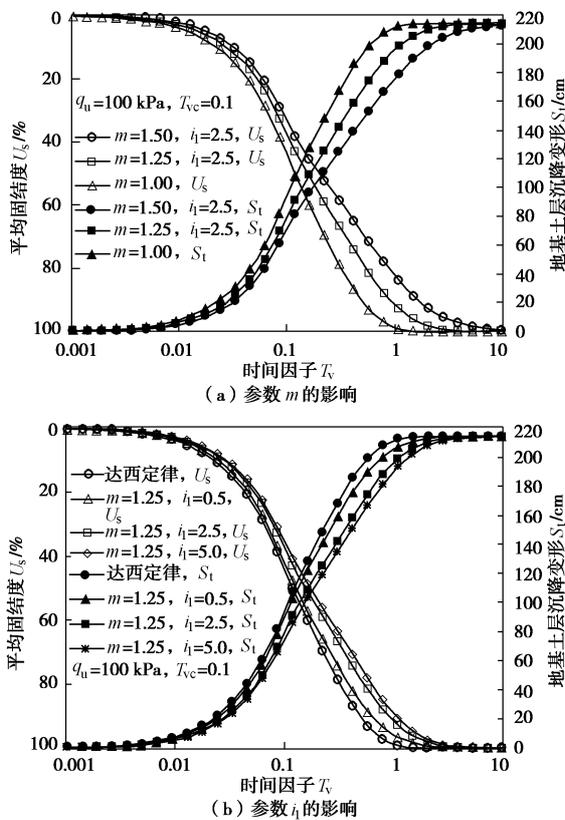


图 6 参数  $m$  和  $i_1$  对平均固结度  $U_s$  和地基沉降变形  $S_t$  的影响  
Fig. 6 Influence of  $m$  and  $i_1$  on average degree  $U_s$  and settlement of clay layer  $S_t$

和最终孔隙比会影响地基最终沉降值, 且其仅与初始有效应力和最终有效应力有关, 而  $m$  和  $i_1$  值并不会影响土的最终有效应力, 故地基的最终沉降变形自然不会受到  $m$  和  $i_1$  值的影响。

#### 4.2 基于非达西渗流的大、小应变固结理论间差别

Li 等<sup>[13]</sup>在小应变假定下分析了基于非达西渗流定律的软土固结性状, 其中自重应力考虑了两种分布形式(即沿深度线性增加和沿深度保持不变), 研究发现自重应力的计算方法对固结速率影响很大。本文在 Li 等<sup>[13]</sup>的小应变固结理论研究基础上, 本文小应变固结理论中自重应力考虑 3 种计算方法: ①认为土的有效重度  $\gamma'=8 \text{ kN/m}^3$  保持不变, 此时自重应力会沿深度线性增加; ②认为自重应力沿深度保持不变, 其值恒等于  $0.5\gamma'H$ , 其中  $\gamma'=8 \text{ kN/m}^3$ ; ③与前述的大应变固结理论一样考虑沉积作用, 利用本文式(8)计算土的自重应力。下面将在以上 3 种情况下探讨考虑非达西渗流的大、小变形固结性状间的区别。

如图 7 所示, 大变形假定下土的超静孔隙水压力消散速率最快; 小应变假定下自重应力考虑沉积和线性增加时超静孔压的消散速率与之相差不多, 但与大应变假定下孔压的消散速率相比稍慢; 自重应力沿深度保持不变时小应变假定下孔压消散速率最慢。原因在于: 大应变假定下土层厚度在固结过程中会逐渐减小, 其固结速率自然就快。但需要指出的是, 如果自重应力的计算方法相同, 大、小应变假定下两者的固结速率虽有一定差异, 但这种差异确实不大。在实际工程中, 为避免大变形固结理论的复杂, 在小应变假定下如果自重应力的计算同样也考虑沉积作用, 此时应用非达西渗流定律下的小应变固结理论代替大变形固结理论计算超静孔隙水压力的消散速率, 其引起的误差确实是可接受的, 尽管此时如果忽略土的大变形固结特性, 会略低估超静孔隙水压力的消散速率。

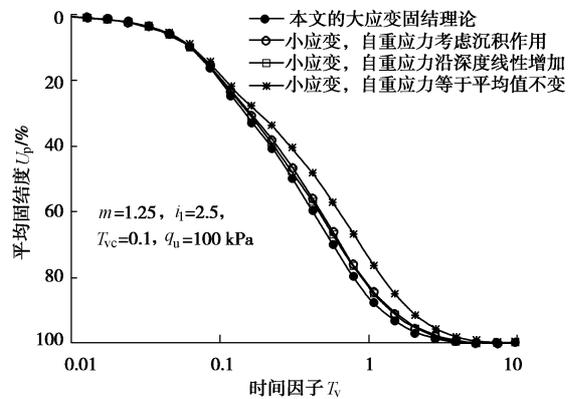


图 7 大、小应变不同假定下平均固结度  $U_p$  的异同  
Fig. 7 Difference in average degree of consolidation between large-strain and small-strain conditions

