### DOI: 10.11779/CJGE201503001

# 饱和黏性土中散体桩复合地基极限承载力系数研究

郑 刚<sup>1, 2, 3</sup>,周海祚<sup>1, 2, 3</sup>,刁 钰<sup>1, 2, 3</sup>,刘景锦<sup>1, 2, 3</sup>

(1. 天津大学建筑工程学院,天津 300072; 2. 滨海土木工程结构与安全教育部重点实验室(天津大学),天津 300072;

3. 天津大学水利工程仿真与安全国家重点实验室(天津大学), 天津 300072)

**摘** 要: 埋置深度对复合地基承载力的影响规律一直缺乏深入研究,工程中采取最低程度考虑基础埋深的保守方法导 致复合地基承载力被不同程度的低估。采用有限差分法建立饱和黏土中散体桩复合地基数值模型,对刚性基础下散体 桩变形模式及机理进行分析,在此基础上,进行考虑桩、土为无重介质的散体桩复合地基极限承载力系数研究。结果 表明散体桩复合地基破坏模式受置换率、桩长和埋深耦合作用,可能发生浅基础型、复合型或实体基础类型的破坏模 式。深度修正系数随着桩长的增加而增大,随埋深的增加而减小;当桩长和埋深一定时,存在一个最优置换率使深度 修正系数取得极大值。而现行规范中深度修正系数取 1.0,低估了基础埋深的作用。最后基于 Mohr-Coulomb 破坏准则 推导群桩复合地基的等效强度,并利用极限分析法推导了浅基础破坏模式下复合地基的极限承载力系数解答,结果与 有限差分法的结果吻合较好。

关键词:复合地基;深度修正系数;有限差分法;极限分析;破坏模式

**中图分类号:** TU44 文献标识码: A 文章编号: 1000 - 4548(2015)03 - 0385 - 15 作者简介: 郑 刚(1967 - ),男,教授,博士生导师,从事土力学及岩土工程教学与科研工作。E-mail: zhenggang1967@163.com。

# Bearing capacity factor for granular column-reinforced composite ground in saturated soft clay

ZHENG Gang<sup>1, 2, 3</sup>, ZHOU Hai-zuo<sup>1, 2, 3</sup>, DIAO Yu<sup>1, 2, 3</sup>, LIU Jing-jin<sup>1, 2, 3</sup>

(1. School of Civil Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China; 2. Key Laboratory of Coast Civil Structure Safety (Tianjin University), Ministry of Education, Tianjin 300072, China; 3 State Key Laboratory of Hydraulic Engineering Simulation and Safety

(Tianjin University), Tianjin 300072, China)

Abstract: The effect of the embedded depth of composite ground on its bearing capacity has not been investigated deeply. The bearing capacity of composite ground is underestimated due to the conservative value of embedded depth considered in engineering practice. A finite difference model is established to study the failure mechanism of granular column under rigid foundation and the ultimate bearing capacity factors of granular column-reinforced composite ground without weight. The results indicate that the potential failure modes of granular column-reinforced composite ground can be categorized into shallow foundation failure, composite failure and block foundation failure, depending on the replacement ratio, length of piles and embedded depth. The depth correction factor increases with the length of columns and decreases with the embedded depth. When the length of column and the embedded depth of foundation keep constant, there is an optimum value of replacement ratio to obtain the maximum value of depth correction factor. According to the calculated results, the effect of embedded depth is underestimated by depth correction factor of 1.0 in the existing code. Based on the Mohr–Coulomb yield criterion, a formula for the equivalent strength method of composite ground is deduced and the bearing capacity factor of the shallow failure mode is evaluated by the limit analysis method, which agrees well with the results of finite difference method.

Key words: composite ground; depth correction factor; finite difference method; limit analysis method; failure mode

# 0 引 言

复合地基是指在土中打设一定数量砂桩、碎石桩、 水泥土桩、素混凝土桩或钢筋混凝土桩等柱状加固体, 加固体与加固体间的土体形成复合地基,共同承担基 础传递的荷载,如图1(a)所示。柱状加固体也常称 为桩。一般在基础和地基(包含加固体和加固体之间

基金项目:国家自然科学基金项目(51378345) 收稿日期:2014 - 06 - 04 土)之间设置一层砂石褥垫层。

当复合地基用于带地下室的多层建筑、高层建筑 时,则形成有不同宽度和埋置深度的基础下的复合地 基,如图1(b)所示。

常用的竖向柱状加固体有碎石桩、挤密砂桩、石 灰桩、深层搅拌桩、旋喷桩、混凝土桩、预制桩,此 外,还有一些复合柱状加固体<sup>[1]</sup>。

天然地基极限承载力的研究表明,基础宽度、埋置深度可对地基极限承载力有提高作用,其提高幅度与土体的物理力学指标相关。土体强度指标(主要指内摩擦角φ)越高、压缩性越低的土体,基础埋置深度对地基极限承载力的提高幅度越大。土力学的发展已经基本解决了均质土地基条件下,考虑基础宽度、埋置深度的地基极限承载力问题,基础宽度、埋置深度的地基承载力的贡献已有相对成熟的计算理



Fig. 1 Sketch of composite grounds

《建筑地基基础设计规范》<sup>[2]</sup>中明确给出了确定 天然地基承载力的两种方法。

第一种方法,通过载荷试验或其他原位测试、经 验法确定了地基承载力特征值,然后根据基础的宽度 和埋深进行修正,如式(1),从而得出相应修正后的 地基承载力值。

 $f_{a} = f_{ak} + \eta_{b}\gamma(b-3) + \eta_{d}\gamma_{m}(d-0.5)$  。 (1) 式中  $f_{a}$ 为修正后的地基承载力特征值 (kPa);  $f_{ak}$ 为地 基承载力特征值 (kPa);  $\eta_{b}$ ,  $\eta_{d}$ 为考虑基础宽度和深 度的地基承载力修正系数;  $\gamma$  为基底下土的重度,地下水位以下取有效重度( $kN/m^3$ );  $\gamma_m$  为基底以上土的加权平均重度,地下水位以下取有效重度( $kN/m^3$ ); b为基础宽度(m),当小于3 m时按3 m考虑,大于6 m时按6 m考虑; d为基础埋深(m)。

第二种方法,当偏心距e≤0.033b,根据土的抗剪 强度指标确定地基承载力特征值时,地基基础设计规 范中给出了修正地基承载力的计算公式为

 $f_{a} = M_{b}\gamma b + M_{d}\gamma_{m}d + M_{c}c$  。 (2) 式中  $M_{b}$ ,  $M_{d}$ ,  $M_{c}$ 为相应的承载力系数; b为基础宽 度,大于6 m时取6 m,小于3 m时取3 m; c为基底下 土体黏聚力。

从式 (1)、(2) 中可以看出,地基基础规范中的 承载力公式在形式上与经典土力学中极限承载力公式 保持一致,并且认为黏聚力c对承载力的贡献是与基础 尺寸和埋深无关的。只需要将载荷试验或其他原位测 试、经验法确定了的地基承载力特征值进行深宽修正。 值得注意的是,规范中宽度修正以6 m为上限值考虑, 这是由于随着基础宽度增大,承载力系数N<sub>γ</sub>(对应式 (1)和(2)中的η<sub>b</sub>与M<sub>b</sub>)降低,当基础很宽时,理 论计算值会偏大,故在此情况下按6 m考虑<sup>[3]</sup>。

复合地基虽然在中国自 20 世纪 80 年代以来得到 广泛应用(相同条件时国外主要采用桩基础),但目前 中国一直尚未系统开展考虑基础宽度、埋置深度影响 的柱状加固体复合地基的破坏机理、破坏模式研究, 尚未建立考虑基础宽度、埋置深度影响的复合地基极 限承载力理论。受其影响,目前中国地基基础领域中 最主要的、且包含复合地基内容的《建筑地基基础设 计规范》GB50007、《建筑地基处理技术规范》JGJ79 两个规范,多年来即使经过多次修订,在其现行版本 GB50007—2011<sup>[2]</sup>、JGJ79—2012<sup>[4]</sup>,和新编制的国家 标准《复合地基技术规范》GB/T50783—2012<sup>[5]</sup>给出 的复合地基承载力计算经验方法中,对于基础宽度、 埋置深度对承载力影响采取了最为简单的方法:采用 式(1)计算复合地基承载力,不管被加固前天然地基 土体强度如何 ( $\varphi=0$  或 $\varphi>0$ ), 复合地基的地基承载 力埋置深度修正系数均取 $\eta_a$ =1.0,并且不考虑基础宽 度的影响(即 $\eta_{h}=0$ )。

众所周知,复合地基极限承载力可能被这样的方 法显著低估了<sup>[6]</sup>,并导致在实际工程中出现采用大量 加固体加固后的复合地基承载力反而小于天然地基按 式(1)经过基础宽度修正和深度修正而提高后的天然 地基承载力的实例,这显然是极其不合理的。例如, 对土孔隙比 e、液性指数  $I_L$ 均小于 0.85 的黏性土,采 用修正系数 $\eta_d$ =1.6, $\eta_b$ =0.3 来考虑地基承载力因基础 宽度、埋置深度而增加的天然地基承载力。但如果采 用复合地基加固,则复合地基的承载力仅能采用深度 修正系数 $\eta_d$ =1.0、且不考虑宽度修正( $\eta_b$ =0),使按 式(1)计算的复合地基承载力可能反而小于未经加固 的天然地基承载力。

上述规范中关于复合地基承载力计算方法的实质 是,不管被加固前天然地基土体强度如何(*φ*=0 或 *φ*>0),将由柱状加固体加固后的加固区、以及加固 区以外土体均视为*φ*=0的淤泥或淤泥质土,不考虑复 合地基上基础宽度承载力的影响,仅以基础埋置深度 范围以内淤泥和淤泥质土对基础提供类似"浮力"的 最保守方法考虑埋置深度对复合地基承载力的提高作 用。这显然是在复合地基破坏机理及极限承载力理论 缺乏研究、且在国际上也缺乏相关技术标准及研究成 果支撑的情况下,采用的一种最为保守的方法,不仅 在理论上极其不合理,实际工程中也因复合地基承载 力被不同程度的低估而导致浪费。

由于不同类型的加固体(散体类柔性桩、低黏结 强度半刚性桩、高黏结强度刚性桩)具有显著不同的 承载和破坏机理,必然也影响到其不同类型加固体复 合地基的承载和破坏机理。因此,不同类型加固体复 合地基在不同基础宽度、深度下的破坏机理以及基础 宽度和深度对复合地基极限承载力的影响是一个极其 复杂的课题。为此,本文首先针对散体类加固体复合 地基开展相关研究。首先,针对刚性基础下黏土中散 体桩复合地基建立有限差分模型,对条形基础下单桩、 群桩复合地基的破坏模式进行研究;然后在此基础上, 进行考虑桩、土为无重介质的群桩复合地基极限承载 力系数研究,对比分析各参数对破坏模式和极限承载 力系数的影响规律;最后基于 Mohr-Coulomb 破坏准 则推导群桩复合地基的等效强度,在此基础上利用极 限分析法推导浅基础破坏模式下复合地基的极限承载 力公式,并对比数值结果。为进一步确定复合地基深 宽修正打下基础。

## 1 计算模型

#### 1.1 计算模型及参数

建立群桩复合地基三维有限差分模型,复合地基 剖面、截面如图2所示,根据桩所处基础下位置不同, <sup>#</sup>1为中心桩,<sup>#</sup>2、<sup>#</sup>3为边桩。

在进行极限承载力分析时,通常采用 Mohr-Coulomb 屈服准则研究其强度问题,本文视散体桩和 土体为理想弹塑性体,服从 Mohr-Coulomb 屈服准则, 材料性质均匀。根据对称性,计算模型取基础宽度的 一半进行计算。侧向边界限制其水平方向的位移,底 边限制竖向及水平方向的位移。



### 图 2 数值分析计算模型

Fig. 2 Numerical model

计算中取散体桩的内摩擦角 $\varphi$ =40°, 泊松比 v=0.3, 弹性模量 *E*=45 MPa; 饱和软黏土的不排水抗 剪强度  $c_u$ =20 kPa, 泊松比v=0.45, 通过试算发现, 地基土的弹性模量大小对其极限承载力数值影响较 小,为提高计算收敛性和速度,地基土弹性模量取 *E*=400 $c_u^{[7]}$ ; 桩中心距  $D_e$ =1 m, 加固区宽度 *B*=5 m, 分别取桩长 *L*=5, 10, 15, 20 m (对应桩长与基础宽 度比 *L/B*=1, 2, 3, 4),取桩径 *D*=0.35, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8 m(对应置换率 $\eta$ =9.6%, 19.6%, 28.3%, 38.5%, 50.0%)。由于散体桩与周围土体剪切面上的性质依赖 于具体的成桩方式,并且在竖向加载下,散体桩与土 体界面上一般不发生相对滑动,因此接触面处满足变 形协调<sup>[8-9]</sup>。

计算中采用控制刚性基础竖向位移的方式进行加载,通过试算,确定计算中每一增量步长中所施加的变形量为5×10<sup>-6</sup>m/时步。

## 1.2 天然地基破坏模式及承载力系数验证

对一个承受均匀垂直荷载的半无限、无重量地基, Prandtl 根据塑性理论推导了条形刚性基础下天然地 基的极限承载力公式

$$q_{\rm u} = cN_{\rm c} + qN_{\rm q} \quad . \tag{3}$$

其极限承载力系数的精确解为

$$N_{\rm c} = \cot \varphi \left[ \exp(\pi \tan \varphi) \tan^2 \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) - 1 \right] \quad , \quad (4)$$

$$N_{q} = \exp(\pi \tan \varphi) \tan^{2} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) \quad , \tag{5}$$

当 $\varphi=0$ 时,  $N_{c}=\pi+2$ ,  $N_{q}=1$ 。

为了验证数值模型的正确性,将模型中加固体对 应位置处的单元属性替换为地基土材料参数,此时模 型为刚性条形基础下均质黏土地基,并考虑土体为无 重介质。采用位移控制法来求解复合地基极限承载力, 通过提取基础底面各节点所受到的地基反力和位移 确定所施加的外荷载和沉降大小,从而得到基础外荷 载-基础沉降曲线。当基底反力不再随位移增大而变 化时,地基处于完全的塑性流动状态,此时的地基反 力即为地基的极限承载力。

图 3 为有限差分法计算得到的极限承载力(系数)-基础沉降曲线。对于基底粗糙和光滑情况,当 超载 q=0 kPa 时,极限承载力  $q_u$ 分别为 105.9 kPa 和 102.8 kPa;当超载 q=40 kPa 时,  $q_u$ 分别为 145.9 kPa 和 142.7 kPa。利用式(3)求解对应承载力系数,当 基底粗糙时,  $N_c=5.296$ ,  $N_q=1.001$ ;当基底光滑时,  $N_c=5.145$ ,  $N_q=0.987$ ,本文的数值解与 Prandtl 理论解 的最大误差不超过 1.3%。







Prandtl解将破坏面分为主动区①、过渡区②和被动区③三部分,对于饱和黏性土,其主动区①和过渡区②深度分别为0.5*B*和0.707*B*,其被动区③宽度为*B*。图4为本文计算结果与Prandtl解的对比,在地基极限状态时有限差分法滑动面与Prandtl破坏模式基本一致。

由图3,4可见,对于天然地基的极限承载力,本 文数值模型与经典极限承载力理论得到的结果非常接 近,具有较高的精度,计算结果可靠。因此,可基于 上述模型开展复合地基的极限承载力研究。 类似于Prandtl地基承载力的叠加原理,本文将复 合地基极限承载力表示为土体黏聚力和基础埋深贡献 的叠加。首先取桩土重度和超载为零,计算与土体黏 聚力有关的承载力系数N<sub>c</sub>,然后赋予基础外地面超载, 计算与基础埋深有关的系数N<sub>q</sub>,最终复合地基极限承 载力为这两项的叠加,并对各自影响因素分别进行分 析。下文中所涉及的系数N<sub>c</sub>, N<sub>q</sub>皆为复合地基极限承 载力系数。



图 4 粗糙基础下均质黏土地基破坏模式

# 2 均质加固地基破坏模式与承载力系数

桩、土形成的复合地基加固区有显著的非均质性, 且与加固区之外的土体在强度、压缩性上具有显著的 区别,可能导致发生有别于天然均质土地基的破坏模 式,地基中产生的破坏面(位置、性状、大小)也因 此可能不同。不同的破坏模式和破坏面自然影响各参 数(基础宽度、埋深等)对地基极限承载力贡献的机 理和大小。