图8进一步说明在自重应力计算方法相同的情况下, 尽管大应变假定下的地基变形速率比小应变假定下的快, 但大、小应变不同假定下的地基变形速率确实相差不大。最重要的一点是, 如果自重应力的计算方法相同, 大、小应变假定下地基的最终沉降量是完全相同的。这也与李冰河等<sup>[20]</sup>在达西定律下发现的固结性状相同。在不同几何假定下地基的最终沉降量之所以相同, 可以通过式(30)得到解释。如果自重应力的计算方法相同, 则土的初始孔隙比 $e_0$ 就相同; 同时相同的荷载稳定值 $q_u$ 自然也导致土体最终孔隙比 $e_\infty$ 相同, 土的最终沉降量自然也就相同。因此, 传统土力学中分别按大、小应变固结理论计算沉降值会产生很大偏差的原因就在于自重应力的计算方法不同。自重应力的计算对于软土非线性固结问题来说往往起着决定性的作用。

从图8还可发现如果土体自重应力沿深度线性增加或均匀分布时, 小应变假定下的地基沉降变形曲线均会较大地偏离大变形假定下的沉降变形曲线, 且地基的最终沉降量也不相等。需说明的是, 自重应力沿深度均匀分布下的沉降曲线偏离大变形沉降曲线最严重。因此, 如果小变形下按均匀分布计算自重应力, 此时地基变形计算无疑会引起很大的计算误差。

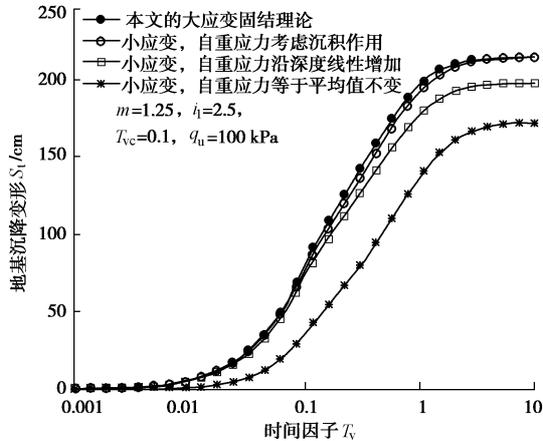


图8 大、小应变固结理论地基沉降变形的异同

Fig. 8 Difference in settlement of clay layer between large-strain and small-strain consolidations

## 5 结论与建议

考虑土中存在的非达西渗流、土的非线性压缩、非线性渗透特性及实际中的变荷载, 本文在拉格朗日坐标系中建立了以超静孔隙水压力为变量的软土大变形一维固结模型。分析了非达西渗流对软土大变形固结性状的影响及大、小应变不同几何假定下软土固结性状的异同。得到以下3点结论。

(1) 非达西渗流对软土大变形固结性状的影响

与其对小变形固结性状的影响相同: 即随非达西渗流模型参数 $m$ 和 $i_1$ 值的增大, 软土的大变形固结速率会逐渐降低。如果忽略土中的非达西渗流现象, 固结速率的计算会出现不容忽视的误差。

(2) 如果小应变固结理论中自重应力计算考虑沉积作用, 按大、小应变不同几何假定下计算的地基最终沉降是相同的, 且两者的固结变形曲线相差不多。此时, 如果应用简单的小应变固结理论替代复杂的大应变固结理论所引起的计算误差有限。