为揭示非均质地基破坏模式与承载力系数的变化 规律,首先将柱状加固体和土体组成的复合地基加固 区(见图2)简化为均质加固区,取加固区深度与基础 宽度相同,即深宽比*L/B*=1,加固区内土体黏聚力与 加固区外相同,仅提高加固区内土体内摩擦角*φ*<sub>ur</sub>,研 究复合地基的破坏模式和承载力系数随内摩擦角变化 的规律。

以均质加固区土体内摩擦角  $\varphi_{ur} = 5^{\circ}$ , 15°, 50° 得到地基的破坏情况为例说明非均质地基的破坏模 式。

与均质天然地基上浅基础破坏模式不同,假想均 质加固区复合地基随着地基局部(加固区内)内摩擦 角的变化,地基可能发生图5所示的3种破坏模式,即 图5(a)所示的浅基础类型破坏模式,加固区的存在 没有改变地基的破坏模式,但破坏面的位置和大小发 生了一定程度的改变;图5(b)所示的复合型破坏模 式,随着加固区内强度的提高,在加固区和加固区外 同时出现滑动面;以及图5(c)所示的实体基础破坏 模式,加固区不再出现滑动面,加固区以外出现破坏

Fig. 4 Failure mechanism of homogeneous clay foundation under rough footing

第3期



(a) 浅基础破坏类型( $\varphi_{\rm ur}=5^\circ$ )



(b) 复合型破坏类型( $\varphi_{ur}=15^{\circ}$ )



(c) 实体基础破坏类型( $\varphi_{ur}=50^{\circ}$ )

#### 图 5 均质加固后地基破坏模式

# Fig. 5 Failure mechanism of homogeneous reinforcement foundation

图 6 是对应加固区不同摩擦角 $\varphi_{ur}$ 时地基承载力 系数  $N_c$ ,  $N_q$ 。众所周知,在均质天然地基承载力课题 中,承载力系数  $N_c$ ,  $N_q$ 随着地基土 $\varphi$ 值的增加而单调 增加。但从图 6 中承载力系数变化随地基局部(加固 区内)内摩擦角的变化可以看出,其变化规律更为复 杂。图 6 (a)中,当摩擦角 $\varphi_{ur}$ 较小时, $N_c$ 值随着内 摩擦角的增加而迅速增加,当 $\varphi_{ur}$ 达到 15°后, $N_c$ 值 的增加速度明显变慢,当 $\varphi_{ur}$ 达到 40°时 $N_c$ 值趋于稳 定。其原因可从图 5 看出,当 $\varphi_{ur}$ 不是很大时,剪切破 坏面通过加固区(图 5 (a)、(b)),复合地基承 载力随着加固区 $\varphi_{ur}$ 的提高而提高;但当加固区 $\varphi_{ur}$ 达 到一定临界值后(大致 $\varphi_{ur}=40°$ ),发生了图 5 (c) 所示的实体基础的破坏,剪切破坏面不再通过加固体 内部,此时,加固区内部的强度增加基本不影响地基 极限承载力,即对地基承载力的提高不再有直接作用。

从图 6 (b) 中可以看出: 当摩擦角  $\varphi_{ur}$  较小时,  $N_q$  值随着内摩擦角的增加而迅速增加, 当  $\varphi_{ur}$  达到 15°后,

 $N_q$ 值的增加速度急剧变慢, 当 $\varphi_{ur}$  =20°时,  $N_q$ 值达到峰 值, 此后随 $\varphi_{ur}$ 较的增大而减小。这显然也是地基破坏 所决定的, 在图 6 (b) 所示的  $N_q$ 值上升区 ( $\varphi_{ur} < 15^\circ$ ), 复合地基发生浅基础类型的破坏, 与均质天然地基类 似, 承载力系数  $N_q$ 随着剪切破坏面经过的土体的摩擦 角的提高而提高; 当 $\varphi_{ur}$  =20°时,  $N_q$ 值达到峰值, 此 时发生图 5 (b) 所示的复合型破坏类型;随着加固区 强度的增加,  $N_q$ 值逐渐减小,发生如图 5 (c) 所示的 实体基础破坏, 剪切面不再通过加固区, 加固区发生 实体基础类型的破坏, 此时深度修正系数  $N_q$ 必然趋近 于饱和软黏土天然地基的  $N_q$ 值 ( $N_q$ =1.0)。







## 3 散体桩复合地基变形与破坏模式

通常复合地基中的单根散体桩的破坏模式可以有 3种:鼓胀破坏(Hughes等<sup>[10-11]</sup>;Brauns<sup>[12]</sup>),剪切破 坏(Madhav等<sup>[13]</sup>),刺入破坏(Aboshi等<sup>[14]</sup>)。实际 上当单桩的长度大于其临界长度时(如4倍桩径),无 论桩端是否进入持力层都将由于桩周土的围压不足而 发生鼓胀破坏,这种桩体的变形模式在散体桩的单桩 分析中被广泛接受<sup>[8]</sup>。

关于群桩复合地基极限承载力,相关的研究大多 从单桩鼓胀破坏的角度着手,即假设群桩复合地基的 破坏模式与单桩一致<sup>[10,15]</sup>。显然,这样的假设是缺乏 根据的,忽略了群桩之间的相互作用及其他可能的破 坏模式。为了研究散体桩复合地基的承载力系数,首 先要研究散体桩复合地基中加固体、加固区的变形与 破坏模式。

#### 3.1 条形基础下桩体变形与破坏模式

取桩体重度 $\gamma_c$ =17 kN/m<sup>3</sup>,仍取饱和软黏土的不 排水抗剪强度  $c_u$ =20 kPa,重度 $\gamma_s$ =18 kN/m<sup>3</sup>。分别研 究饱和软黏土中散体桩单桩复合地基和群桩复合地基 桩体破坏模式。

(1) 单桩复合地基

在进行单桩分析时,基础宽度 B=1 m,取图 2 中的中心桩,将另外两根桩桩体参数替换为土体参数; 通过改变条形基础下散体桩桩径,研究不同置换率下 单桩复合地基的变形模式,以 28.3%置换率(桩径 D=0.6)的单桩复合地基为例说明。

从图 7 可以看出,由于桩周土对桩体的约束作用 随着深度的增加而增加,条形基础下单桩复合地基中 桩体在浅层发生鼓胀破坏,鼓胀位置出现在桩顶以下 约 2 倍桩径深度处,这与已有研究中散体桩单桩鼓胀 破坏位置基本相同<sup>[8-10]</sup>。并且在单桩复合地基中,鼓 胀位置基本不受桩长和置换率的影响。



图 7 单桩复合地基桩体变形模式

Fig. 7 Deformed shape of single-column composite foundation

(2) 群桩复合地基

为了研究散体桩群桩复合地基桩体的变形模式,同样选取置换率为 28.3%, 桩长与基础宽度比 *L/B*=1 和 *L/B*=3 的群桩复合地基进行说明。

图 8 (a) 所示为桩长与基础宽度比 *L/B*=1 时群桩 的变形模式。基础边缘桩体发生不明显屈曲,由于桩 身较短,荷载传递至桩端,相对于加载前的原始位置, 有明显的桩端刺入现象。

图 8 (b) 所示为桩长与基础宽度比 *L/B*=3 时群桩 的变形模式。基础边缘的桩在上部发生屈曲变形,这 是由于在竖向荷载作用下,基础中心处土体向外侧水 平流动所致,而周围桩体的存在使得中心桩约束较强, 故中心桩在桩顶以下约4倍桩径处发生鼓胀变形,较 单桩复合地基时更深;随着桩长的增加,传递到桩端 的荷载减少,桩端向下的刺入量也较小。



图 8 群桩复合地基桩体变形模式

Fig. 8 Deformed shape of group-column composite foundation

区别于单桩复合地基破坏时桩体仅在桩顶附近发 生鼓胀变形,群桩的破坏模式更加依赖于加固体相对 与基础所处的位置。本文根据有限差分法得出条形基 础下群桩的变形模式与 Wood 等[16]进行的圆形基础下 的试验结果相似,如图9所示,只有中心桩发生鼓胀, 并由于周围桩体的"遮拦作用"桩体鼓胀位置不再在 桩顶附近;基础边缘的桩由于土体向外侧水平流动在 桩体上部发生屈曲变形。进一步,通过图8可以看出, 边桩屈曲处与中心桩鼓胀处连接成连续变形网格,在 此之上形成一个随着刚性基础下降的刚性楔形体区 域,楔形体范围内网格无变形,此楔形体类似于 Terzaghi 的天然地基承载力课题中的"刚性核",这 与图 9 中 Wood 等在圆形刚性基础下的试验结果相吻 合。但 Wood 等的试验中并未明确给出土体的剪切区 和位移场,将结合下文,对复合地基的位移场进行分 析。

## 3.2 复合地基破坏面及位移场

由图 10 可看出,当地基破坏时,两种桩长条件下, 均在加固区内桩体间形成剪切破坏面,并沿弧形向未 加固区发展,破坏面向外向上延伸,最终达到基础外地面处,发生类似天然地基的浅基础破坏。



图 9 桩体变形模式<sup>[16]</sup> Fig. 9 Deformed shape of group-column<sup>[16]</sup>



图 10 群桩复合地基塑性滑动面

Fig. 10 Plastic slip surface of group-column composite foundation

图 11 (a)、(b)分别为群桩复合地基总位移场 与水平位移场(以 L/B=3 为例说明)。当发生破坏时, 基底下形成一个随基础向下移动的刚性楔形体区,刚 性区向下刺入,如图 11 (a)所示;在加固区剪切破 坏面以下的区域内水平向位移逐渐增加,从图 11 (b) 可清楚看出,剪切滑动面深度范围内,桩体和土体产 生较大的向加固区以外的水平位移,最终导致外部桩 在土体的流动作用下发生图 8 (b)、图 9 所示的屈曲。





根据以上三维数值分析结果可知,在加载初始阶段,桩体处于一种初始三轴应力状态,当荷载进一步 增大时,桩体和周围土体产生了贯通的剪切带,从而 发生整体剪切破坏,在散体桩群桩复合地基发生整体 剪切破坏(不考虑超载时),由此,导致不同位置加 固体发生不同模式的破坏,单桩的鼓胀变形模式不适 用于分析群桩复合地基,确定复合地基承载力系数时, 应考虑加固区不同位置处加固体的真实破坏模式。

## 4 散体桩复合地基极限承载力系数

目前为止,关于散体桩极限承载力的研究大多集 中于单桩,认为在竖向荷载作用下桩发生类似于一种 不排水三轴试验由桩项附近鼓胀所引起的破坏,然后 依据桩体上端侧向鼓胀破坏推导计算公式。承载力计 算公式的基本形式是  $q_u = \sigma_{ru} \tan^2(\pi/4 + \varphi/2)$ ,不同之 处只是径向围压 $\sigma_{ru}$ 的计算方法不同。其中最具代表 性的几种包括:Brauns<sup>[12]</sup>假设单桩破坏后滑动面为围 绕桩顶的漏斗形曲面,如图12所示,在忽略桩土间摩 擦力和破坏漏斗环向应力,不计入桩体和土体自重的 基础上根据极限平衡理论推导承载力公式,国内学者 基于此模型做了有意义的改进工作<sup>[18]</sup>。Hughes等<sup>[10-11]</sup> 分别基于圆孔扩张理论和极限平衡理论结合原型观测 结果,获得径向围压 $\sigma_{ru}$ 的半经验半理论方法。按照 此思路求解散体桩极限承载力的还有被动土压力法和 塑性方法<sup>[19-20]</sup>。



图 12 单桩承载力计算模型<sup>[12]</sup>

Fig. 12 Bearing capacity model for a single column<sup>[12]</sup> 除此之外, Madhav 等<sup>[13]</sup>和 Bouassida 等<sup>[15]</sup>应用极 限分析法直接推导条形基础下单桩极限承载力。

对散体桩群桩复合地基的极限承载力,目前的研 究基本上都是将群桩视为等效单元体计算得到的,并 且假设桩体无限长或桩端进入强度较高的持力层。 Barksdale等<sup>[17]</sup>假设基础下的散体桩复合地基中桩、土 同时发生破坏,破坏面为双线性型,并基于被动土压 力原理提出了条形基础下的极限承载力公式。但在该 文献中,这种线性剪切破坏的模式并没有进行试验或 数值的验证。Bouassida等<sup>[21]</sup>采用下限法对不考虑刚性 基础形状和桩体布置的无限桩长复合地基承载力进行 研究,确定不同置换率、强度情况下的承载力提高值。 Ambily等<sup>[8]</sup>将进入持力层的桩体考虑为等效单元体,得到了数值上的经验关系。

可以看出,关于散体桩单桩极限承载力的研究已 相对成熟。而对于桩端未进入持力层的群桩复合地基 的研究还很少,并且已有研究中没有考虑超载存在对 散体桩群桩破坏模式和深度修正系数的影响,以及加 固区内强度变化对地基破坏模式的影响。下面结合有 限差分模型对群桩复合地基极限承载力系数进行分 析。

### 4.1 散体桩复合地基 N<sub>c</sub>值

取桩、土重度为零,不计超载,计算与土体黏聚 力有关的承载力系数N<sub>c</sub>,此时散体桩复合地基仅发生 图10所示的浅基础类型破坏。关于超载等因素共同作 用时引起的散体桩复合地基其他破坏模式将在4.2节 中介绍。

基于有限差分法得到条形基础下加固体长度/基础宽度(*L/B*),置换率(η)等参数对散体桩复合地基极限承载力承载力系数*N*c的影响规律,如图13所示。



图 13 *L*/*B*、η 对承载力系数 *N*<sub>c</sub>的影响

Fig 13 Influence of L/B and  $\eta$  on  $N_c$ 

图 13 (a) 为不同复合地基置换率 $\eta$ 时,极限承载力系数  $N_c$ 与加固体长度的关系图。可以看出,即使在很低的置换率下( $\eta$ =9.6%),承载力系数  $N_c$ 较天然情况下仍有明显的提高。当置换率 $\eta$ 一定时,极限承载力系数  $N_c$ 随着加固体长度/基础宽度(L/B)的增

长而增大,当加固体长度/基础宽度(*L*/*B*)达到一定的临界值后,极限承载力系数 *N*<sub>c</sub>基本趋于稳定,即存在一个 *N*<sub>c</sub>值的"有效桩长",当实际桩长大于有效桩长*L*<sub>c</sub>后,桩长的增长只影响沉降而对承载力无贡献。 由图 13 (a)可看出,对应于不同的置换率,有效桩长*L*<sub>c</sub>=1*B*~2*B*,置换率低时 *L*<sub>c</sub>较小。

从图 13 (b) 中极限承载力系数 N<sub>c</sub>与加固体的置 换率的关系图可以看出,当 η>9.6%时,加固体长度 L/B=1 时的 N<sub>c</sub>值明显小于其他工况,这是由于此后加 固区深度小于其加固体有效长度 L<sub>c</sub>,降低了复合地基 极限承载力,地基破坏面发展至加固区以下的土体中 (图 10 (a) 所示);当置换率 η>38.5%时,出现与 图 6 (a) 类似的峰值区。当加固体 L/B≥2 时, N<sub>c</sub>值 基本不受到 L/B 的影响,仅随 η 的增长呈现线性增长, 这是由于 L/B 较大时荷载很难被传递到桩端,复合地 基在加固区深度范围内发生滑动剪切破坏,加固体长 度的增加不再提高复合地基极限承载力。

## 4.2 散体桩复合地基 N<sub>q</sub>值

天然地基极限承载力课题的研究中,在忽略埋深 范围内土体抗剪强度贡献的情况下,埋深相当于作用 在基础以外的地面超载,其主要作用在于抑制滑动面 内的土体向外产生塑性流动,而在散体桩复合地基中, 超载还增加了散体桩周土的围压,进一步提高加固体 的竖向承载力,从而提高了复合地基极限承载力,这 使得基础埋深对复合地基极限承载力的影响较天然地 基时更为复杂。

(1) 超载存在时潜在破坏模式

与无超载时散体桩复合地基仅发生图10所示的浅 基础类型破坏不同,基础外地面超载的存在,增强了 加固体的竖向承载力,使得加固体影响区内的整体强 度提高,改变了加固区内外的强度差别,使复合地基 发生不同的破坏模式,进而影响深度修正系数*N*<sub>q</sub>的计 算结果。