(3) 传统大、小应变不同几何假定下一维固结曲线差异很大往往在于自重应力的计算方法不同, 这会直接导致两者的最终沉降和沉降曲线会相差很大。

## 参考文献:

- [1] HANSBO S. Consolidation of clay, with special reference to influence of vertical sand drains[C]// Swedish Geotechnical Institute Proceeding. Stockholm: Swedish Geotechnical Institute, 1960: 45 - 50.
- [2] SWARTZENDRUBER D. Modification of Darcy's law for the flow of water in soils[J]. Soil Science, 1962, **93**(1): 22 - 29.
- [3] MILLER R J, LOW P E. Threshold gradient for water flow in clay systems[J]. Soil Science Society of American Journal, 1963, **27**(6): 605 - 609.
- [4] 齐添, 谢康和, 胡安峰, 等. 萧山黏土非达西渗流性状的试验研究[J]. 浙江大学学报(工学版), 2007, **41**(6): 1023 - 1028. (QI Tian, XIE Kang-he, HU An-feng, et al. Laboratorial study on non-Darcy seepage in Xiaoshan clay[J]. Journal of Zhejiang University (Engineering Science), 2007, **41**(6): 1023 - 1028. (in Chinese))
- [5] HANSBO S. Deviation from Darcy's law observed in one-dimensional consolidation[J]. Géotechnique, 2003, **53**(6): 601 - 605.
- [6] PASCAL F, PASCAL H, MURRAY D W. Consolidation with threshold gradients[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 1981, **5**(3): 247 - 261.
- [7] 刘慈群. 有起始比降固结问题的近似解[J]. 岩土工程学报, 1982, **4**(3): 107 - 109. (LIU Ci-qun. Approximate solution for one-dimensional consolidation with threshold gradient[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1982, **4**(3): 107 - 109. (in Chinese))
- [8] XIE K H, WANG K, WANG Y L, et al. Analytical solution for one-dimensional consolidation of clayey soils with a threshold gradient[J]. Computers and Geotechnics, 2010,

- 37(4): 487 - 493.
- [9] HANSBO S. Consolidation equation valid for both Darcian and non-Darcian flow[J]. *Géotechnique*, 2001, **51**(1): 51 - 54.
- [10] HANSBO S. Deviation from Darcy's law observed in one-dimensional consolidation[J]. *Géotechnique*, 2003, **53**(6): 601 - 605.
- [11] TEH C I, NIE X Y. Coupled consolidation theory with non-Darcian flow[J]. *Computers and Geotechnics*, 2002, **29**(3): 169 - 209.
- [12] 鄂建, 陈刚, 孙爱荣. 考虑低速非 Darcy 渗流的饱和黏性土一维固结分析[J]. *岩土工程学报*, 2009, **31**(7): 1115 - 1119. (E Jian, CHEN Gang, SUN Ai-rong. One-dimensional consolidation of saturated cohesive soil considering non-Darcy flows[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2009, **31**(7): 1115 - 1119. (in Chinese))
- [13] LI C X, XIE K H. One-dimensional nonlinear consolidation of soft clay with the non-Darcian flow[J]. *Journal of Zhejiang University*, 2013, **14**(6): 435 - 446.
- [14] 刘忠玉, 闫富有, 王喜军. 基于非达西渗流的饱和黏土一维流变固结分析[J]. *岩石力学与工程学报*, 2013, **32**(9): 1937 - 1944. (LIU Zhong-yu, YAN Fu-you, WANG Xi-jun. One-dimensional rheological consolidation analysis of saturated clay considering non-Darcy flow[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2013, **32**(9): 1937 - 1944. (in Chinese))
- [15] GIBSON R E, ENGLAND G L, HUSSEY M J L. The theory of one-dimensional consolidation of saturated clays: I finite non-linear consolidation of thin homogeneous layers[J]. *Géotechnique*, 1967, **17**(2): 261 - 273.
- [16] GIBSON R E, SCHIFFMAN R L, CARGILL K W. The theory of one-dimensional consolidation of saturated clays: II Finite non-linear consolidation of thick homogeneous layers[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 1981, **18**(2): 280 - 293.
- [17] 黄杰卿, 谢新宇, 王文军, 等. 考虑起始比降的饱和土体一维复杂非线性固结研究[J]. *岩土工程学报*, 2013, **35**(2): 355 - 363. (HUANG Jie-qing, XIE Xin-yu, WANG Wen-jun, et al. Study on one-dimensional nonlinear consolidation behavior for saturated soils with threshold gradient[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2013, **35**(2): 355 - 363. (in Chinese))
- [18] XIE K H, LEO C J. Analytical solutions of one-dimensional large strain consolidation of saturated and homogeneous clays[J]. *Computers and Geotechnics*, 2004, **31**(4): 301 - 314.
- [19] 谢康和, 郑辉, LEO C J. 变荷载下饱和软黏土一维大变应变固结解析理论[J]. *水利学报*, 2003, **34**(10): 6 - 13. (XIE Kang-he, ZHENG Hui, LEO C J. Analytical solution for 1-D large strain consolidation of saturated soft clay under time-depending loading[J]. *Journal of Hydraulic Engineering*, 2003, **34**(10): 6 - 13. (in Chinese))
- [20] 李冰河, 谢康和, 应宏伟, 等. 软黏土非线性一维大变应变固结分析[J]. *岩土工程学报*, 2000, **22**(3): 368 - 370. (LI Bing-he, XIE Kang-he, YING Hong-wei, et al. Analysis of one dimensional nonlinear large-strain consolidation of soft clay[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2000, **22**(3): 368 - 370. (in Chinese))