以桩长与基础宽度比 *L/B*=2,基础埋深 2 m(q=40 kPa),不同置换率的工况为例说明散体桩复合地基可能的破坏模式:

a)浅基础破坏模式。如图 14(a)所示,当置换 率较低时,加固区内群桩形成连续剪切破坏面,桩周 土体水平向外向上流动,剪切破坏面发展至基础外地 表,形成类似于天然地基浅基础完全剪切破坏模式;

b)复合型破坏模式。如图 14(b)所示,加固区 内群桩仍然发生剪切破坏,但由于置换率相对于发生 浅基础破坏时有较大提高,在加固区外侧还产生了垂 直剪切破坏面,加固体将荷载传递至桩端,复合地基 产生较大沉降,桩端刺入,桩底下土体产生塑性区; c) 实体基础型破坏模式。如图 14 (c) 所示,由 于置换率较高,桩体并未破坏,加固区内不产生滑动 面,仅在桩底外产生塑性区,表明加固区内强度相对 土体足够大,同时桩体下卧土层不能给桩体提供足够 的端承力,桩体发生刺入破坏,进而引发复合地基整 体破坏。

其中复合型破坏模式可以认为是浅基础到实体 基础的一种中间过渡模式。桩长、置换率和超载大小 共同决定着破坏模式的型式,下面结合计算结果对破 坏模式的影响因素和深度修正系数 N<sub>q</sub> 变化规律进行 说明。





图 15(a)为基础埋深 2 m(超载 q=40 kPa)时 与超载影响有关的极限承载力系数  $N_q$ 和加固体长度 的关系图。置换率 $\eta \leq 38.5\%$ 时, $N_q$ 的增大趋势随着 桩长增长而趋于稳定,桩长再增加对深度修正系数几 乎无影响,荷载很难传递到桩底,发生图 14(a)所示的浅基础类型的整体破坏,承载力系数仅随着加固区内强度的增大而增大。

值得注意的是,当桩长L/B=2时,置换率 $\eta=28.3\%$ 时深度修正系数 $N_q$ 值最大,当置换率 $\eta<28.3\%$ 时, 复合地基发生浅基础破坏, $N_q$ 随着 $\eta$ 的提高而提高; 当置换率 $\eta>28.3\%$ 时,复合地基趋向于发生实体基础破坏, $N_q$ 值反而减小。

结合图15(b)可以看出,置换率一定时,复合地 基深度修正系数 $N_q$ 值随L/B的增大而增大。桩长L/B=1时发生实体基础破坏( $\eta \ge 19.6\%$ 时),仅加固体外侧 剪切破坏面(即实体基础侧摩阻力)对承载力有贡献,  $N_q$ 值基本不受置换率 $\eta$ 的影响。当桩长L/B=4时 $N_q$ 随置 换率 $\eta$ 线性增长,此时发生浅基础类型破坏,加固区 强度决定 $N_q$ 大小。桩长L/B=2、3时, $N_q$ 随着置换率 $\eta$ 呈 现非线性的关系,在拐点之前, $N_q$ 随着置换率 $\eta$ 线性 增长,此时发生浅基础类型破坏,在拐点处(分别对 应 $\eta = 28.3\%$ 和 $\eta = 38.5\%$ ) $N_q$ 值达到峰值,破坏模式发 生改变,发生如图14(b)所示的复合型破坏模式,而 随着置换率的进一步增大, $N_q$ 逐渐降低,破坏模式转 化为实体基础类型。



由于发生了破坏模式的变化,基础埋深对承载力 的贡献机理相应也发生了变化,不能通过作用在基础 以外的滑动体表面的超载来直接体现基础埋深对承载 力的提高作用,当埋深使复合地基发生实体基础类型 破坏时,其对承载力的提高作用反而减小。

图16给出了不同埋深下,即H为2,4,6m(分别 对应H/B为0.4,0.8和1.2),深度修正系数 $N_q$ 随置换率  $\eta$ 变化的情况。当置换率较小时,不同埋深的 $N_q$ 值基 本相同,随着置换率的增大,埋深越大 $N_q$ 值越小,这 是由于埋深增大时,桩周土对散体桩的水平约束围压 也增大,提高了加固区内的强度,整体更易发生实体 基础类型的破坏。进一步对比图16(a)~(d),对 于不同的桩长,埋深的变化使得 $N_q$ 值的拐点出现在不 同的置换率 $\eta$ 处,即桩长越短, $N_q$ 值的拐点出现对应越 高的置换率。说明深度修正系数 $N_q$ 值是桩长L/B,置换 率 $\eta$ 和埋深q共同耦合作用的结果。





图 16 超载对承载力系数 N<sub>q</sub> 的影响

Fig. 16 Influence of surcharge on  $N_q$ 

通过以上比较发现,相比于均质天然地基土中基 础的深度修正系数N。值只受地基土内摩擦角大小的 影响,复合地基的深度修正系数N。值变化更加复杂。 就本文考虑的影响因素来说,基础埋深越小、置换率 越低和桩长越长,越易出现图14(a)所示的浅基础破 坏模式。反之,越易出现图14(c)所示的实体基础破 坏类型。对于有限桩长时(L/B≤4),加固区外侧破 坏面(相当于实体基础侧摩阻力)对承载力的贡献小 于滑动面通过加固区内部对承载力的贡献, 表现为实 体基础破坏时深度修正系数较浅基础时小。置换率n 对N。值的影响是一种非线性关系,对于一定的埋深和 桩长,存在一个使得 $N_{\rm o}$ 最大的最优置换率 $\eta_{\rm peak}$ ,当 $\eta$  $<\eta_{\text{peak}}$ 时,  $N_{\text{o}}$ 值随着置换率 $\eta$ 的增大而增大, 当 $\eta >$  $\eta_{\text{peak}}$ 时,  $N_{a}$ 值随着置换率 $\eta$ 的增大而减小,而最优置 换率 $\eta_{\text{peak}}$ 出现在基础发生图14(b)所示的复合型破坏 时。但无论发生何种类型的破坏,深度修正系数都大 于规范中所规定的1.0,可见规范取值过于保守。

散体桩复合地基破坏模式受置换率、基础埋深和 加固体长度的影响。由于问题的复杂性,本文主要针 对基础埋深较浅、置换率相对较低、加固体长度足够 长,荷载很难传递至桩端,地基将发生浅基础类型破 坏的情形开展研究(实际工程中的散体桩复合地基可 能多属于这种情形)。在发生这种破坏模式的时候,加 固区内部的桩体发生剪切破坏。为了计算此种破坏模 式之下复合地基的极限承载力系数,首先将加固区内 的桩、土等效为第2节中所示的均质加固区,并在此基 础上提出复合地基承载力系数的简化计算方法。下面 介绍均质加固区等效强度的确定方法。

## 5 等效强度的确定

一些学者<sup>[8, 17, 22]</sup>在进行群桩承载力和稳定问题的 研究中,采用桩土应力比的方法确定均质加固区的强 度,即

$$c_{\text{comp}} = \eta \cdot c_{\text{c}} + (1 - \eta) \cdot c_{\text{s}} \quad , \tag{6}$$

$$\varphi_{\text{comp}} = \tan^{-1} [\eta \cdot \tan \varphi_{\text{c}} \cdot \mu_{\text{c}} + (1 - \eta) \cdot \tan \varphi_{\text{s}} \cdot \mu_{\text{s}}], \quad (7)$$

其中 
$$\mu_{\rm c} = \frac{n}{1 + (n-1)A_{\rm s}}$$
,  $\mu_{\rm s} = \frac{1}{1 + (n-1)A_{\rm s}}$ 。

式中, $\varphi_{comp}$ , $\varphi_{c}$ 和 $\varphi_{s}$ 分别为加固区内等效内摩擦 角、加固体和土体的内摩擦角, $c_{comp}$ , $c_{c}$ 和 $c_{s}$ 分别为 加固区内等效黏聚力、加固体和土体的黏聚力; $\eta$ 为 加固区内置换率;n为桩土应力比。

由式(7)可见, 桩土应力比是确定均质加固区等 效强度值的关键参数, 通常认为刚性基础下散体桩加 固黏性土时桩土应力比 *n*=2~4<sup>[22]</sup>。但桩土应力比 *n* 受到诸多因素的影响和制约, 如模量比、置换率和荷 载水平等, 而且刚性基础下不同位置处的桩体和不同 加载阶段时的应力比*n*取值也相差较大<sup>[16]</sup>, 在应用时, 应力比*n*取值有着很强的随意性, 最终导致计算结果 差异明显。

此外,文献[21,24]根据下限法推导了等效单元 体的强度,Buhan等<sup>[23]</sup>根据塑性屈服方法研究加筋边 坡的稳定问题。本文在此基础上将桩、土组成的复合 体等效为宏观上的均匀复合材料,推导均质复合材料 的强度参数。

取单根桩与其影响范围内形成的土体作为典型单 元体进行分析(考虑单桩加固影响面积为矩形的假 设),对于刚性条形基础下的复合地基极限承载力问 题,考虑为平面应变问题处理,如图17。



# 图 17 典型单元体示意图

Fig. 17 Sketch of a typical element

由于刚性复合地基受到刚性竖向荷载,桩体进入 主动状态,桩、土体视为理想塑性材料,满足以下假 设:

(1) 桩和土的宏观应力由桩体应力与周围土体应

力组成, 桩土同时达到极限破坏。

(2) 桩土之间不产生相对滑动。

(3)极限状态时剪切破坏面符合朗肯理论,在潜 在滑动面内复合体达到塑性极限平衡状态。

对区域①内的桩间土部分:

 $\sigma_{h}K_{as} - 2c_{s} \cdot \sqrt{K_{as}} \leq \sigma_{vs} \leq \sigma_{h}K_{ps} + 2c_{s} \cdot \sqrt{K_{ps}}$ 。(8) 对区域②内的桩体部分:

 $\sigma_{h}K_{ac} - 2c \cdot \sqrt{K_{ac}} \leq \sigma_{vc} \leq \sigma_{h}K_{pc} + 2c \cdot \sqrt{K_{pc}} \quad (9)$ 式中  $K_{ps}, K_{as}$ 分别为土体的被动、主动侧压力系数,  $K_{ps} = \tan^{2}(\pi/4 + \varphi_{s}/2) = 1/K_{as}; K_{pc}, K_{ac}$ 分别为桩体 的被动、主动侧压力系数,  $K_{pc} = \tan^{2}(\pi/4 + \varphi_{c}/2) = 1/K_{ac}$ 。

假设桩土复合材料服从 Mohr-Coulomb 破坏准则,考虑 $\sigma_v$ ,  $\sigma_b$ 为主应力,即

$$\frac{\sigma_{\rm v} - \sigma_{\rm h}}{2} \leqslant \frac{\sigma_{\rm v} + \sigma_{\rm h}}{2} \sin \varphi_{\rm comp} + c_{\rm comp} \cdot \cos \varphi_{\rm comp} \,, \quad (10)$$

复合单元体的竖向总荷载可由平衡条件:

$$\sigma_{\rm v} = \sigma_{\rm vc} \cdot \eta + \sigma_{\rm vs} \cdot (1 - \eta) \quad , \tag{11}$$

式中, $\sigma_{vc}$ , $\sigma_{vs}$ 分别为桩体和桩间土上的竖向应力, $\eta$ 为置换率。

考虑条形刚性基础下桩土与桩间土区域在竖向荷载作用下处于轴向压缩状态,取式(8)、(9)右侧计算,当桩土达到塑性极限状态时,式(8)、(9)、(10)取等号,由式(8)~(11)可得桩土复合材料的等效强度为

$$\varphi_{\rm comp} = \frac{\pi}{2} - 2 \tan^{-1} \left[ \eta K_{\rm pc} + (1 - \eta) K_{\rm ps} \right]^{-\frac{1}{2}} , \quad (12)$$

$$c_{\text{comp}} = \frac{\eta \cdot c_{\text{c}} \cdot \sqrt{K_{\text{pc}}} + (1-\eta) \cdot c_{s} \cdot \sqrt{K_{\text{ps}}}}{\sqrt{\eta K_{\text{pc}} + (1-\eta)K_{\text{ps}}}} \quad . \tag{13}$$

当散体桩加固饱和黏土时,取上式 *c*<sub>c</sub>=0, *K*<sub>ps</sub>=1, 公式简化为

$$\varphi_{\text{comp}} = \frac{\pi}{2} - 2 \tan^{-1} \left[ \eta K_{\text{pc}} + (1 - \eta) \right]^{-\frac{1}{2}} , \quad (14)$$

$$c_{\rm comp} = (1 - \eta)c_{\rm s} / \sqrt{\eta K_{\rm pc} + (1 - \eta)}$$
 (15)

# 6 复合地基极限承载力上限解

## 6.1 上限定理

极限分析法采用塑性理论中的上、下限定理来确 定稳定性问题的真实解范围,被运用于边坡稳定、土 压力和地基承载力等土力学问题的求解。其中,极限 分析上限定理以刚体形式运动的岩土材料满足:①材 料为理想塑性材料;②屈服方程满足在应力空间内外 凸;③土体服从相关联流动法则。对于任何运动许可的 破坏机构,内能耗散率不小于外力功功率,可表示为

$$\int_{V} \sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij} dV \ge \int_{\Gamma} T_i v_i d\Gamma + \int_{V} X_i v_i dV \quad \circ \quad (16)$$

式中 左边项为内能耗散率 D,右边两项为外力所做的功率 E;  $\sigma_{ij}$  为通过关联流动法则确定的应力场;  $\dot{\varepsilon}_{ij}$  为运动许可速度场中的塑性应变率场;  $T_i$ ,  $X_i$  分别为边界  $\Gamma$  上的面积分布力矢量和滑动体区域 V 内的体积力矢量;  $v_i$  为机动允许的速度场。由于分析的是饱和黏性土中复合地基极限承载力,在本文中暂不考虑地基的重度,故外力的功率主要由基础两侧的超载产生,即

$$E = \int_{S} q_{i} v_{i} \mathrm{d}S \quad . \tag{17}$$

而内能耗散主要发生在速度间断面*S*上,可表示为

$$D = \int_{S} c_{i} v_{i} \mathrm{d}S \quad . \tag{18}$$

#### 6.2 破坏模式

为了获得合理的复合地基极限承载力系数上限 值,关键是要有合理的破坏模式和相应的速度场。采 用经修正的 Prandtl 破坏模式,假定复合地基由两个刚 性块体①、④和两个剪切区②、③构成。

如图 18 所示, 块体①代表基底下与水平面呈现α 角的复合加固区锥形体, 此区域中的桩土无水平向膨 胀, 锥形体的体积部分决定了群桩的地基改善水平, 在加载过程中随基础一起下降; 剪切区②是以对数螺 旋线 BC 围成的剪切区 ABC, 从楔形体下 B 点开始发 展, 点 C 为对数螺旋线的终点, 夹角为 π/2-α。区域 ③中的土体发生了明显的水平向运动, 此区域主要起 到限制①、②区域水平流动的作用, 此区域处土体的 刚度直接影响了地基的整体稳定性和沉降。在该区域 基础下的主应力方向发生了偏转, 主应力方向为水平 方向。假定剪切区③是以 A 为圆心, AC 为半径的圆 弧滑动区, 终点为 D 点, 夹角为 β。块体④为三角形 朗肯被动区, 该区域链接圆弧区终点 D 延伸至地面高 度处。



Fig. 18 Collapse mechanism for group-column composite

foundation

#### 6.3 内能耗散速率的计算

由三角形刚性块体①和④,对数螺旋形剪切区② 和圆弧形剪切区③构成的复合地基破坏模式,相应的 速度场见图 19。



## 图 19 速度相容矢量关系

Fig. 19 Velocity hodograph

由于所确定破坏模式关于基础中心对称,可只取 1/2 模型进行研究,此处选右半部分进行分析。基础 宽度为 *B*,在加固区内部,满足相关联流动法则,速 度间断线上,相对速度矢量与间断线的夹角为加固区 等效内摩擦角 *φ*<sub>comp</sub>。其能量损耗为间断面长度 *l*<sub>i</sub>与黏 聚力 *c* 以及与切向速度 *v*cos *φ*<sub>comp</sub> 的连乘积计算。

此区域内相对速度为

$$v_0 = \frac{v_p \cos(\alpha - \varphi_{comp})}{\cos \varphi_{comp}} \quad , \tag{19}$$

$$v_{0p} = \frac{v_{p} \sin \alpha}{\cos \varphi_{comp}} = \frac{v_{0} \sin \alpha}{\cos(\alpha - \varphi_{comp})} \quad (20)$$

几何尺寸为

$$l_{AB} = \frac{B}{2\cos\alpha} \quad . \tag{21}$$

间断线 AB 上的耗散功率 D<sub>el</sub>

$$D_{\rm cl} = c_{\rm comp} \cdot \cos \varphi_{\rm comp} \cdot v_{\rm 0p} \cdot l_{AB} \quad . \tag{22}$$

对数螺旋线剪切区②内的耗散功率为对数螺旋线 上和内部耗散功率的总和,总耗散功率 D<sub>c2</sub>为

$$D_{c2} = 2c_{\text{comp}} \int_{0}^{\pi/2-\alpha} r \cdot v d\theta$$
  
=  $c_{\text{comp}} \cdot l_{AB} \cdot v_0 \cdot (e^{2(\pi/2-\alpha)\tan\varphi_{\text{comp}}} - 1) \cdot \cot\varphi_{\text{comp}} \circ$  (23)

加固区外土体为纯黏性土,处于不排水条件,假 定为理想弹塑性体,服从 Tresca 屈服准则。间断线 *CD*,*DE* 上潜在滑动面相对速度方向与速度间断面夹 角一致。

此区域内相对速度为

$$v_1 = v_2 = v_0 \cdot e^{(\pi/2 - \alpha) \tan \varphi_{\text{comp}}}$$
 (24)

几何尺寸为

$$l_{AC} = l_{AD} = l_{AB} e^{(\pi/2 - \alpha) \tan \varphi_{\text{comp}}} \quad . \tag{25}$$

$$l_{DE} = \frac{l_{AD}}{\sin\beta} \sin\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right) = l_{AB} \cdot e^{(\pi/2 - \alpha)\tan\varphi_{\text{comp}}} \cdot \cot\beta \quad (26)$$

圆弧剪切区耗散功率为圆弧上和内部耗散功率之 和,总的耗散功率 D<sub>c3</sub> 为

$$D_{c3} = 2c_{s} \cdot v_{1} \cdot l_{AC} \cdot \beta = 2c_{s} \cdot v_{0} \cdot l_{AB} \cdot e^{2(\pi/2 - \alpha) \tan \phi_{comp}} \cdot \beta$$
(27)

$$D_{c_4} = c_s \cdot v_2 \cdot l_{DE} \cdot \cot \beta = c_s \cdot v_0 \cdot l_{AB} \cdot e^{2(\pi/2 - \alpha) \tan \varphi_{\text{comp}}} \cdot \cot \beta_\circ$$
(28)

总的耗散功率为

$$D_{ii} = \sum_{i=1}^{4} D_{ci} \quad \circ \tag{29}$$

6.4 外部功率的计算

基础外地面超载的功率 Eq为

间断线 DE上的封拗功变 D

$$E_{q} = q \cdot l_{AE} \cdot v_{2} \cdot \sin\beta = q \cdot l_{AB} \cdot v_{0} \cdot e^{2(\pi/2 - \alpha)\tan\varphi_{\text{comp}}} \circ (30)$$

H式(16) 可得复合地基极限承载刀 
$$q_u$$
值,令  
 $q_u = c_N + q_N$ 。。(31)

令机构内能耗损功率等于外部功率,则有复合地 基承载力系数

$$N_{\rm c} = \frac{c_{\rm comp}}{c_{\rm s}} \left[ \frac{\cos(\alpha - \varphi_{\rm comp})}{\cos\alpha \cdot \sin\varphi_{\rm comp}} \cdot (e^{2(\pi/2 - \alpha)\tan\varphi_{\rm comp}} - 1) + \tan\alpha \right] +$$

$$e^{2(\pi/2-\alpha)\tan\varphi_{\rm comp}} \cdot \frac{\cos(\alpha-\varphi_{\rm comp})}{\cos\alpha\cdot\cos\varphi_{\rm comp}} \cdot (2\beta + \cot\beta) \quad , \quad (32)$$

$$N_{\rm q} = e^{2(\pi/2-\alpha)\tan\varphi_{\rm comp}} \cdot \frac{\cos(\alpha - \varphi_{\rm comp})}{\cos\alpha \cdot \cos\varphi_{\rm comp}} \quad . \tag{33}$$

当不考虑复合地基体系的重力时,与 Prandtl 推导的天然地基极限承载力类似,破坏模式是可以唯一确定的,此时 $\alpha=\pi/4+\varphi/2$ , $\beta=\pi/4$ 。极限承载力系数可表示为

$$N_{\rm c} = \frac{c_{\rm comp}}{c_{\rm s}} \left[ \frac{\cos\varphi_{\rm comp}}{2\cos^2(\pi/4 + \varphi_{\rm comp}/2)} + \frac{\cot\varphi_{\rm comp}}{2\cos^2(\pi/4 + \varphi_{\rm comp}/2)} \right] + \frac{(e^{(\pi/2 - \varphi_{\rm comp})\tan\varphi_{\rm comp}} - 1)}{4} + \frac{\pi + 2}{4} \cdot e^{(\pi/2 - \varphi_{\rm comp})\tan\varphi_{\rm comp}} , \quad (34)$$

$$N_{\rm q} = \frac{1}{2\cos^2(\pi/4 + \varphi_{\rm comp}/2)} \cdot e^{2(\pi/2 - \varphi_{\rm comp})\tan\varphi_{\rm comp}} , \quad (35)$$

式中, $\varphi_{comp}$ , $c_{comp}$ 分别为加固区内复合土体的内摩擦 角和黏聚力,由式(14)、(15)求得。

#### 6.5 与有限差分法对比分析

将考虑散体桩群桩复合地基发生浅基础类型破坏 推导而成的上限解与桩长 *L*/*B*=4 时的有限差分法计算 结果进行对比,如图 20,21。

图 20,21 分别表明在加固体内摩擦角一定的情况下极限承载力系数 *N*<sub>c</sub>,*N*<sub>q</sub> 与置换率成线性递增关系,斜率仅受加固体内摩擦角的影响。

从图 20, 21 中可以看出,当加固体内摩擦角分别 取 30°, 35°, 40°时,基于宏观等效方法确定群桩

复合地基等效强度后推导的上限解与有限差分解之间 N<sub>c</sub>, N<sub>q</sub>值的平均差异分别为 0.3%, 2.1%, 3.6%和 12.0%, 12.3%, 14.3%。相比于有限差分法,本文推 导的上限解虽然略显超估,但也在一定的精度范围内, 尤其是当加固体强度较小、置换率较低时,两种方法 有较好的一致性。说明本文推导的上限法适用于计算 复合地基发生浅基础类型破坏的计算承载力系数,与 有限差分解的误差在工程实践上是可接受的。



图 20 加固体内摩擦角对 N<sub>c</sub>值的影响

Fig. 20 Influence of internal friction angle on  $N_c$ 





Fig. 21 Influence of internal friction angle on  $N_q$ 

当加固区满堂置换为散体材料时,则加固区相当 于一个大尺寸散体桩单桩工况,复合地基置换率为 100%,此时。对应式(34)中等效黏聚力 *c*<sub>comp</sub>=0, 等效内摩擦角 *φ*<sub>comp</sub>=40°时,计算此时的极限承载力 系数 *N*<sub>c</sub>,并对比有限差分法与前人散体桩单桩的计算 结果。

由图 22 可以看出,本文的上限解略小于理论结 合原型观测的 Hughes 法<sup>[10-11]</sup>,略高于 Bouassida 等<sup>[15]</sup> 的下限解和本文的有限差分解,但此4种方法的计算 结果较为接近;而应用广泛的 Brauns 法<sup>[12]</sup>计算结果 明显偏大,虽然其破坏模式与单桩的实际破坏模式相 符,但假定的滑动面类似于天然地基中的 Rankine 承 载力破坏模式,精度有限;Greenwood<sup>[25]</sup>由于在 Hughes 的基础上考虑了土体黏聚力对单桩承载力的贡献,导 致结果偏大。总体来说,本文上限解与相对严谨的 Bouassida 极限分析和有限差分计算结果较为接近,说 明在退化为单桩时也有足够的精度。



图 22 加固体内摩擦角对 N。值的影响

Fig. 22 Influence of internal friction angle on  $N_{\rm c}$ 

# 7 结 论

对刚性基础下单桩、群桩复合地基桩体的破坏机 理进行了数值分析,研究了超载对摩擦型群桩的地基 破坏模式及极限承载力系数的影响,推导了一种加固 区等效强度公式,并在此基础上利用极限分析上限解 给出了浅基础破坏类型时复合地基承载力系数的计算 公式,最后对比了有限差分法结果。通过分析得出以 下主要结论:

(1)与单桩破坏模式类似,刚性基础下单桩复合 地基桩体同样由于周围地基土的约束小,导致桩顶位 置发生鼓胀破坏;群桩复合地基桩体的破坏模式依赖 于基础下所处的位置,中心桩由于桩间水平向相互作 用相等,在桩体深处发生鼓胀变形,而边桩由于土体 的水平向流动发生屈曲变形,随着荷载增大,桩体和 周围土体产生了贯通的剪切带,从而发生整体失稳。

(2) 饱和黏土中散体桩复合地基的 N。值与桩长 及置换率有关,当实际桩长大于"有效桩长"后,桩 长的增长对承载力无影响,此时 N。仅随置换率线性增 长。

(3)散体桩复合地基可能发生的破坏模式有:浅 基础型、复合型和实体基础型破坏模式。对于本文所 进行的算例,桩长与基础宽度比L/B越大越易发生浅基 础类型破坏, Nq越大;置换率η和埋深q越大越易发生 实体基础类型破坏,埋深q越大Nq越小,在桩长和埋 深一定,存在使Nq取得极大值的最优置换率ηpeak。破 坏模式和Nq值受这三者耦合作用,根据计算结果,规 范中对深度修正系数取1.0是过于保守的。

(4) 对于复合地基发生浅基础类型破坏的情况, 将桩、土组成的复合体等效为宏观上的均质加固区, 提出了等效內摩擦角和黏聚力的确定方法,避免了传 统方法中桩土应力比取值主观的问题,在此基础上得 到的上限解与有限差分法结果拟合较好。由此,可根 据本文建议的方法确定复合地基发生浅基础整体剪切 破坏时的承载力系数。当发生其它模式破坏时,还需 进一步研究。

由本文研究可看出,群桩复合地基极限承载力修 正是一个较为复杂的问题,涉及到群桩之间的相互作 用和复合地基破坏模式,且与置换率、桩长、超载、 等因素有关。本文首先针对散体柱状加固体开展了研 究,分析了不同条件下的加固体变形与破坏模式、地 基破坏模式,并提出了承载力系数的确定方法,为更 好更全面地分析和研究其它类型加固体复合地基破坏 模式及深宽修正打下了基础。

## 参考文献:

- [1] 郑 刚, 龚晓南, 谢永利, 等. 地基处理技术发展综述[J]. 土木工程学报, 2012, 45(2): 127 - 146. (ZHENG Gang, GONG Xiao-nan, XIE Yong-li, et al. State-of-the-art techniques for ground improvement in China[J]. China Civil Engineering Journal, 2012, 45(2): 127 - 146. (in Chinese))
- [2] GB50007—2011 建筑地基基础设计规范[S]. 北京: 中国建 筑工业出版社, 2011. (GB50007-2011 Code for design of building foundation[S]. Beijing: China Architecture and Building Press, 2011. (in Chinese))
- [3] 张在明. 北京地区高层和大型公用建筑的地基基础问题[J]. 岩土工程学报, 2005, 27(1): 11 - 23. (ZHANG Zai-ming. Problems on foundations of high-rise and large-scale public building in Beijing area [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2005, 27(1): 11 - 23. (in Chinese))
- [4] JGJ79—2012 建筑地基处理技术规范[S]. 北京:中国建筑 工业出版社, 2012. (JGJ79—2012 Technical code for ground treatment of buildings[S]. Beijing: China Architecture and Building Press, 2012. (in Chinese))
- [5] GB/T50783—2012 复合地基技术规范[S]. 北京: 中国技术 出版社, 2012. (GB/T50783—2012 Technical code for composite foundation[S]. Beijing: China Technology Press, 2012. (in Chinese))
- [6] 韩云山,白晓红,梁仁旺. 浅论地基承载力的深度修正[J]. 岩土力学, 2003, 24(增刊): 541 - 544. (HAN Yun-shan, BAI Xiao-hong, LIANG Ren-wang. Analysis of depth modification of subgrade bearing capacity[J]. Rock and Soil Mechanics, 2003, 24(S0): 541 - 544. (in Chinese))
- [7] LADD C C. Stress-strain modulus of clay in undrained shear[J]. Journal of the Soil Mechanics and Foundations

Division, ASCE, 1964, 90(5): 103 - 132.

- [8] AMBILY A P, SHAILESH R. Behavior of stone columns based on experimental and FEM analysis[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 2007, 133(4): 405 - 415.
- [9] 魏 芸, 闫澍旺. 碎石墩复合地基的承载机理及破坏过程[J]. 土木工程学报, 2011, 44(7): 111-118. (WEI Yun, YAN Shu-wang. Bearing mechanism and destruction process of stone column composite foundations[J]. China Civil Engineering Journal, 2011, 44(7): 111-118. (in Chinese))
- [10] HUGHES J M O, WITHERS N J. Reinforcing of soft cohesive soils with stone columns[J]. Ground Engineering, 1974, 18(4): 267 - 290.
- [11] HUGHES J M O, WITHERS N J, GREENWOOD D A. A field trial of reinforcing effect of stone column in soil[J]. Géotechnique, 1975, 25(1): 31 - 44.
- [12] BRAUNS J. Die anfangstraglast von schottersaulen im bindigen untergrund[J]. Die Bautechnik, 1978, 8(2): 263 – 271. (BRAUNS J. The initial load of graval pile in the clay foundation[J]. The Construction Technology, 1978, 8(2): 263 – 271. (in Germany))
- [13] MADHAV M R, VITKAR P P. Strip footing on weak clay stabilized with a granular trench or pile[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1978, 15(4): 605 - 609.
- [14] ABOSHI H, ICHIMOTO E, HARADA K, et al. The composer—A method to improve the characteristics of soft clays by inclusion of large diameter sand columns[C]// Proceedings of International Conference on Soil Reinforcement. Paris, ENPC–LCPC 1979: 211 216.
- [15] BOUASSIDA M, HADHRI T. Extreme load of soils reinforced by columns: the case of an isolated column[J]. Soils and Foundations, 1995, 35(1): 21 - 35.
- [16] MUIR WOOD D, HU W, NASH D F T. Group effects in stone column foundations: model tests[J]. Géotechnique, 2000, 50(6): 689 - 698.

- [17] BARKSDALE R D, BACHUS R C. Design and construction of stone columns[C]// Rep No FHWA/RD, Federal Highway Administration. Washington D C, 1983.
- [18] 赵明华, 刘建华, 刘代全, 等. 碎石桩复合地基承载力分析[J]. 公路, 2003, 1(1): 21 24. (ZHAO Ming-hua, LIU Jian-hua, LIU Dai-quan, et al. Analysis of bearing capacity of stone columns compound ground[J]. Highway, 2003, 1(1): 21 24. (in Chinese))
- [19] 张爱军,谢定义. 复合地基三维数值分析[M]. 北京: 中科 学出版社, 2004. (ZHANG Ai-jun, XIE Ding-yi. Threedimensional numerical analysis of composite foundation[M]. Beijing: Science Press, 2004. (in Chinese))
- [20] 刘 杰,张可能. 散体材料桩复合地基极限承载力计算[J]. 岩土力学,2002,23(2):204 - 207. (LIU Jie, ZHANG Ke-neng. Calculation of ultimate bearing capacity of composite foundation on discrete material pile[J]. Rock and Soil Mechanics, 2002,23(2):204 - 207. (in Chinese))
- [21] BOUASSIDA M, BUHAN P DE, DORMIEUX L. Bearing capacity of a foundation resting on a soil reinforced by a group of columns[J]. Géotechnique, 1995, 45(1): 25 - 34.
- [22] ABUSHARAR S W, HAN J. Two-dimensional deep-seated slope stability analysis of embankments over stone column-improved soft clay[J]. Engineering Geology, 2011, 120(1): 103 - 110.
- [23] BUHAN P D, MANGIAVACCHI P, NOVA R, et al. Yield design of reinforced earth walls by a homogenization method[J]. Géotechnique, 1989, 39(2): 189 – 201.
- [24] HASSEN G, BUHAN P D, ABDELKRIM M. Finite element implementation of a homogenized constitutive law for stone column-reinforced foundation soils, with application to the design of structures[J]. Computers and Geotechnics, 2010: 40 – 49.
- [25] GREENWOOD D A. Mechanical improvement of soils below ground surface[C]// Proceedings Conference on Ground Engineering. London: Institution of Civil Engineers, 1970: 11 - 22.